

STANOVENÍ PEVNOSTI BETONU PODLE ČSN EN 13791 (2020) SPECIFICATION OF CONCRETE STRENGTH ACCORDING TO ČSN EN 13791 (2020)

Milan Holický, Miroslav Sýkora, Karel Jung

Nová norma ČSN EN 13791 (2020) uvádí postupy stanovení charakteristické pevnosti betonu v existujících konstrukcích na základě zkoušek vzorků odebraných z konstrukce. Příspěvek zdůrazňuje význam testování odlehlých hodnot a kriticky hodnotí postupy odhadu charakteristických pevností podle ČSN EN 13791 a základního Eurokódu ČSN EN 1990. Postup podle ČSN EN 13791 je částečně statisticky nepodložený, a proto se doporučuje jej plně harmonizovat s obecnými zásadami ČSN EN 1990.

New standard ČSN EN 13791 (2020) provides the procedures for estimating characteristic strength of in-situ concrete using cores specimens. The submitted contribution reviews the testing of outlying observations and compares the estimation in accordance with ČSN EN 13791 and ČSN EN 1990. It is shown that the approaches in ČSN EN 13791 are only partly based on the principles of mathematical statistics and it is recommended to harmonise fully the estimation with the procedures in ČSN EN 1990.

Nová evropská norma EN 13791 (2019) Assessment of in-situ compressive strength in structures and precast concrete components je již zavedena do soustavy českých norem pod označením ČSN EN 13791 (2020) Posuzování pevnosti betonu v tlaku v konstrukcích a v prefabrikovaných betonových dílcích [2]. Norma uvádí postupy stanovení charakteristické pevnosti betonu v existujících konstrukcích na základě zkoušek vzorků odebraných z konstrukce. Nová ustanovení, která navazují na předchozí (dnes již neplatnou) normu EN 13791 (2007) [1], jsou pokusem o sjednocení s obecnými zásadami uvedenými v platném Eurokódu ČSN EN 1990 (2004) [3].

Testy odlehlých pozorování

ČSN EN 13791 (2020) [2] uvádí nejdříve testy odlehlých pozorování, které je účelné uplatnit před zpracováním dostupného souboru měření. Jestliže jsou minimální nebo maximální hodnoty souboru výrazně odlišné od ostatních pozorování, pak může jít o odlehlá pozorování (ovlivněná nepřesnostmi měření, lokálními odchylkami nebo chybami

záznamu naměřené hodnoty), která je nutné prověřit. V těchto případech se uplatňují statistické testy odlehlých pozorování umožňující odlišit náhodné a významné (nenáhodné) odchylky a rozhodnout, která pozorování je třeba vyloučit z dalšího zpracování souboru dostupných měření.

Nejčastěji se uplatňují Grubbsův test a Dixonův test [4] až [7]. V nové ČSN EN 13791 (2020) [2] se uvádí pouze Grubbsův test, který předpokládá, že soubor pozorování byl odebrán ze základního souboru s normálním rozdělením. Souborová data měření $f_{(i)}$ jsou nejdříve seřazena podle velikosti:

$$f_{(1)} \leq f_{(2)} \leq f_{(3)} \leq \dots \leq f_{(n-1)} \leq f_{(n)}. \quad (1)$$

Pokud se předpokládá lognormální rozdělení pevnosti betonu v tlaku, nahradí se hodnoty $f_{(i)}$ přirozenými logaritmy $\ln f_{(i)}$.

Extrémní hodnoty $f_{(1)}$ a $f_{(n)}$ jsou předmětem testu odlehlých pozorování. Nejmenší hodnota $f_{(1)}$ se považuje za odlehlé pozorování (vlivem nepřesnosti měření, lokálních odchylek a chyb v záznamu), jestliže:

$$\begin{aligned} \tau_0 &= (f_m - f_{(1)}) / s \geq \tau_\alpha, \\ f_m &= \sum f_{(i)} / n, \\ s &= \sqrt{[\sum (f_{(i)} - f_m)^2] / (n - 1)}, \end{aligned} \quad (2)$$

kde f_m označuje průměr a s směrodatnou odchylku souboru měření. Kritická hodnota testu τ_α je uvedena v tabulkách v závislosti na hladině významnosti α , která udává pravděpodobnost chyby prvního druhu, tj. chybného rozhodnutí. V případě testů odlehlých pozorování se zpravidla uvádějí hladiny významnosti $\alpha = 1 - p = 1\%$ nebo 5% , kde α představuje pravděpodobnost chybného označení dobrého pozorování za odlehlé a p je pravděpodobnost přijetí dobrého pozorování. Tabulka uvedená v normě [2] udává hladinu významnosti 1% a je převzata z ISO 5725-2 [7] a americké národní normy ASTM E 178-02 [4] (norma ASTM však pro jednostranný test odlehlých pozorování uvádí k těmto kritickým hodnotám hladinu významnosti $0,5\%$). Pokud $\tau_0 \geq \tau_\alpha$, považuje se odchylka nejmenší hodnoty $f_{(1)}$ za významnou.

Předpoklad Grubbsova testu, že testovaná měření $f_{(i)}$ představují vý-

běr z normálního (Gauss–Laplaceovo) rozdělení, není vždy splněn, zejména u betonů s větší variabilitou pevnosti. Proto se při testu odlehklých pozorování používá také jednodušší Dixonův test [4], [5], [6], který je nezávislý na typu rozdělení a nevyžaduje výpočet průměru a směrodatné odchylky s. Podrobný popis obou uvedených testů odlehklých pozorování (odchylek nejmenších a největších měření) je uveden v dokumentech [4], [5], [6] včetně potřebných numerických tabulek kritických hodnot testovaných veličin.

Následující příklad ověření odchylky nejmenší hodnoty pevnosti betonu u souboru šesti měření ($n = 6$) ukazuje uplatnění obou testů. Hodnoty měření [MPa] jsou uvedeny níže včetně odpovídajících charakteristik (minimální hodnoty f_{\min} , průměru f_m , výběrové směrodatné odchylky s a Grubbsovy testované veličiny τ_0):
 $f_{(i)} = \{20; 29,9; 30,4; 31,4; 31,9; 32\}$,
 $f_{\min} = 20$,
 $f_m = 29,3$,
 $s = 4,62$,
 $\tau_0 = 2,01$.

Průměr souboru je 29,25 MPa, směrodatná odchylka 4,59 MPa a hodnota testované veličiny podle rovnice (2) činí $\tau_0 = 2,01$. Kritická hodnota testované veličiny pro hladinu významnosti $\alpha = 1\%$ činí $\tau_\alpha = 1,97$ [4] až [7]. Protože $\tau_0 \geq \tau_\alpha$, odchylka nejmenší hodnoty $f_{(1)}$ se považuje za významnou a při odhadu charakteristické hodnoty se toto měření neuvažuje. Opakování testu pro soubor s vyloučeným odlehlým pozorováním ($n = 5$) již ani minimální, ani maximální hodnotu za odlehlé pozorování neoznačuje.

Dixonův test pro nejmenší naměřenou pevnost $f_{(1)}$ uplatňuje testovanou veličinu danou poměrem

$$\omega_0 = (f_{(2)} - f_{(1)}) / (f_{(n)} - f_{(1)}) \quad (3)$$

a nezávislou na typu rozdělení testované veličiny. Analogická testovaná veličina se uplatňuje při ověřování odchylky největší naměřené hodnoty. Kritické hodnoty ω_α pro obvyklé hladiny významnosti $\alpha = 1 - p = 0,05$ a 0,01 jsou uvedeny v publikacích [4], [5]. Pro soubor šesti pozorování

($n = 6$) jde o hodnoty 0,560 a 0,698. Pro $\omega_0 \leq \omega_\alpha$ je odchylka extrémní hodnoty $f_{(1)}$ považována za náhodnou. Příkladem je opět předchozí soubor šesti měření pevnosti betonu, pro který vychází testovaná hodnota: $\omega_0 = (29,85 - 20,04) / (32 - 20,04) = 0,82$, která je větší než kritická hodnota $\omega_\alpha = 0,698$ pro hladinu významnosti $\alpha = 1\%$. Protože $\omega_0 \geq \omega_\alpha$, významná odchylka měření $f_{(1)}$ se tedy Dixonovým testem potvrzuje.

Stanovení charakteristické pevnosti

Po zvážení odlehklých pozorování se charakteristická pevnost betonu f_{ck} (5% kvantil rozdělení pevnosti f_c) podle článku 8.1 v ČSN EN 13791 (2020) [2] určí jako menší ze dvou hodnot $f_{ck,EN}$ a $f_{ck,is}$, stanovených ze vztahů:

$$f_{ck,EN} = f_{cm(n),is} - k_n s, \quad (4)$$

$$f_{ck,is} = f_{c,is,lowest} + M, \quad (5)$$

$$f_{ck} = \min(f_{ck,EN}, f_{ck,is}), \quad (6)$$

kde $f_{cm(n),is}$ označuje průměr souboru n měření, $f_{c,is,lowest}$ nejmenší naměřenou hodnotu v souboru n měření, součinitel k_n je v závislosti na počtu měření uveden v normě ČSN EN 1990 [3] a s je směrodatná odchylka (výběrová hodnota stanovená z měřených dat). Rezerva M uvedená v tab. 1 v závislosti na nejmenší naměřené hodnotě v souboru n měření navyšuje tuto nejmenší hodnotu $f_{c,is,lowest}$ podle vztahu (5).

Tab. 1 představuje jednu z důležitých změn v porovnání s předešlým zněním EN 13791 (2007) [1], kde se uvažovala konstantní rezerva 4 MPa.

Odhad charakteristické hodnoty $f_{ck,EN}$ podle vztahu (4) odpovídá známé statistické metodě uplatněné v normě ČSN EN 1990 [3]. Druhý odhad charakteristické pevnosti podle vztahu (5) se také liší od obdobného vztahu v předchozím znění EN 13791 (2007) [1] a není statisticky podložen. Není také zřejmé, který ze vztahů (4) a (5) vede k nižším odhadům charakteristické pevnosti a za jakých podmínek.

Uvážíme-li opět původní soubor šesti měření z předchozího oddílu, dosazení do vztahů (4) a (5) vede

k odhadu charakteristické hodnoty $f_{ck} = 19,2$ MPa ($k_{n=6} = 2,18$ se uvažuje podle ČSN EN 1990 pro variantu „neznámého variačního koeficientu“):
 $f_{ck,EN} = 29,3 - 2,18 \times 4,62 = 19,2$ [MPa]
 $f_{ck,is} = 20 + 4 = 24$ [MPa].

Pro soubor s odstraněným odlehlým pozorováním se nejprve odhadnou statistické charakteristiky [MPa]:
 $f_{cm(n),is} = 31,1$; $s = 0,93$; $f_{c,is,lowest} = 29,9$.

Článek 8.1(2) v ČSN EN 13791 [2] omezuje variační koeficient pevnosti betonu v tlaku minimální hodnotou 8%, $V = s / f_{cm(n),is} \geq 8\%$. To pro soubor bez odlehlého pozorování odpovídá směrodatné odchylce $0,08 \times 31,1 = 2,49$ MPa (poznamenajme, že u původního souboru se toto omezení neuplatní, protože $V = 16\% \geq 8\%$).

Dosazením do vztahů (4) a (5) pro redukovaný soubor odhadneme $f_{ck} = 25,3$ MPa (pro $k_{n=5} = 2,34$):
 $f_{ck,EN} = 31,1 - 2,34 \times 2,49 = 25,3$ [MPa],
 $f_{ck,is} = 29,9 + 4 = 33,9$ [MPa].

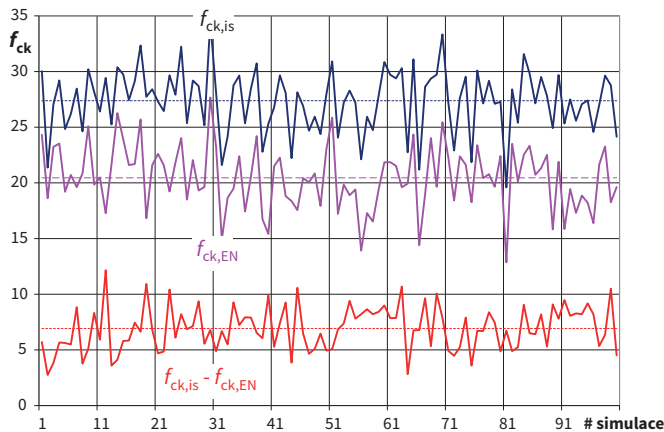
Po vyloučení odlehlého pozorování tedy vychází charakteristická hodnota o více než 30% vyšší.

Detailní porovnání obou postupů odhadu charakteristické pevnosti se dále provádí na základě simulace souborů měření o různé četnosti. Simulace souborů měření pevnosti betonu o předpokládané pevnosti 30 MPa a směrodatné odchylce 5 MPa je pro malé soubory ($n = 8$) zachycena na obr. 1. Výsledky odhadů charakteristické pevnosti podle vztahů (4) a (5) zachycené na obr. 1 naznačují, že odhad podle vztahu (5) vede k hodnotám vyšším (přibližně o 4 MPa) než odhad podle vztahu (4).

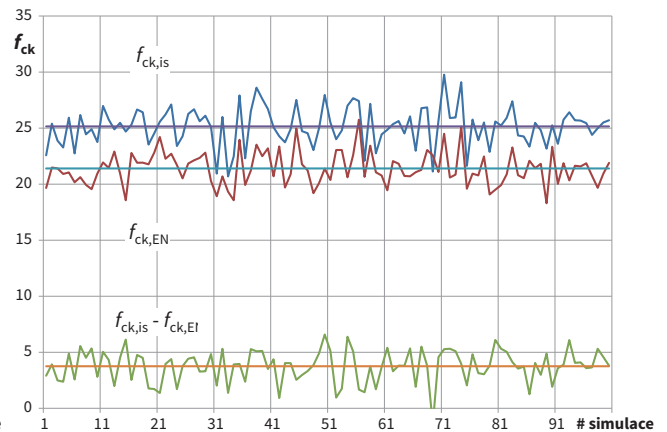
Výsledky zachycené na obr. 1 potvrzují poznatky z předchozí studie [8] zaměřené na EN 13791 (2007) [1]: vztah (5), který se odlišuje od obecných zásad základní normy

Tab. 1 Hodnoty rezervy M ve vztahu (5)
Tab. 1 Values of margin M to be applied in relationship (5)

Nejmenší hodnota $f_{c,is,lowest}$ [MPa]	Rezerva M [MPa]
≥ 20	4
$\geq 16 < 20$	3
$\geq 12 < 16$	2
< 12	1



1



2

ČSN EN 1990, vede k vyšším (nebezpečným) hodnotám charakteristické pevnosti než vztah (4). Rozptyl výsledných pevností je navíc podle vztahu (5) větší než podle vztahu (4). Obdobný poznatek platil rovněž pro předešlé znění normy EN 13791 (2007) [1].

Podobný poznatek plyne z příkladu simulace větších souborů. Obr. 2 zachycuje simulaci souborů měření pevnosti o četnosti $n = 30$ pro beton stejné předpokládané pevnosti jako na obr. 1.

Očekávané rozdíly mezi odhady podle vztahů (4) a (5)

Norma [2] uvažuje menší ze dvou hodnot pro stanovení charakteristické pevnosti betonu:

- vztah (4) podobný metodice uvedené v Eurokódu EN 1990 [3] – výsledná pevnost je označena $f_{ck,EN}$,
- vztah (5) podobný postupu v předchozí verzi EN 13791 [1] – výsledná pevnost je označena $f_{ck,is}$.

Očekávané výsledky obou těchto postupů jsou stanoveny na základě simulací pevnosti betonu a omezeného počtu měření. Předpokládá se lognormální rozdělení pevnosti s průměrem $\mu = 30$ MPa a směrodatnou odchylkou $\sigma = 5$ MPa. Počet měření na jádrových vývrtech je v [2] omezen minimální hodnotou $n = 8$. Statistické ukazatele charakteristických pevností betonu stanovených oběma postupy na základě 100 simulovaných souborů osmi měření jsou uvedeny v tab. 2, na základě stejného počtu souborů třiceti měření v tab. 3.

1 Simulace odhadů charakteristických hodnot pro soubory $s = 8$ pro beton s pevností o průměru 30 MPa a směrodatné odchylce 5 MPa **2** Simulace odhadů charakteristických hodnot pro soubory $s = 30$ pro beton s pevností o průměru 30 MPa a směrodatné odchylce 5 MPa

1 Characteristic values for samples with $n = 8$ for concrete with mean strength of 30 MPa and standard deviation of 5 MPa **2** Characteristic values for samples with $n = 30$ for concrete with mean strength of 30 MPa and standard deviation of 5 MPa

Průměrná charakteristická pevnost $f_{ck,EN}$ je nižší než pevnost $f_{ck,is}$ – při osmi měřeních o 7 MPa, při třiceti měřeních o 4 MPa. S rostoucím počtem měření směrodatná odchylka a variační koeficient mírně klesají, více u $f_{ck,EN}$ než u $f_{ck,is}$. Očekávaný počet simulací, kdy $f_{ck,is} \leq f_{ck,EN}$, mírně vzrůstá. Výsledky simulací tedy naznačují, že charakteristická pevnost $f_{ck,EN}$ je vesměs výrazně nižší než pevnost $f_{ck,is}$. Doporučuje se proto metodika odvozená ze zásad Eurokódu ČSN EN 1990 [3], která poskytuje výsledné hodnoty charakteristické pevnosti na bezpečné straně.

Diskuze

Pro většinu běžných případů požaduje norma ČSN EN 13791 [2] pro hodnocení charakteristické hodnoty výsledky tlakových zkoušek alespoň z osmi jádrových vývrťů. Získání dostatečného množství měření redukuje statistické nejistoty (zohledněné součinitelem k_n). Mohou však nastat případy, kdy je zajištění osmi měření obtížné nebo nadbytečné, např.:

- při omezeném přístupu ke konstrukci,
- pokud se ověřuje existující prvek o malých rozměrech,
- u ohýbaných prvků, o jejichž únosnosti rozhoduje výztuž.

Tab. 2 Statistické ukazatele charakteristických pevností $f_{ck,EN}$ a $f_{ck,is}$ stanovených na základě simulace 100 souborů $s = 8$

Tab. 2 Statistical characteristics of $f_{ck,EN}$ and $f_{ck,is}$ based on simulations of 100 samples with $n = 8$

Charakteristická pevnost	Průměr ze 100 simulací [MPa]	Směrodatná odchylka [MPa]	Variační koeficient	Očekávaný počet souborů, kdy $f_{ck,is} \leq f_{ck,EN}$
$f_{ck,EN}$	20,4	2,73	0,134	0 %
$f_{ck,is}$	27,6	2,40	0,087	

Tab. 3 Statistické ukazatele charakteristických pevností $f_{ck,EN}$ a $f_{ck,is}$ stanovených na základě simulace 100 souborů $s = 30$

Tab. 3 Statistical characteristics of $f_{ck,EN}$ and $f_{ck,is}$ based on simulations of 100 samples with $n = 30$

Charakteristická pevnost	Průměr ze 100 simulací [MPa]	Směrodatná odchylka [MPa]	Variační koeficient	Očekávaný počet souborů, kdy $f_{ck,is} \leq f_{ck,EN}$
$f_{ck,EN}$	21,4	1,57	0,073	2 %
$f_{ck,is}$	24,8	2,26	0,091	

V těchto případech se doporučuje postupovat podle ČSN EN 1990 [3] a zvážit omezení variačního koeficientu pevnosti betonu v tlaku – hodnoty pod 8 % lze očekávat pouze ve výjimečných případech (např. u prefabrikovaných konstrukcí nebo u konstrukcí s vysokou kontrolou provádění).

ČSN EN 13791 [2] neuvažuje pro odhad charakteristické hodnoty postup se známým variačním koeficientem (uplatnitelný např. u prefabrikované konstrukce, u které jsou zkušenosti s hodnocením obdobných konstrukcí – příkladem mohou být panelové budovy nebo typizované prefabrikované nosníky). Znalost variačního koeficientu výrazně snižuje statistické nejistoty a nemusí být nutné na konstrukci provádět větší množství vývrtů.

Nově zavedená norma také neuvádí možnost odhadnout charakteris-

tickou hodnotu na základě kombinace nových měření a předchozích zkušeností s využitím tzv. Bayesovských postupů. I tento postup, zavedený mj. v ČSN 73 0038 pro hodnocení existujících konstrukcí [9], umožňuje snížit statistické nejistoty – podrobněji v [5], [6], [10].

Závěrečná poznámka

Nová norma ČSN EN 13791 [2] zdůrazňuje význam testování odlehklých hodnot. Numerický příklad v článku ukazuje, že hodnota s extrémní odchylkou může významně snížit odhad charakteristické hodnoty. ČSN EN 13791 [2] dále uvádí postupy odhadu charakteristických pevností betonu odlišné v porovnání s předešlým zněním EN 13791 [1] i se základním dokumentem ČSN EN 1990 [3]. Charakteristické hodnoty stanovené podle dvou postupů uvedených v ČSN EN 13791 [2] – vztahy (4) a (5) – se navzájem významně liší (v průměru o 4 MPa). Poněvadž se jako charakteristická hodnota uvažuje menší z odhadů podle obou vztahů, vztah (5) se v naprosté většině praktických aplikací neuplatní. Vztah (5), založený na nejmenší hodnotě v souboru měření, není statisticky podložený. Doporučuje se proto plně harmonizovat postup stanovení charakteristické hodnoty pevnosti betonu podle ČSN EN 13791 [2] s obecnými zásadami ČSN EN 1990, která navíc uvažuje postup se známým variačním koeficientem.

Příspěvek vznikl v rámci řešení projektu 20-01781S podporovaného GA ČR.



prof. Ing. Milan Holický, Ph.D., DrSc.
milan.holicky@cvut.cz



doc. Ing. Miroslav Sýkora, Ph.D.
miroslav.sykora@cvut.cz



Ing. Karel Jung, Ph.D.
karel.jung@cvut.cz

všichni: Kloknerův ústav ČVUT v Praze

Článek byl posouzen odborným lektorem.
The article was reviewed.

Zdroje:

- [1] EN 13791. *Assessment of in-situ compressive strength in structures and precast concrete components*. Brussels: CEN, 2007.
- [2] ČSN EN 13791. *Posuzování pevnosti betonu v tlaku v konstrukcích a v prefabrikovaných betonových dílcích*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2020.
- [3] ČSN EN 1990. *Základy navrhování konstrukcí*. Praha: Český normalizační institut, 2004.
- [4] ASTM E 178-02. *Standard Practice for Dealing with Outlying Observations*. Washington: ASTM International, 2002.
- [5] HOLICKÝ, M. *Aplikace pravděpodobnosti a matematické statistiky*. Praha: ČVUT, Kloknerův ústav, 2015. 163 s. ISBN 978-80-01-05803-9.
- [6] HOLICKÝ, M. *Introduction to Probability and Statistics for Engineers*. Heidelberg: Springer, 2013. 181 s. ISBN 978-3-642-38299-4.
- [7] ČSN ISO 5725-2. *Přesnost (pravdivost a preciznost) metod a výsledků měření – Část 2: Základní metoda pro stanovení opakovatelnosti a reprodukovatelnosti normalizované metody měření*. Brussels: CEN, 2007.
- [8] HOLICKÝ, M., JUNG, K., SÝKORA, M., Stanovení charakteristické pevnosti konstrukcí z betonu na základě zkoušek. *Stavebnictví*. 2009, č. 2, s. 53–57. Brno, Expo data. ISSN 1802-2030.
- [9] ČSN 73 0038. *Hodnocení a ověřování existujících konstrukcí – doplňující ustanovení*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2019.
- [10] HOLICKÝ, M. *Hodnocení existujících konstrukcí*. Praha: Česká technika – nakladatelství ČVUT, 2019. 84 s. ISBN 978-80-01-06523-5.