

MODERNÍ PŘÍSTUP K NAVRHOVÁNÍ PŘI POUŽITÍ KLASICKÝCH METOD

Adam Froněk

Příspěvek se věnuje aplikaci algoritmického modelování na vybrané klasické metody a přístupy (Relaxační metoda, ekvivalentní zatížení a hlavní napětí). S dnešními možnostmi pokročilých výpočetních programů se některé metody, postavené na základních principech mechaniky, stávají záležitostí výuky betonových konstrukcí a jejich aplikace v praxi klesá. Moderní přístup vizuálního programování umožňuje vrátit projektantovi kontrolu nejen nad tvorbou výpočetního modelu, ale i nad logickou strukturou výpočtu.

MODERN APPROACH OF CLASSIC DESIGN METHODS

This article presents application of algorithmic modelling to classic methods and principles (Relaxation method, equivalent load and principal stress). Due to today's possibilities of advanced computational programs some methods, which are based on fundamental principles of structural mechanics, become solely a part of concrete structures lectures and its usage in practice has been decreasing. Modern approach of visual programming allows designer to gain control not only over creation of computational model, but also over logical structure of computation itself.

S vývojem výpočetních programů se nabízí možnost vytvořit jeden výpočetní model pro zohlednění celkového působení konstrukce. Programy zefektivňují práci statika pomocí snadného zadávání vstupních údajů včetně integrace možných dopočítatelných hodnot ať už fyzikálního, nebo normového charakteru. Strojovým používáním se může projektant stát obětí vlastního úspěchu v používání tohoto programu a navrhovat nevhodné nebo neefektivní konstrukce, případně nevhodně uvažovaným a zadaným modelem špatně vystihnout fyzikální podstatu problému. Protože principy stavební mechaniky často vycházejí z geometrie použitých prvků, je možné při programovatelné definici geometrie poskládat celou výpočetní metodu nebo princip.

Cílem článku je představit určité možnosti algoritmického modelování, kdy model není tvořen přímo zadanou geometrií, ale je definován v programovatelném prostředí. Projektant tak opět přebírá iniciativu nejen za tvorbu modelu, ale i za logickou tvorbu výpočtu dle jím vybraných metod nebo přístupů.

Vybrány jsou tři metody, které jsou algoritmizovány. Relaxační metoda pro zohlednění redistribuce vnitřních sil vlivem dotvarování, ekvivalentní zatížení od předpětí se zobrazením primárních a sekundárních účinků a vykreslení hlavních napětí po výšce průřezu prutových prvků.

Algoritmické modelování

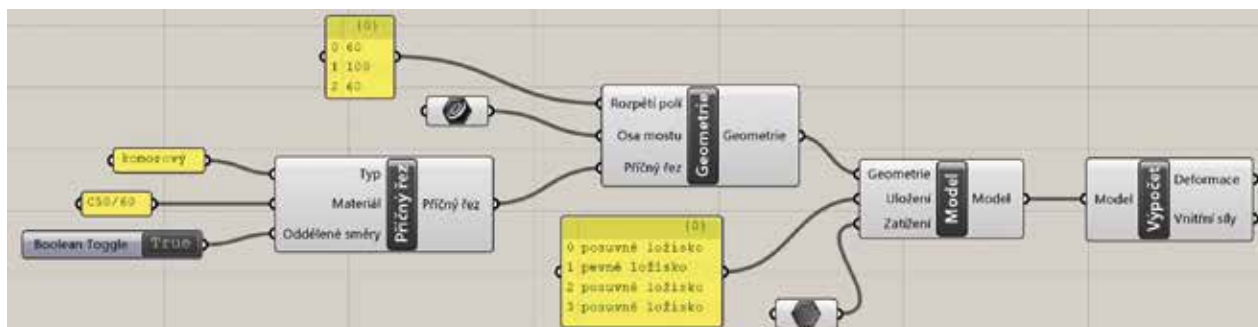
Konkrétní výpočetní nástroj, který byl použitý v rámci tohoto příspěvku, je Grasshopper [1], jenž je součástí modelovacího programu Rhinoceros [2]. Grasshopper je nástroj algoritmického modelování s rozhraním vizuálního programování. Jinými slovy, je to prostředí pro sestavu logické struktury postupu, který vede k vytvoření geometrických prvků. Uživatel nemusí mít znalosti s programováním a vystačí si s logickým uvažováním. Výsledná geometrie není přímo editovatelná, ale odvíjí se od předem definovaných parametrů a závislostí. Vytvoření těchto závislostí neboli logické struktury výpočtu je dobré si rozmyslet před samotnou tvorbou.

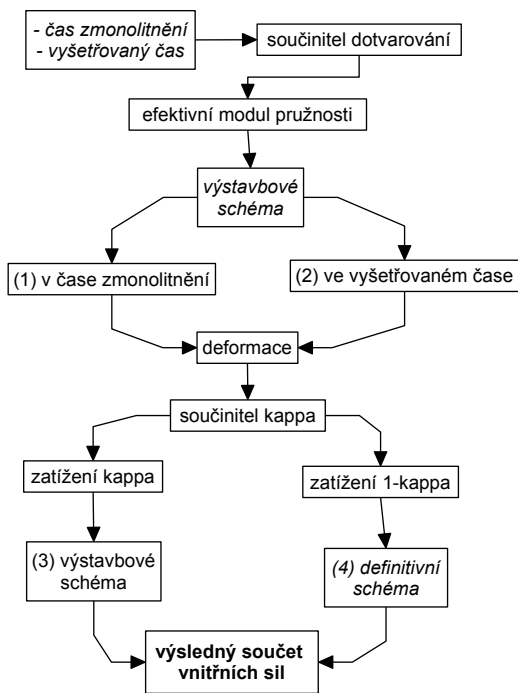
Pro stavaře se tímto směrem nabízí cesta, jak lze při přiměřené časové náročnosti vytvářet geometricky komplikovanější výpočty a vytvářet vlastní výpočetní skříňky. Tím se posouváme od black boxů, kdy uživatel nevidí, co se mezi vstupními a výstupními hodnotami děje, k white boxům, kdy uživatel zná logickou strukturu výpočtu, je schopen ji kontrolovat a v případě nutnosti do ní i zasahovat. (obr. 1)

Relaxační metoda

Při změně statického systému betonové konstrukce dochází vlivem dotvarování k vytvoření reologicky nehomogenního systému, který vede k přerozdělení vnitřních sil.

1 Vizualní programování – idealizovaná představa 1 Visual programming – idealised workflow



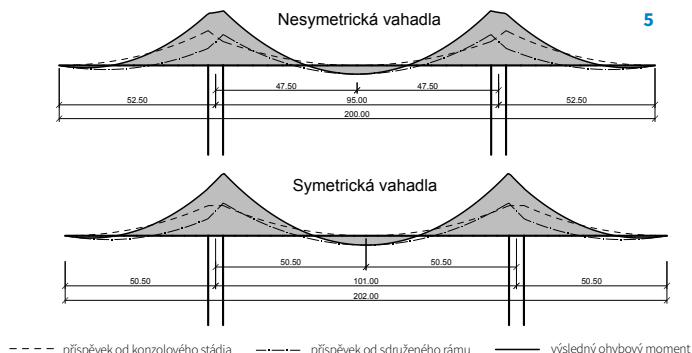
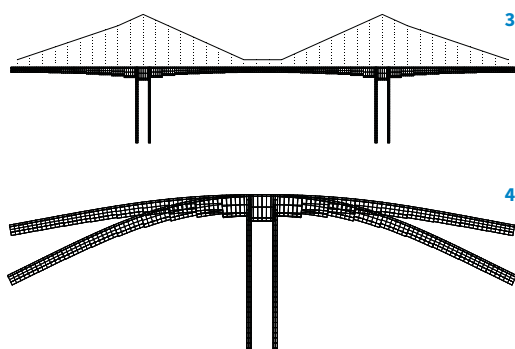


2 Relaxační metoda – výpočetní workflow
2 Relaxation method – computation workflow

Při změně statického systému mostních staveb většinou rozlišujeme jeden okamžik, který je pro změnu statického systému dominantní (dokončení letmo konstruovaných polí, spřažení prostých polí, odstranění dočasných podpor). Právě pro dva kroky řešení lze vhodně použít Relaxační metodu, jež řeší redistribuci vnitřních sil dvojicí lineárních modelů s poměrným rozdělením zatížení. Podrobně popsanou metodu lze nalézt v publikacích profesora Křístka, např. Teoretické problémy betonových konstrukcí a mostů [3].

Pro ukázkou byla vytvořena konstrukce dvou vahadel, která byla po dokončení zmonolitněna. Konstrukce přešla ze statického systému konzoly do sdruženého rámu. Předmětem této ukázky je zobrazení redistribuce ohybových momentů mezi dvěma statickými uspořádáními, kterými konstrukce prošla během své životnosti. Vliv dotvarování na konstrukci byl řízen efektivním modulem pružnosti.

3 Relaxační metoda – uvažovaná konstrukce a časový průběh výstavby lamel 4 Relaxační metoda – paralelní deformace schémat (1) a (2)
5 Relaxační metoda – příspěvky od jednotlivých fází výstavby 3 Relaxation method – considered structure and construction time sequence of segments 4 Relaxation method – parallel deformation of systems (1) and (2) 5 Relaxation method – contributions of construction stages



Představa metody je, že v době změny statického systému dojde k virtuálnímu podepření konzolové konstrukce a je zjištěna „kapacita“ deformace vlivem dotvarování. Konstrukce je (při symetrické konstrukci) řešena nejméně na čtyřech statických schématech. První konzolové schéma (1) s efektivní tuhostí v čase změny statického systému s plným zatížením, druhé konzolové schéma (2) s efektivní tuhostí ve vyšetřovaném čase s plným zatížením. Z deformací na prvních dvou schématech (obr. 4) je definováno zatížení pro druhá dvě schémata. Třetí konzolové schéma (3) s poměrným zatížením odpovídá době výstavby a čtvrté schéma sdruženého rámu (4) s poměrným zatížením odpovídá době provozu konstrukce. Součet vyšetřované vnitřní síly na druhých dvou schématech dává celkový výsledek ve vyšetřovaném čase.

Řetězec statických schémat lze sestavit do sériového výpočtu o dvou paralelách (obr. 2). První dvě schémata lze řešit paralelně a tvoří první uzel série. Třetí a čtvrté schéma vyžaduje vstupní údaje z prvního uzlu série a tvoří společně druhou paralelu. Pro výpočet byla použita výpočetní nástavba Karamba3D [4], která je plně integrována do programu Grasshopper.

Metoda vznikla při jiných možnostech výpočetní techniky, ale její výhoda snadného a rychlého výpočtu neztrácí na užitečnosti. Konkrétně pro zadanou geometrii (přibližně 170 prutů, 4 výpočetní modely) trval výpočet jen několik vteřin. Parametrickým zadáním je možné měnit geometrii konstrukce nebo časovou osu výstavby lamel (obr. 3) a téměř okamžitě sledovat účinek, např. při volbě nesymetrických nebo symetrických vahadel, jak je ukázáno na obr. 4. Pro konstrukci o přibližně stejné celkové délce je rozdíl v extrémní hodnotě ohybového momentu nad podporou 12 %.

Použitím metody lze dobře číst také mezivýsledky v podobě rozdělení stálého zatížení pro schémata (3) a (4) uvedené na obr. 2. Pro konkrétní zadání lamel v poli by byl součinitel κ přibližně 44 %. Konstrukce si tak na konci životnosti zachovává své konzolové působení téměř z poloviny. To je dobrým podkladem pro podrobnější výpočet, návrh předpětí nebo představu o reologickém působení konstrukce.

Ekvivalentní zatížení

Ekvivalentní zatížení je způsob vyhodnocení silového působení předpínací výztuže na konstrukci. Je to obecná metoda pro staticky určité i neurčité konstrukce, která na základě geometrie předpínacího kabelu definuje vnější zatížení odpovídající účinkům předpětí. Výhodou metody ekvivalentního zatížení je vizuální čitelnost použitého řešení před zahájením výpočtu, což nemusí být součástí používaných komerčních programů (i v případě, že program s ekvivalentními zatíženími pracuje). Tento přístup je prvním krokem k metodě vyrovnání zatížení, která je pro návrh předpětí efektivní.

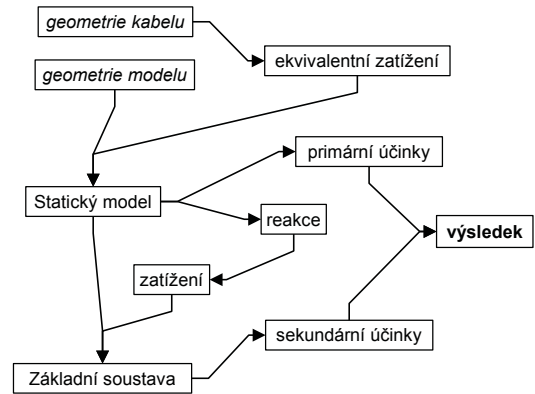
Výhody použití této metody v programovatelném prostředí jsou dvě. První je vykreslení silového (vektorového) působení kabelu před zahájením výpočtu. Pro zkušeného inženýra to může být postačující informace k vyhodnocení prvotní volby návrhu předpětí. Výpočetně nenáročnou úpravou trajektorie kabelu může být hledáno vnější zatížení odpovídající účinkům předpětí a prvotní návrh může být zefektivněn.

Druhou výhodou je možnost sestavení sériového výpočtu (obr. 6). Protože se snažíme navrhovat mostní konstrukce staticky neurčité, vznikají i staticky neurčité, tj. sekundární, vnitřní síly od předpětí. Stručně řečeno, staticky neurčité účinky od předpětí odpovídají reakcím v podporách, které jsou nad rámec statické určitosti, jelikož na staticky určitých konstrukcích sekundární účinky nevznikají. Vytvořením statické neurčitosti je konstrukci bráněno deformovat se. Z principu působení ekvivalentních zatížení reakce v podporách vznikají, ale z podstaty předpjatých konstrukcí jsou reakce nulové. Vlivem této nerovnováhy vznikají od primárních účinků předpětí deformace, které jsou sekundárními účinky vyrovnány.

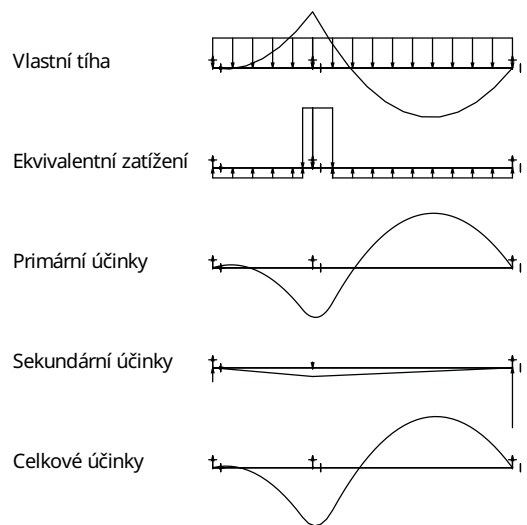
Zapojením výpočtu do série lze v prvním kroku určit reakce od ekvivalentního zatížení, tj. primární účinky, které definují zatížení na základní staticky určité soustavě, pro výpočet sekundárních účinků od předpětí. Výpočet za pomoci sériového výpočtu tak probíhá v jednom spojitým kroku bez nutnosti zásahu, ale s plnou kontrolou nad výpočtem. Lze např. naladit předpětí takovým způsobem, aby byly sekundární účinky nulové. V takovém případě se jedná o konkordantní kabel, jehož působíště je shodné s tlakovou čarou (Navrátil 2008) [5].

Na začátku je dobré si ověřit uvažované principy na jednoduchém modelu. Testovací model je značně zjednodušený – je vytvořena pouze část algoritmu pro vyhodnocení sekundárních účinků a vnější zatížení od geometrie je pevně stanoveno. Konstrukce je o dvou polích s poměrem rozpětí 1 : 2 a s konvexní a konkávní parabolou v poměru výsledného zatížení 1 : 3. Konvexní parabola pokrývá 85 % pole. Pro výpočet konstrukce byla použita nástavba Karamba3D.

Hra k nalezení ideální trasy předpětí podle metody vyrovnání zatížení by vedla k minimalizaci záporného působení kabelu nad střední stojkou, ale pro eliminaci sekundárních účinků je tato část kabelu klíčová. Cílem by bylo navrhnout konkávní parabolu s minimální délkou, ale maximálním účinkem. To je běžná zkušenost z praxe, kdy se nad podporami umísťuje parabola kabelu předpětí o minimálním poloměru.



6 Ekvivalentní zatížení – výpočetní workflow
6 Equivalent load – computation workflow



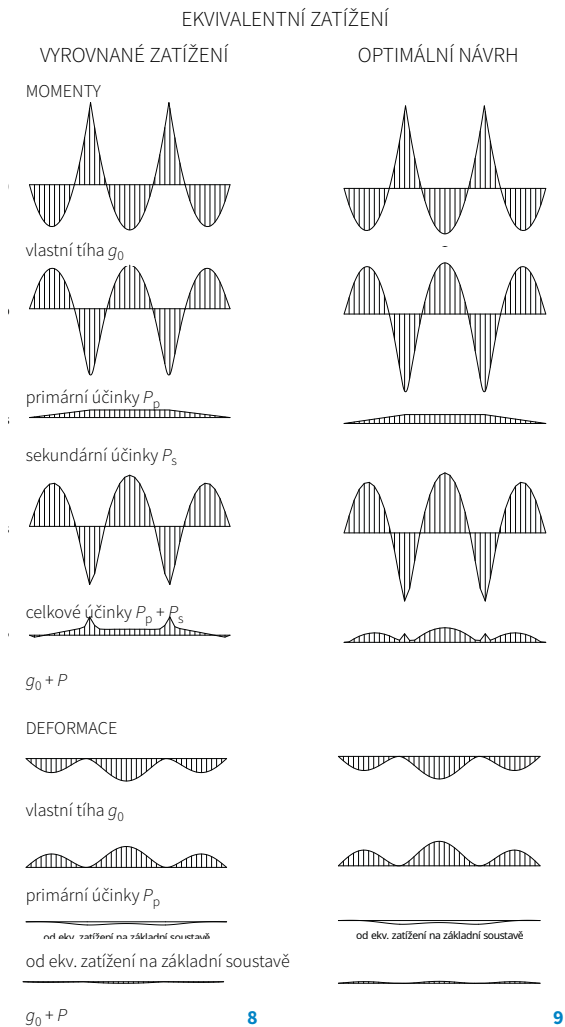
7 Ekvivalentní zatížení – testovací model
7 Equivalent load – testing model

Pro úplnou ukázkou účinků byl nedefinován třípolový most o rozpětích 26 + 36 + 26 m. V příčném řezu byl uvažován dvoutrám o výšce 2,1 m a ploše řezu 14,5 m². Ekvivalentní zatížení p od ideálního zvedaného kabelu v jeho parabolických částech o délce L a vzepětí f bylo vyjádřeno vzorcem:

$$p = N (8f / L^2) . \quad (1)$$

Pro první ukázkou řešení bylo použito šest kabelů 19× Y1860S7-15,7 pro každý trám o míře předpětí 70 % (obr. 8). Pro tuto konfiguraci se spojitě ekvivalentní zatížení v poli rovná spojitěmu zatížení od vlastní tíhy. Výsledná kombinace zatížení (vlastní tíha g_0 a celkové účinky předpětí P) je tvořena zbytky špiček momentů nad vnitřními podporami od vlastní tíhy a sekundárními účinky předpětí. Je tedy patrné, že sekundární účinky je dobré mít pod kontrolou, jelikož tvoří momentové zatížení v poli pro výslednou kombinaci při vyrovnání zatížení a jsou citlivé na změnu geometrie kabelu. Výsledný poměr primárních a sekundárních účinků je 14 %.

Pro model byl zvýšen počet kabelů v trámu na 7 ks (obr. 9). Pro výsledné momentové účinky už převažují primární účinky, vznikla rezerva pro další zatížení a jsou příznivější celkové deformace. Při porovnání obou řešení (obr. 8 a 9) je patrné, že zvětšením celkové předpínací síly nedošlo k přerozdělení primárních a sekundárních účinků. Pro betonové konstrukce s dlouhou životností to znamená dobrou zprávu při uvážení reologických změn, které při konstantní změně předpínací síly nemají vliv na rozložení průběhu vnitřních sil od předpětí po délce konstrukce.



8 Ekvivalentní zatížení – vyrovnané zatížení 9 Ekvivalentní zatížení – optimální návrh 8 Equivalent load – balanced load 9 Equivalent load – optimal design

Hlavní napětí po výšce průřezu

Charakter mostních staveb umožňuje využívat ve statickém modelu prutové prvky. Obecně ale prvky mostních konstrukcí mohou mít stěnový charakter. V rovině stěny pak vznikají v kombinaci s předpětím tahová namáhání. Tato hlavní tahová namáhání mohou vést ke vzniku smykových trhlin.

Pro potřeby ověření uvádí Eurokód 2 [6] vzorec pro posouzení smykových trhlin ve stěnách:

$$f_{ctb} = (1 - 0,8 \sigma_3 / f_{ck}) \cdot f_{ctk,0.05} < \sigma_1 \quad (2)$$

Směrově závislá pevnost betonu v tahu f_{ctb} je závislá na větším hlavním tlakovém namáhání σ_3 . Ze vzorce je patrné, že výpočetní tahová pevnost klesá s tlakovým namáháním (limitně až na polovinu pevnosti). Pevnost je porovnána s větším hlavním napětím v tahu σ_1 . Pokud nerovnost nevyhoví, postupuje se podrobněji podle posouzení trhlin a zároveň je nutné začít pracovat se směrem hlavních napětí, který v případě vyhovujícího průřezu nevstupuje do posouzení.

Případný přechod k deskostěnovým prvkům pro zjištění hlavních napětí ve stěně by byla neúměrně složitá operace. Na prutovém prvku lze průběh hlavních napětí po výšce určit ze znalosti průřezových charakteristik. Celá úloha se rozšíří z jedné dimenze X, do rovinné úlohy XZ.

Velikost hlavních napětí σ_1, σ_3 lze určit jako vlastní čísla tenzoru napětí (Petrtyl a Vondrová 2003) [7] nebo pomocí Mohrovy kružnice (Lamboj 2005) [8]:

$$[\sigma_x \tau_{xz}; \tau_{xz} 0] \{v\} = \{\sigma_0\} \cdot \{v\} \Rightarrow \sigma_1, \sigma_3, \quad (3)$$

$$\sigma_{1,2} = \sigma_x / 2 \pm \sqrt{\sigma_x^2 / 4 + \tau_{xz}^2}. \quad (4)$$

Postup k vyjádření pomocí vlastních čísel (rov. 3) pro určení hlavního napětí pro dané okrajové podmínky je rozebrán v [9].

Normálové napětí σ_x a smykové napětí τ_{xz} se vypočte podle teorie pružnosti:

$$\sigma_x = N / A + (M_y / I_y) z, \quad (5)$$

$$\tau_{xz} = (V_z \cdot S_y) / (b \cdot I_y). \quad (6)$$

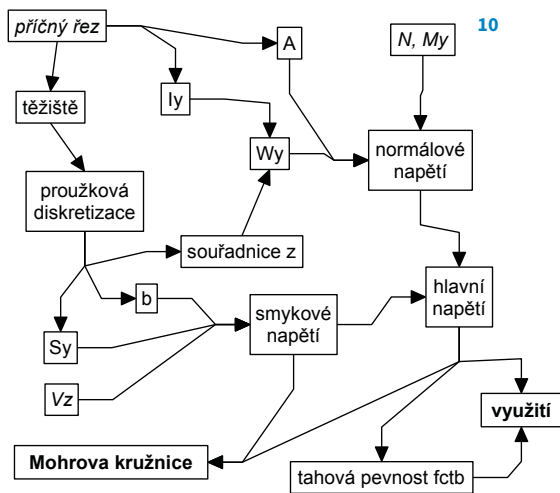
To vytváří určitá omezení, pro které prvky lze tento postup aplikovat (dostatečná robustnost, konstrukční úpravy), aby nedocházelo k přílišné koncentraci napětí v průřezu, které by znemožnilo postupovat tímto způsobem. Pro běžné průřezy a prvky mostních konstrukcí to bývá konstrukčně zohledněno.

Průřezy betonových konstrukcí jsou obecně tvořeny polygonálními křivkami a průřezové charakteristiky po výšce nelze definovat jedinou funkcí. Problematickou průřezovou charakteristikou je statický moment S_y , který má nelineární průběh po výšce:

$$S_y = \int z dA. \quad (7)$$

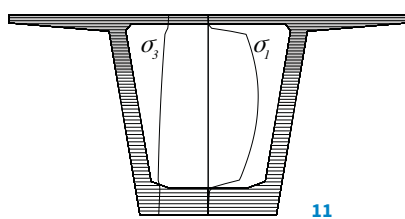
Slovně vyjádřeno, statický moment lze spočítat jako plochu odříznuté části násobenou vzdáleností těžiště této plochy k těžišti celého průřezu. Automatizace v tabulkovém procesoru je poměrně pracná a je aplikovatelná pouze na předem známé a přiměřeně členěné průřezy. V ten okamžik nastupuje algoritmické modelování, díky kterému je možné zadávat libovolné průřezy a výsledky zakreslovat přímo do zadaného průřezu (obr. 11).

Pro výpočet průřezových charakteristik byla použita proužková metoda. Zadaný průřez je rozdělen na jednotlivé proužky (podle volby hustoty sítě) a lze pracovat s jakoukoli uzavřenou polygonální křivkou. V porovnání s tabulko-

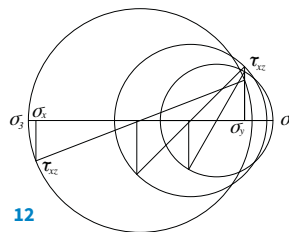


Zdroje:

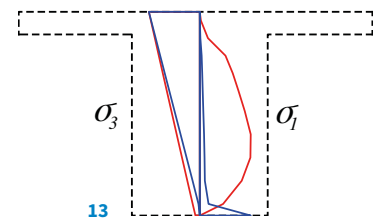
- [1] Grasshopper. Robert McNeel & Associates. Ver. 1.0.0007. Dostupné z: grasshopper3d.com
- [2] Rhinoceros: Rhino 7. Robert McNeel & Associates, 7 SR24, 7.7.24.223008. Dostupné z: rhino3d.com
- [3] KRÍSTEK, V. *Teoretické problémy betonových konstrukcí a mostů*. Praha: ČVUT, 1980.
- [4] Karamba3D: for RHINO 7. 2.2.0.15-220706. Dostupné z: karamba3d.com
- [5] NAVRÁTIL, J. *Předpjaté betonové konstrukce*. 2. vyd. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2008. ISBN 978-80-7204-561-7.
- [6] ČSN EN 1992-2 (73 6208). Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí – Část 2: Betonové mosty – Navrhování a konstrukční zásady. Praha: ÚNMZ, 2007. Vč. ZMĚNY Z2.
- [7] PETRTÝL, M, VONDROVÁ, R. *Stavební mechanika 32: příručka základů stavební mechaniky a pružnosti*. 4. vyd. Praha: ČVUT, 2003. ISBN 80-01-02694-9.
- [8] LAMBOJ, L. *Mechanika zemin a základání staveb*. Praha: ČVUT, 2005. ISBN 80-01-03094-6.
- [9] FRONĚK, A. *Algoritmizace posouzení hlavních napětí po výšce průřezu*. Proceedings of PhD Workshop, Department of Concrete and Masonry Structures 2023. Praha, 2023-05-26. Praha: ČVUT FSv. Katedra betonových a zděných konstrukcí, 2023. ISBN 978-80-01-07137-3.



11



12



13

10 Hlavní napětí – výpočetní workflow 11 Hlavní napětí – průběh napětí s vyznačením odříznuté části 12 Hlavní napětí – Mohrovy kružnice 13 Hlavní napětí – citlivostní analýza (červený průběh – před vznikem tahu, modrý průběh – po vzniku tahu)
 10 Principal stress – computation workflow 11 Principal stress – principal stresses plot with cut part 12 Principal stress – Mohr's circles 13 Principal stress – sensitivity analysis (red plot – before tension initiation, blue plot – after tension initiation)

vým procesorem je to výrazná výhoda a tato algoritmizace umožňuje vyhodnocovat buď velké množství vnitřních sil, tj. řezů po délce prutu, nebo měnit tvar průřezu podle polohy na prutu, příp. pro optimalizaci tvaru při nevyhovujícím posouzení.

Pro zjištění statického momentu je průřez de facto rozkopírován podle jednotlivých proužků, přičemž je možná kontrola v každém kroku výpočtu. Pro každý proužek je určena střední šířka průřezu a každá plocha, zvětšená o jeden krok, má dopočten statický moment. V ten okamžik jsou známy všechny vstupní hodnoty, lze vypočítat globální i hlavní napjatosti a následně je porovnat s limitními hodnotami (obr. 10).

Dobrym kontrolním mechanismem jsou Mohrovy kružnice (obr. 12) – praktický, ale občas opomíjený nástroj pro práci s deskovými a stěnovými prvky. Vykreslení Mohrových kružnic nemá s posouzením výpočetní souvislost, nicméně je to velmi dobře čitelný mezikrok při kontrole anebo při úpravě návrhu. Z kružnic lze dobře vyčíst i natočení směru hlavních napětí, což může být užitečná hodnota při návrhu výztuže, jelikož tento úhel udává směr rozvoje smykových trhlin.

Pro nalezení limit výpočtu byla provedena citlivostní analýza na vyobrazeném průřezu ve tvaru písmene T (obr. 13). Výrazné přerozdělení hlavních napětí po výšce průřezu, při zvyšování ohybového momentu, nastalo v okamžiku dosažení tahového normálového napětí u krajních vláken. Po dosažení této hranice bylo ukončeno další zvětšování ohybového momentu, jelikož tahové namáhání

u krajních vláken bylo dominantní. Jinak řečeno, vznik ohybových namáhání má větší spád než smykové namáhání ve stěně prvku. To definovalo použití výpočtu pro plně předpjaté průřezy.

Algoritmizace posouzení hlavních napětí byla sestavena bez výpočetních nástaveb programu.

Závěr

Na představených výpočtech, především pro mostařské použití, jsou ukázány posuny možností výpočtů v projekční praxi. Otevírání černých skříněk a tvorbu vlastních bílých skříněk hodnotím velmi pozitivně. Samotná tvorba prohlubuje teoretické znalosti vybraného principu, který je následně aplikován pro praktické použití. Vytvoření těchto nástrojů je časově náročnější než kombinace ručních výpočtů a tabulkových procesorů, ale při správné sestavě výpočtu se celý postup stává parametrickým, je dále aplikovatelný včetně kontrolních nebo finálních grafických výstupů, a lze tak dosahovat větší efektivity práce na projektu. Periodické úkony jsou přenechány algoritmům a na základě zvolené metody se lze více soustředit na samotné pochopení fungování konstrukce a na celý proces navrhování.

Příspěvek vznikl pod odborným vedením pana doc. Lukáše Vráblíka, kterému patří mé poděkování.



Ing. Adam Froněk
 Fakulta stavební ČVUT v Praze
 Katedra betonových a zděných konstrukcí
 adam.fronek@fsv.cvut.cz