

VZNIK TRHLIN V BETONU VLIVEM NESILOVÝCH ÚČINKŮ

INITIATION OF CONCRETE CRACKING DUE TO NON-FORCE EFFECTS

Marek Vinkler, Jaroslav Procházka

Článek se zabývá vznikem trhlin v betonových konstrukcích vlivem nesilových účinků, zejména vývinem hydratačního tepla a vysycháním betonu. Uvedena je základní fyzikální podstata nesilových účinků a jejich vliv na vznik, rozvoj a šířku trhlin. Pro porovnání je ukázán výpočet nutné plochy výztuže na tyto účinky s ohledem na limitní šířku trhliny dle normových doporučení a detailním numerickým výpočtem. Tento článek je pokračováním článku zabývajícím se šířkou trhlin od mechanického zatížení [11]. ■ The paper deals with initiation of concrete cracking due to non-force effects, particularly due to evolution of heat hydration and drying of concrete. Physical basis of non-force effects and consequences for initiation, propagation and crack width are discussed. For comparison, calculations of the required area of reinforcement with respect to limitation of crack width according to recommendations and complex numerical calculation is provided. This paper follows the article focusing on crack width due to mechanical loading [11].

Vznikem a šířkou trhlin od mechanického zatížení se zabýval předcházející článek [11]. V tomto příspěvku jsou popsány vznik a šířka trhlin od nesilových účinků. Mezi nesilové účinky můžeme zařadit vynucené nebo omezené deformace vlivem objemových změn betonu. Tyto objemové změny souvisejí s ustáleným nebo neustáleným transportem tepla a vlhkosti betonem. Nejčastější jevy s tím související jsou: vývin hydratačního tepla, vysychání betonu, smršťování a dotvarování betonu. Nerovnoměrná tendence k objemové změně způsobená gradientem teploty nebo vlhkosti v průřezu vede ke vzniku rovnovážných napětí, která mohou překročit okamžitou pevnost betonu v tahu a dochází tak ke vzniku trhlin. Tímto způsobem nesilové účinky přímo ovlivňují trvanlivost a použitelnost betonových konstrukcí.

V mezních stavech použitelnosti se zavádí limitní kritéria, která zajistí přijatelný vzhled, použitelnost a trvanlivost konstrukce. Tato kritéria se týkají omezení přetvoření, napětí v betonu i ve výztuži a omezení šířky trhlin. Obvykle se požaduje limitní šířka trhlin 0,1 až 0,4 mm dle agresivity prostředí a typu konstrukce. Problematika minimálního množství výztuže na nesilové účinky je v praxi často podceňována. Když

už se jí projektant zabývá, má k dispozici pouze zjednodušené normové vztahy, které zdaleka nereflktují komplexitu celého problému. Nejjednodušším řešením je potom předdimenzování množství výztuže.

V dalších částech budou identifikovány jednotlivé faktory ovlivňující vznik a šířku trhlin od nesilových účinků. Významné inženýrské problémy, jako jsou vývin hydratačního tepla a smršťování od vysychání betonu, budou probrány detailněji. Na závěr bude proveden výpočet nutné plochy výztuže na danou limitní šířku trhliny pomocí sofistikovaného numerického modelu v porovnání s výpočtem pomocí normových doporučení.

NESILOVÉ ÚČINKY

Nesilové účinky jsou typem namáhání konstrukcí, které vznikají z nesejnoměrné tendence k objemové změně v průřezu prvku, popř. z omezené deformace. Vzhledem k tomu, že musí být zachována kompatibilita deformací a z hypotézy o zachování rovinnosti průřezu po deformaci plyne, že i v prvku, který se může volně deformovat, dochází ke vzniku samorovnovážných napětí.

Například vývinem hydratačního tepla, kdy se jádro průřezu ohřívá více než povrchové vrstvy, dojde ke vzniku nerovnoměrné tendence k tepelné délkové změně. Prvek se protáhne a v povrchové vrstvě vznikají tahová napětí a v jádře průřezu tlaková napětí, která vyrovnávají menší, resp. větší tendenci k protažení. U volného prvku jsou tato napětí samorovnovážná, tj. normálová síla od těchto napětí je nulová. U prvku upnutého v konstrukci (např. stěna vetknutá do základové desky) vznikají navíc v průřezu vnitřní síly vlivem omezení deformace. Stejný případ je možné pozorovat u vysychání, kdy povrchové vrstvy vysychají mnohem rychleji než zbytek průřezu a výsledkem je podobné rozložení napjatosti jako u vývinu hydratačního tepla – povrchové vrstvy jsou tažené, zbytek průřezu je tlačný. Pokud jsou podmínky symetrické, musí být symetrická i napjatost. Složitější průběh napjatosti nastává v dalších fázích, kdy se nerovnoměrná tendence k objemové změně postupně vyrovnává – chladnutím průřezu u hydratace a postupem vysychání i do vnitřních částí průřezu.

Dalším faktorem ovlivňujícím průběh napjatosti je dotvarování a relaxace, které u mladého betonu hrají významnou roli. Pokud tahová napětí překročí okamžitou pevnost betonu v tahu, vznikne trhlinka, která způsobí redistribuci napětí a navíc v tu chvíli dojde ke skokové aktivaci tahové síly ve výztuži. Pro omezení šířky trhliny na přijatelnou míru musí být výztuž správně navržena.

Z uvedeného vyplývá, že pro správnou analýzu chování konstrukce na nesilové účinky musí být zohledněny zejména tyto faktory:

- tepelné a vlhkostní transportní charakteristiky betonu,
- závislost pevnostních, deformačních a lomových vlastností betonu na čase (pevnost v tahu, modul pružnosti atd.),
- dotvarování a relaxace betonu (včetně vlivu teploty na tyto jevy),
- vlastnosti prostředí (relativní vlhkost, teplota, rychlost větru, srážky),
- charakteristiky vyztužení (množství, průměr a poloha výztuže),
- rychlost, velikost a časový průběh vývinu hydratačního tepla,
- způsob omezení deformace prvku (upnutí v konstrukci, tření o podloží atd.),
- postup výstavby (odbednění, ošetřování atd.).

Vývin hydratačního tepla

Rozložení teploty po průřezu betonové stěny je možné popsat diferenciální rovnicí 2. řádu parabolického typu (tzv. difúzní rovnice). Tato rovnice vyplývá ze zákona zachování energie. Pole teploty $T(x,t)$ pro jednorozměrnou úlohu s délkovou proměnou x a časovou proměnou t je možné popsat takto:

$$\rho c_p \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \right] + Q_H(t_e) \quad (1)$$

kde ρ [kg/m³] je objemová hmotnost betonu, c_p [J/kg/K] izobarická měrná tepelná kapacita, λ [W/m/K] tepelná vodivost betonu a $Q_H(t_e)$ [W/m³] zdrojový člen popisující vývin hydratačního tepla v závislosti na ekvivalentním stáří t_e [s]. Rovnici je nutné doplnit o počáteční a okrajové podmínky. Okrajové

vou podmínku uvažujeme konvekčního typu (s přestupem tepla). Počáteční podmínku uvažujeme beton v tepelné rovnováze s okolním prostředím $T(x,0) = T_{en}$.

Vývin hydratačního tepla je popsán pomocí modelu od autorů Schindler, Folliard [10]. Hydratace je zde popsána pomocí stupně hydratace $\alpha(t_e)$ [-], který je funkcí ekvivalentního času:

$$\alpha(t_e) = \alpha_u \exp\left[-\left(\frac{\tau}{t_e}\right)^\beta\right] \cong \frac{H(t_e)}{H_T} \quad (2)$$

kde α_u [-] je finální stupeň hydratace, $H(t_e)$ [J/m³] hydratační teplo uvolněné v daném čase, H_T [J/m³] celkové hydratační teplo, β [-] a τ [h] jsou parametry modelu. Ekvivalentní stáří betonu závisí na historii teploty v daném bodě průřezu, viz např. [10].

Rychlost vývinu hydratačního tepla získáme časovou derivací funkce $H(t_e)$, která představuje zdrojový člen v rovnici (1):

$$Q_H(t_e) = \frac{dH(t_e)}{dt} = H_T \left(\frac{\tau}{t_e}\right)^\beta \left(\frac{\beta}{t_e}\right) \cdot \alpha(t_e) \exp\left[-\frac{E_a}{R} \left(\frac{1}{T_c} - \frac{1}{T_r}\right)\right] \quad (3)$$

Exponenciální člen v rovnici (3) představuje časovou derivaci ekvivalentního času. Jednotlivé parametry modelu – finální stupeň hydratace α_u , parametry β a τ , celkové hydratační teplo H_T a aktivační energie hydratace E_a – byly stanoveny na základě analýzy experimentálních dat v závislosti na chemickém složení cementu a hydraulických přísadách, jemnosti mletí cementu, vodním součiniteli atd. [10].

Vysychání betonu

Vysychání betonu je možné popsat též pomocí parciální diferenciální rovnice 2. řádu [1], [12], která je parabolického typu (difúzní rovnice). Pole relativní vlhkosti $h = h(x,t)$ pro jednorozměrnou úlohu s délkovou proměnou x a časovou proměnou t je možné popsat takto:

$$\frac{\partial u}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[D_h \frac{\partial h}{\partial x} \right] + \frac{\partial h_s}{\partial t} + \kappa \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4)$$

kde u [kg/kg] je hmotnostní vlhkost betonu, h [Pa/Pa] pórová relativní vlhkost betonu, $\partial u/\partial h$ [-] sklon sorpční izotermy (tzv. inverzní vlhkostní kapacita), D_h [m²/s] difuzivita betonu, h_s [Pa/Pa] pokles relativní vlhkosti betonu vlivem samovysychání (spotřeba vo-

dy na hydrataci), κ [1/K] hygrotermický koeficient, T [K] teplota. Rovnice (4) byla odvozena ze zákona zachování hmotnosti, koeficienty jsou funkcí složení betonu a zejména vlhkosti betonu, tedy vlastního řešení. Tato závislost je silně nelineární, čímž se komplikuje řešení této rovnice.

Pokles relativní vlhkosti betonu vlivem spotřeby vody na hydrataci se pro běžné betony pohybuje kolem 2 až 10 %. Pro vysokohodnotné betony s nízkým vodním součinitelem může tento pokles dosahovat desítek procent [9]. Uvážíme-li, že množství vody nutné pro kompletní hydrataci cementu je 0,253 kg/kg [9], můžeme úbytek hmotnostní vlhkosti vlivem samovysychání popsat pomocí tohoto údaje, množství cementu, hustoty betonu a stupně hydratace. Převod mezi hmotnostní vlhkostí a relativní vlhkostí je možný pomocí sorpční izotermy betonu.

Sorpční izotermy betonu můžeme popsat například pomocí BSB modelu [4]:

$$u = \frac{CkV_m h}{(1-kh)[1+(C-1)kh]} \quad (5)$$

kde tři prezentované parametry C , k , V_m [-] jsou funkcí složení betonu, stáří betonu, doby ošetřování a teploty [12]. Stáří betonu je vhodné nahradit tzv. ekvivalentním stářím (časem), které závisí na historii vlhkosti a teploty v daném bodě průřezu, viz např. [1].

Difuzivitu betonu je možné popsat modelem získaným z analýzy experimentálních dat [12]:

$$D_h = \alpha_h + \beta_h \left\{ 1 - \exp\left[-10^{\gamma_h(h-1)} \ln 2\right] \right\} \quad (6)$$

Tři parametry α_h , β_h [m²/s] a γ_h [-] jsou funkcemi vodního součinitele betonu.

Okrajovou podmínku vysychajícího povrchu je možné uvažovat konvekčního typu a okrajovou podmínku nevysychajícího povrchu uvažujeme pomocí konstantního gradientu vlhkosti. Počáteční podmínku uvažujeme jako stav, kdy pokles relativní vlhkosti vlivem samovysychání již proběhl $h(x,0) = 1 - \Delta h_s$.

NAPJATOST OD NESILOVÝCH ÚČINKŮ

Napjatost v průřezu vlivem nesilových účinků je možné stanovit z podmínek rovnováhy. Uvažujeme-li symetrické podmínky, vystačíme si pouze s jednou podmínkou pro normálovou sílu v průřezu:

$$\int_0^{h_D} \sigma(x,t) dx = N \quad (7)$$

kde $\sigma(x,t)$ [Pa] je pole napětí a h_D [m] tloušťka stěny. Obecně, pokud je prvek upnutý v konstrukci, která brání jeho deformaci, musí být napjatost stanovena na základě globální analýzy. Jako zjednodušení je možné použít koeficient omezení normálové deformace R_N [-], který se určí z globálního lineárního výpočtu jako poměr nerealizované deformace (tj. rozdíl deformace volného a upnutého prvku) a deformace, která by nastala, pokud by byl prvek volný, nebo je možné použít přibližné hodnoty dané v ČSN EN 1992-3 [6]. Výsledkem je obecně vznik vnitřních sil z omezené deformace. Pro volný prvek musí být normálová síla nulová. Beton předpokládáme jako stárnoucí materiál s viskoelastickým chováním. Potom můžeme díky aditivnosti deformace napsat tento inkrementální vztah [3] pro normálovou deformaci:

$$\Delta \varepsilon = (1 - R_N) \cdot \left(J_{k+1,k} \Delta \sigma_i + \Delta \varepsilon_i^v + \Delta \varepsilon_i^T + \Delta \xi_i \right) \quad (8)$$

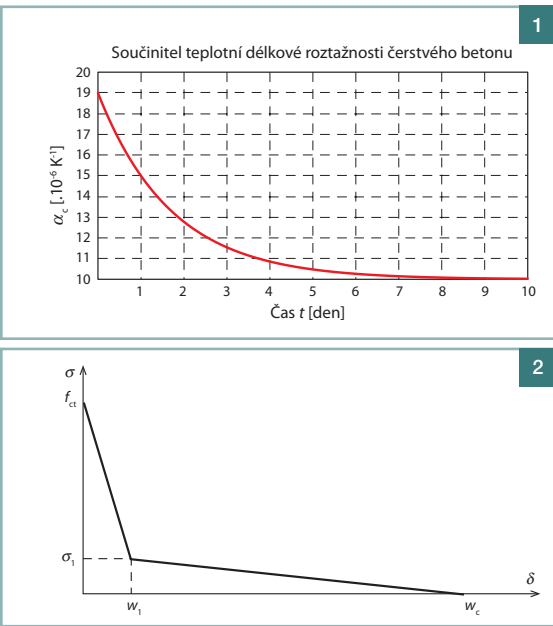
$$\Delta \varepsilon_i^T = \alpha \Delta T_i, \quad \Delta \varepsilon_i^h = k_{sh} \Delta h_i \quad (9)$$

kde $\Delta \varepsilon$ [-] je přírůstek celkové deformace během časového kroku $\Delta t = t_{k+1} - t_k$ [s], $\Delta \sigma_i$ [Pa] přírůstek napětí, $\Delta \varepsilon_i^v$ [-] přírůstek viskoelastické deformace, $\Delta \varepsilon_i^T$ [-] přírůstek deformace vlivem změny teploty, $\Delta \varepsilon_i^h$ [-] přírůstek deformace vlivem změny vlhkosti (smršťování z vysychání), ΔT_i [K] přírůstek teploty, Δh_i [-] přírůstek vlhkosti, $\Delta \xi_i$ [-] přírůstek deformace vlivem trhlin, $J_{k+1,k}$ [1/Pa] krátkodobá viskoelastická funkce poddajnosti pro příslušný časový krok a α [1/K] koeficient teplotní délkové roztažnosti betonu, k_{sh} [-] součinitel délkové změny pro smršťování z vysychání betonu.

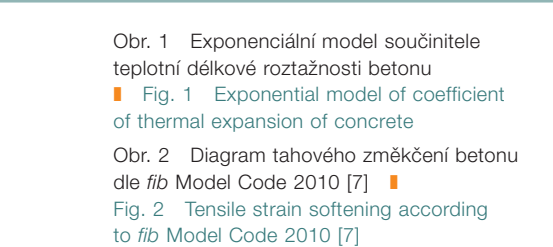
Součinitel teplotní délkové roztažnosti čerstvého betonu je větší než u vyzrálého betonu. Pro časový vývoj součinitele teplotní délkové roztažnosti betonu byl použit jednoduchý exponenciální model, který začíná na hodnotě $19 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ v čase $t = 0$ a limitně se blíží hodnotě $10 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ pro nekonečný čas [8] (obr. 1).

Přírůstek deformace vlivem potrhání průřezu je možné určit použitím modelu rozetřených trhlin, kdy se uvažuje vliv jednotlivých trhlin na přenos tahových napětí, které se přenáší mezi trhlami, pomocí tahového změkčení betonu [3]:

$$\xi_i = \frac{\delta_i}{s_{\max}} = \frac{f(\sigma_i)}{s_{\max}} \quad (10)$$



Obr. 1 Exponenciální model součinitele teplotní délkové roztažnosti betonu
 ■ Fig. 1 Exponential model of coefficient of thermal expansion of concrete



Obr. 2 Diagram tahového změkčení betonu dle fib Model Code 2010 [7]
 ■ Fig. 2 Tensile strain softening according to fib Model Code 2010 [7]

kde s_{max} [m] je maximální vzdálenost trhlin (viz např. [3]) a $\delta_1 = f(\sigma_1)$ [m] rozvětvení trhliny popsané rostoucí funkcí napětí. Pro diagram tahového změkčení je možné použít model dle fib Model Code 2010 [7] (obr. 2). Jednotlivé veličiny v diagramu jsou závislé na pevnosti betonu v tahu a na lomové energii.

Pro výpočet je nutné se zabývat i odtěžováním a opětovným zatížením v diagramu tahového změkčení. Zde byl zvolen zjednodušený postup, kdy odtěžovací větev se vrací lineárně do počátku a větev pro opětovné zatížení míří lineárně do místa maximální dosažené deformace od trhlin ξ_{max} .

NUMERICKÉ MODELOVÁNÍ

Vývoj teplot od hydratace je numericky řešen pomocí metody konečných prvků s lineárními básovými funkcemi. Algoritmus výpočtu probíhá iterativně, kdy v každém časovém kroku je pomocí Newton-Raphsonovy semiimplicitní metody řešení zpřesňováno, dokud není splněna konvergenční podmínka. Obdobným způsobem, nicméně nezávisle, je řešen vývoj vlhkosti v betonu vlivem vysychání.

Vývoj napětí je numericky řešen obdobně jako pole teploty a vlhkosti. Je využita stejná síť metody konečných prvků, ale délka časového kro-

ku je prodloužena oproti řešení teploty. V každém časovém kroku je iterativně řešení zpřesňováno, dokud není splněna konvergenční podmínka.

URČENÍ MINIMÁLNÍHO MNOŽSTVÍ VÝZTUŽE NA NESILOVÉ ÚČINKY

Detailní numerický model

Model pro výpočet napjatosti od hydratačního tepla a od smršťování z vysychání betonu byl popsán v předchozích kapitolách. Zde bude popsána metoda stanovení minimální výztuže na omezení šířky trhlin od těchto účinků.

Nejjednodušší a zároveň konzervativní způsob jak stanovit minimální výztuž je z předpokladu, že sílu v tažené části betonu těsně před vznikem trhliny musí převzít výztuž. Síla v tažené části betonu se určí integrací tahového napětí po průřezu:

$$F_{ct}(t) = \int_0^{h_D/2} \sigma(x,t) dx$$

pro $\sigma(x,t) \geq 0$ (11)

Minimální plocha výztuže na danou šířku trhliny se určí z mezního napětí, které je možné připustit ve výztuži, aby byla zajištěna limitní šířka trhliny:

$$a_{s,min} = \frac{\max F_{ct}(t)}{\sigma_{s,max}}$$
 (12)

Mezní napětí ve výztuži se určí z vybraného normového vztahu pro šířku trhliny, např. ze vztahů dle ČSN EN 1992-1-1 [5], viz dále.

Normová doporučení

Dle ČSN EN 1992-1-1 [5]

Šířka trhliny se určí pomocí základního vztahu:

$$w_k = s_{r,max} (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm})$$
 (13)

kde $s_{r,max}$ [m] označuje maximální vzdálenost trhlin, ϵ_{sm} , ϵ_{cm} [-] jsou průměrná poměrná přetvoření výztuže, resp. betonu mezi trhlinami. Maximální vzdálenost trhliny $s_{r,max}$ se určí pomocí vztahu (14), rozdíl poměrných přetvoření výztuže a betonu ze vztahu (15):

$$s_{r,max} = k_3 C + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi}{\rho_{eff}}$$
 (14)

$$\begin{aligned} \epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} &= \\ &= \frac{1}{E_s} \left[\sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff}} (1 + \alpha_e \rho_{eff}) \right] \geq \\ &\geq 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s} \end{aligned}$$
 (15)

kde k_1 je vliv povrchu výztuže (uvažujeme $k_1=0,8$ pro žebírkovou výztuž), k_2 vliv rozdělení poměrných přetvoření po výšce průřezu ($k_2=1$ pro namáhání centrickým tahem), k_3 vliv krycí vrstvy ($k_3=3,4$), k_4 vliv soudržnosti betonu a výztuže ($k_4=0,425$), k_t vliv doby trvání zatížení ($k_t=0,6$ pro krátkodobé zatížení). Pracovní součinitel α_e se stanoví jako poměr středních modulů pružnosti výztuže E_s a betonu E_{cm} , c označuje tloušťku krycí vrstvy tahové výztuže, ϕ označuje průměr tažené výztuže. Efektivní tahovou pevnost betonu lze pro rané trhliny uvažovat polovinou střední pevnosti betonu v tahu $f_{ct,eff} = 0,5f_{ctm}$. Efektivní stupeň vyztužení ρ_{eff} je definován jako poměr plochy tažené výztuže a efektivní plochy betonu $\rho_{eff} = a_s/a_{c,eff}$. Pro obdélníkový průřez je $a_{c,eff} = bh_{c,eff}$ a efektivní výška $h_{c,eff}$ se určí z podmínky:

$$\begin{aligned} h_{c,eff} &= \\ &= \min \left\{ 2,5(h_D - d); \frac{h_D - x}{3}; \frac{h_D}{2} \right\}. \end{aligned}$$
 (16)

Stanovení efektivní výšky by bylo vhodné revidovat, neboť zejména pro masivnější prvky dává vztah (16) hodnoty neodpovídající skutečnému působení.

Minimální množství tahové výztuže dle ČSN EN 1992-1-1 [5] je dáno zvlášť pro mezní stav únosnosti a zvlášť pro mezní stav použitelnosti. Vztah (17) zajišťuje potřebnou výztuž z hlediska vzniku a rozvoje trhlin v mezní stavu použitelnosti:

$$a_{s,min} = k_c k \frac{f_{ct,eff}}{\sigma_s} a_{ct}$$
 (17)

kde k_c je součinitel, kterým se zohledňuje rozdělení napětí v průřezu bezprostředně před vznikem trhlin a změna ramene vnitřních sil (pro náš případ $k_c=1$), k součinitel vyjadřující účinek nerovnoměrného rozdělení vnitřních rovnovážných napětí vedoucí ke zmenšení sil vyplývajících z omezení přetvoření závislé na tloušťce prvku (hodnoty 0,65 až 1), $f_{ct,eff}$ odpovídá střední pevnosti betonu v tahu v okamžiku vzniku trhlin ($f_{ct,eff} = 0,5f_{ctm}$ pro rané trhliny) a a_{ct} reprezentuje taženou plochu betonu v okamžiku prvního očekávaného vzniku trhlin (uvažujeme $a_{ct} = a_{c,eff}$).

Za předpokladu, že pro omezení trhlin norma předepisuje určit výztuž ze vztahu (17), ve kterém vystupuje napětí ve výztuži, lze dopočítat minimální výztuž pro omezení šířky trhlin řešením soustavy rovnic (13) až (15) a (17) pro danou limitní šířku trhliny. Pro rané

trhliny platí, že ve vztahu (15) rozhoduje člen za nerovností na pravé straně. Výsledkem je tato kvadratická rovnice pro minimální množství výztuže:

$$\frac{w_k E_s}{0,6 k_{ct} k_{a,ct} f_{ct,eff}} a_{s,min}^2 - k_3 c a_{s,min} - k_1 k_2 k_4 \phi a_{ct} = 0 \quad (18)$$

Dle Lohmeyer, Ebeling – Weisse Wannan [8]

V této významné publikaci jsou uvedeny vztahy pro výpočet napjatosti od vývinu hydratačního tepla a nomogramy pro určení nutné plochy výztuže pro omezení šířky trhlin od hydratačního tepla. Dále je uveden výpočet pro stěnu betonovanou na základovou desku. Notace jednotlivých veličin byla upravena, aby byla zachována konzistentnost. Maximální nárůst teplot od hydratačního tepla se určí z adiabatického nárůstu teploty a z empirického součinitele:

$$\Delta T_{max} = \alpha_d \frac{C_c H(t_{maxT})}{\rho c_p} \quad (19)$$

kde koeficient α_d [-] vyjadřuje vliv geometrie na omezení adiabatického vývinu tepla (ochlazování prostředím), C_c [kg/m³] je množství cementu a $H(t_{maxT})$ [J/kg] celkové množství tepla uvolněné do doby maximálního nárůstu teplot t_{maxT} [den] (uvažuje se empiricky $t_{maxT} = 0,8h_D + 1$ [den], h_D [m]).

Maximální tahové napětí v průřezu:

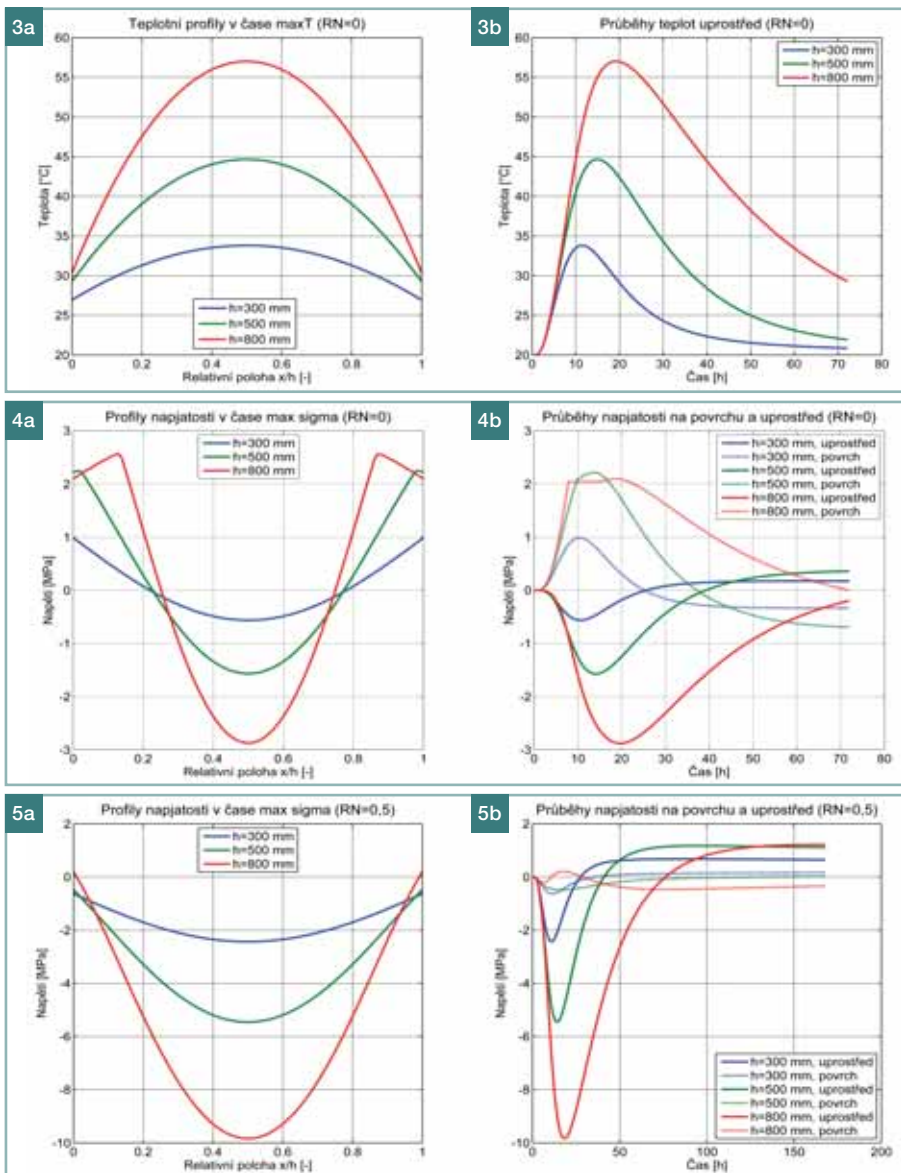
$$\sigma_{ct,d} = k_{ct} k_d \alpha_d \Delta T_{max} \frac{E_{cm}(t_{maxT})}{1 + \phi_t} \quad (20)$$

kde k_{ct} [-] je součinitel vlivu omezení deformace závislý na poměru délky a výšky stěny betonované na základovou desku, k_d [-] součinitel vlivu tloušťky stěny na napjatost, $E_{cm}(t_{maxT})$ [Pa] modul pružnosti betonu v době maximálního nárůstu teplot a ϕ_t [-] je součinitel dotvarování betonu stanovený pro čas t_{maxT} (uvažuje se konzervativně $\phi_t = 0,12t_{maxT}$).

Použitím nomogramů pro určení nutné plochy výztuže pro omezení šířky trhlin se získá základní hodnota, která se dále upraví pro odlišné podmínky než ty uvažované v nomogramu:

$$a_{s,min} = a_{s,Diagr} k_{CEM} k_C \cdot \sqrt{\frac{k_{zt}}{k_{zt,Diagr}} \frac{w_{k,Diagr}}{w_k}} \quad (21)$$

kde $a_{s,Diagr}$ [m²/m] je nutná plocha výztuže při povrchu stěny odečtená z nomogramu pro danou tloušťku desky



Tab. 1 Hodnoty použité v detailním numerickém výpočtu
Tab. 1 Values used in complex numerical calculation

Proměnná	Značka	Jednotka	Hodnota
Tloušťka stěny	h_D	m	0,3; 0,5; 0,8
Charakteristická tlaková pevnost betonu	f_{ck}	MPa	30
Molární plynová konstanta	R	J/mol/K	8,314
Součinitel přestupu tepla beton-vzduch	α_T	W/m ² /K	25
Povrchový faktor přestupu vlhkosti	f	m/s	$2 \cdot 10^{-8}$
Součinitel teplotní délkové roztažnosti betonu	α	1/K	10^{-6}
Měrná tepelná kapacita betonu	c_p	J/kg/K	900
Objemová hmotnost betonu	ρ	kg/m ³	2 400
Pojivo – cement CEM I + poplepek	C_c	kg/m ³	350
Vodní součinitel	w/c	-	0,5
Poměr kameniva k cementu	a/c	-	5
Specifický povrch cementu	Blaine	m ² /kg	350
Poměrné množství cementu	ρ_{cem}	-	0,85
Poměrné množství popleku	ρ_{FA}	-	0,15
Součinitel nárůstu pevnosti dle typu cementu	s	-	0,2
Teplota prostředí	T_{en}	°C	20
Vlhkost prostředí	H_{en}	%	50
Počet prvků metody konečných prvků	n	-	100
Délka časového kroku pro teplotu	Δt	s	360
Délka časového kroku pro napětí od teploty	Δt	s	1 080
Délka časového kroku pro vlhkost	Δt	den	1
Délka časového kroku pro napětí od vlhkosti	Δt	den	2

Obr. 3a,b Vývoj teplot od hydratačního tepla v modelových stěnách ($R_N = 0$)
 Fig. 3a,b Temperature development due to heat of hydration in model walls ($R_N = 0$)

Obr. 4a,b Vývoj napjatosti od hydratačního tepla v modelových stěnách ($R_N = 0$)
 Fig. 4a,b Stress development due to heat of hydration in model walls ($R_N = 0$)

Obr. 5a,b Vývoj napjatosti od hydratačního tepla v modelových stěnách ($R_N = 0,5$)
 Fig. 5a,b Stress development due to heat of hydration in model walls ($R_N = 0,5$)

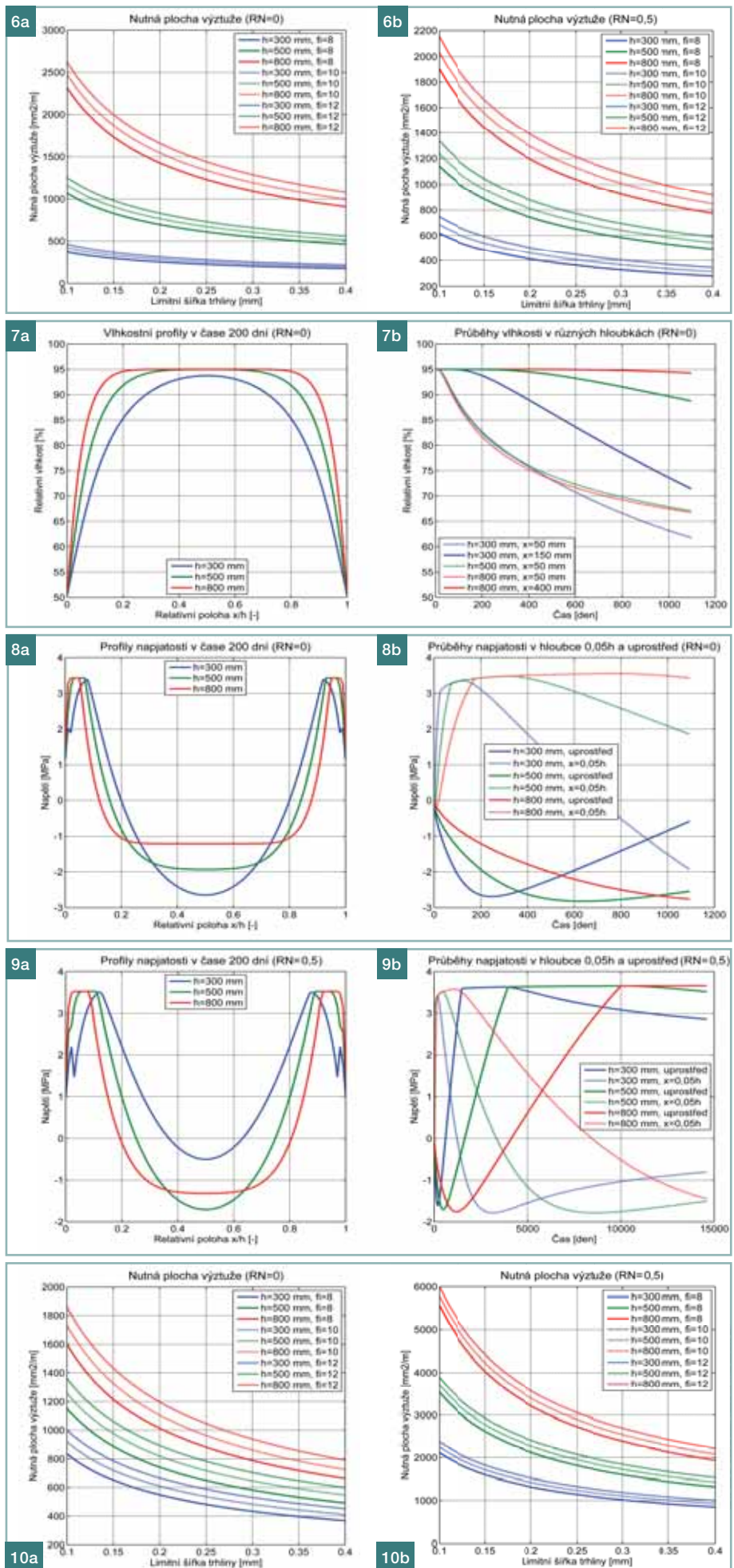
Fig. 6 Nutná povrchová výztuž na účinky hydratačního tepla v modelových stěnách:
 a) $R_N = 0$, b) $R_N = 0,5$ Fig. 6 Required reinforcement of the effects of heat of hydration in model walls: a) $R_N = 0$, b) $R_N = 0,5$

Obr. 7a,b Vývoj vlhkosti během vysychání v modelových stěnách ($R_N = 0$)
 Fig. 7a,b Development of concrete humidity due to drying of model walls ($R_N = 0$)

Obr. 8a,b Vývoj napjatosti od vysychání betonu v modelových stěnách ($R_N = 0$)
 Fig. 8a,b Stress development due to drying of model walls ($R_N = 0$)

Obr. 9a,b Vývoj napjatosti od vysychání betonu v modelových stěnách ($R_N = 0,5$)
 Fig. 9a,b Stress development due to drying of model walls ($R_N = 0,5$)

Obr. 10 Nutná povrchová výztuž na účinky vysychání v modelových stěnách:
 a) $R_N = 0$, b) $R_N = 0,5$ Fig. 10 Required reinforcement of the effects of drying of model walls: a) $R_N = 0$, b) $R_N = 0,5$



a daný průměr výztuže, κ_{CEM} [-] opravný součinitel typu cementu, κ_C [-] opravný součinitel pevnostní třídy betonu, $k_{zt,Diagr}$ [-] poměrná napjatost užitá v nomogramu, k_{zt} [-] poměrná napjatost vypočtená z maximálního tahového napětí ($k_{zt} = \sigma_{ct,d}/f_{ctm}$), $w_{k,Diagr}$ [m] limitní šířka trhliny užitá v nomogramu a w_k [m] požadovaná limitní šířka trhliny.

MODELOVÉ STĚNY

Jako modelový příklad jsou použity betonové stěny tloušťek 300 mm, 500 mm a 800 mm. Stěnu uvažujeme betonovanou na vyzrálou základovou desku v úseku délky 6 m a výšky 3 m z betonu pevnostní třídy C30/37. Stáří betonu v době odbednění uvažujeme pět dní (tomu odpovídá i počátek vysychání). Podmínky uvažujeme symetrické vůči střednicové rovině stěny. Pro časový vývoj pevnostních a deformačních charakteristik betonu je použit model dle ČSN EN 1992-1-1 [5]. Pro funkci poddajnosti je použit mo-

del B3 [2], účinek teploty na dotvarování je zaveden pomocí ekvivalentního a redukovaného času, viz [2], pro šířku trhliny je uvažován výpočet dle ČSN EN 1992-1-1 [5].

Pro výpočet bylo užito hodnot uvedených v tab. 1 (další neuvedené hodnoty byly stanoveny na základě citované literatury).

VÝSLEDKY

Výsledky detailního numerického výpočtu

Výsledky výpočtu nutné plochy výztuže na účinky hydratačního tepla pro jednotlivé modelové stěny jsou vykresleny na obr. 3 až 6. Výsledky výpočtu nutné plochy výztuže na účinky vysychání pro jednotlivé modelové stěny jsou vykresleny na obr. 7 až 10. Výpočty proběhly vždy pro neomezenou normálovou deformaci ($R_N = 0$) a pro částečně omezenou normálovou deformaci ($R_N = 0,5$). Diskuse výsledků je uvedena v následující kapitole.

Výsledky výpočtu dle normových doporučení

Základní parametry výpočtu společné pro obě normová doporučení jsou uvedeny v tab. 2.

Dle ČSN EN 1992-1-1 [5]

Pro výpočet dle ČSN EN 1992-1-1 [5] bylo užito hodnot uvedených v tab. 2.

Pro výpočet byla použita kvadratická rovnice (18). Pokud bychom uvažovali jako efektivní taženou plochu před vznikem první trhliny celý průřez ($h_{c,eff} = h_D/2$), potom nutná povrchová výztuž (při jednom povrchu a v jednom směru) pro omezení rozvoje a šířky trhliny bez určení typu nesilového namáhání vychází dle tohoto výpočtu 3 075 mm²/m pro stěnu tloušťky 800 mm, 2 245 mm²/m pro stěnu tloušťky 500 mm a 1 465 mm²/m pro stěnu tloušťky 300 mm. Pokud bychom uvažovali jako efektivní taženou plochu betonu pouze část betonu obklopující taženou výztuž ($h_{c,eff} = 2,5d_s$), vychází nutná povrchová výztuž 673 mm²/m pro stěnu tloušťky 800 mm, 786 mm²/m pro stěnu tloušťky 500 mm a 855 mm²/m pro stěnu tloušťky 300 mm. Skutečnost je taková, že nevíme, jaká část průřezu je tažená před vznikem první trhliny. Většinou je pravda někdy mezi oběma extrémami. První případ dává příliš velké množství výztuže, druhý případ zase dává očividně špatný výsledek, protože pro tlust-

ší desky vychází menší výztuž. Norma v tomto ohledu nedává jasný postup.

Dle Lohmeyer, Ebeling – Weisse Wannan [8]

Pro výpočet dle Lohmeyer, Ebeling [8] bylo užito hodnot uvedených v tab. 2 (další neuvedené hodnoty byly stanoveny na základě citované literatury).

Nutná povrchová výztuž pro omezení rozvoje a šířky trhliny na účinky vývoje hydratačního tepla vychází dle tohoto výpočtu 1 141 mm²/m pro stěnu tloušťky 800 mm, 1 095 mm²/m pro stěnu tloušťky 500 mm a 848 mm²/m pro stěnu tloušťky 300 mm. Uporozňujeme, že toto je výpočet na konkrétní účinek hydratačního tepla. Pro úplnost by bylo třeba ještě stanovit výztuž dle DIN EN 1992-1-1, která používá analogické vztahy jako ČSN EN 1992-1-1 [5], nicméně se liší v hodnotách součinitelů k_i .

DISKUSE VÝSLEDKŮ

Z provedených výpočtů nesilových účinků vlivem vývinu hydratačního tepla reprezentovaných grafy na obr. 3 až 6 plynou tyto základní skutečnosti:

- Maximální dosažená teplota uprostřed průřezu je 34 °C pro stěnu tloušťky 300 mm (v čase cca 11 h), 45 °C pro stěnu tloušťky 500 mm (v čase cca 14 h) a 57 °C pro stěnu tloušťky 800 mm (v čase cca 19 h). Výsledky řešení průběhu teplot ukazují jasný rozměrový efekt, což je v souladu s očekáváním.

- Nejvyšší dosažené tahové napětí je omezené hodnotou aktuální tahové pevnosti a stupněm potrhání průřezu (viz diagram tahového změkčení). Nejvyšší dosažené tlakové napětí je teoreticky omezeno hodnotou aktuální tlakové pevnosti, nicméně hodnoty tlakových napětí jsou na malé úrovni vzhledem k pevnosti.

- Pro případ, kdy se stěny mohou volně deformovat ($R_N = 0$), dojde ke vzniku trhlin u stěn tloušťky 500 a 800 mm v povrchových vrstvách průřezu. Tahová napětí mohou dále růst i po vzniku trhliny, což je samozřejmě výpočetní fikce způsobená růstem tahové pevnosti s časem. Ve skutečnosti jsou v trhlíně napětí nulová a veškerou sílu přenáší tažená výztuž. Mezi trhlínami je beton tažený a výztuž přenáší menší tahovou sílu. Model rozetřených trhlin, který používá tahové změkčení, je právě zprůměrováním tohoto chování betonu.
- Pro případ, kdy se stěny mohou jen částečně deformovat ($R_N = 0,5$), nedojde ke vzniku trhlin u žádné ze stěn. To je způsobeno tím, že celý průřez má tlakovou rezervu vlivem normálové tlakové síly vzniklé právě díky omezené deformaci. Vliv tlakové rezervy se projevuje též ve vyšších hodnotách tlakových napětí uprostřed průřezu.
- Dotvarování a relaxace betonu působí tak, že při konstantní deformaci relaxace snižuje napětí a naopak při

Tab. 2 Hodnoty použité ve výpočtu dle normových doporučení ■ Tab. 2 Values used in calculation according to standards

Veličina	Značka	Jednotka	Normová doporučení	
			ČSN EN 1992-1-1 [5]	Lohmeyer, Ebeling – Weisse Wannan [8]
Charakteristická pevnost betonu v tlaku	f_{ck}	MPa	30	
Charakteristická mez kluzu betonářské výztuže	f_{yk}	MPa	500	
Modul pružnosti betonářské výztuže	E_s	GPa	200	
Tloušťka krycí vrstvy	c	mm	30	
Průměr výztuže	φ	mm	10	
Součinitel doby trvání zatížení	k_1	–	0,6	
Součinitel rozdělení napětí před vznikem trhliny	k_c	–	1	
Součinitel soudržnosti výztuže	k_1	–	0,8	
Součinitel rozdělení poměrného přetvoření po výšce průřezu	k_2	–	1	
Součinitel tloušťky krycí vrstvy	k_3	–	3,4	
Součinitel poměru soudržnosti a tahové pevnosti	k_4	–	0,425	
Pracovní součinitel	α_e	–	10	
Objemová tepelná kapacita betonu	C_v	kJ/m ³ /K		2500
Celkové uvolněné hydratační teplo čase t	Q_{Ht}	kJ/kg		200
Množství cementu (CEM I)	C_c	kg/m ³		350
Součinitel vlivu omezení deformace	k_{ct}	–		0,5
Součinitel pevnostní třídy betonu	k_C	–		1
Součinitel typu cementu	k_{CEM}	–		0,85
Součinitel poměrné napjatosti použité v nomogramu	$k_{zt,Diagr}$	–		0,85
Nutná plocha výztuže odečtená z nomogramu	$a_{z,Diagr}$	cm ² /m		13,5
Součinitel teplotní délkové roztažnosti betonu v čase t	α_{Tt}	1/K		$14 \cdot 10^{-6}$

konstantním napětí vlivem dotvarování roste deformace. Oba vlivy jsou vzájemně svázané a projevují se postupným snižováním a vyhlazováním napětí po průřezu a v čase.

- Jak postupně mizí nestejněměrné tendence k objemové změně (chladnutí průřezu), napětí se snižují. Nicméně, vlivem nárůstu modulu pružnosti betonu v čase se tahová napětí na povrchu později stanou tlakovými a naopak tlaková napětí v jádře průřezu se stanou tahovými. Průběh napjatosti v čase tak vytváří jakési vlny, které jsou čím dál menší, až v nekonečném čase vymizí.
 - Nutná povrchová výztuž ukazuje jasný rozměrový efekt. Numerickým výpočtem je dána pouze tahová síla, kterou musí výztuž přenést. Závislost na limitní šířce trhliny a na průměru výztuže je dána normovými vztahy dle ČSN EN 1992-1-1 [5].
 - Pro případ, kdy se stěny mohou volně deformovat ($R_N = 0$), nastává maximum tahové síly ve výztuži (tedy maximum nutné plochy výztuže) přibližně ve stejnou dobu jako maximum napětí.
 - Pro případ, kdy se stěny mohou deformovat jen částečně ($R_N = 0,5$), je maximum posunuto dále v čase do doby, kdy vznikají tahová napětí v jádře stěn. Výsledná nutná plocha výztuže vychází obecně méně než pro neomezenou deformaci.
- Z provedených výpočtů nesilových účinků vlivem vysychání betonu reprezentovaných grafy na obr. 7 až 10 plynou tyto základní skutečnosti:
- Proces vysychání betonu je velmi pomalý a vykazuje silný rozměrový efekt, masivnější stěny vysychají mnohem pomaleji než tenké stěny. Tento výsledek je ve shodě s očekáváním.
 - Extrémní pomalost procesu vysychání betonu způsobuje silně nelineární průběh napjatosti po průřezu, alespoň v porovnání s profily napjatosti od vývinu hydratačního tepla. Důsledkem toho dochází velmi brzy ke vzniku trhlin.
 - Pro případ, kdy se stěny mohou volně deformovat ($R_N = 0$), dojde u všech třech stěn ke vzniku trhlin v povrchové vrstvě.
 - Pro případ, kdy se stěny mohou deformovat jen částečně ($R_N = 0,5$), je v průřezu aktivována tahová normálová síla, která způsobuje větší hodnoty tahových napětí, a tedy ještě větší stupeň potrhání průřezu.
 - Vliv dotvarování a relaxace betonu je

Literatura:

- [1] BAŽANT, Z. P., NAJJAR, L. J. Nonlinear Water Diffusion in Nonsaturated Concrete. *Materials and Structures*, 1972, Vol. 5, pgs. 3–20.
- [2] BAŽANT, Z. P., BAWEJA, S. Creep and Shrinkage Prediction Model for Analysis and Design of Concrete Structures: Model B3. *Adam Neville Symposium: Creep and Shrinkage – Structural Design Effects*, ACI, Farmington Hills, Michigan, 2000.
- [3] BAŽANT, Z. P., KIM, J.-K., JEON, S.-E. Cohesive Fracturing and Stresses Caused by Hydration and Heat in Massive Concrete Wall. *Journal of Engineering Mechanics*, 2003, Vol. 129, No. 1, pgs. 21–30.
- [4] BRUNAUER, S., SKALNY, J., BODOR, E. E. Adsorption on Nonporous Solids. *Journal of Colloid and Interface Science*, 1969, Vol. 30, Iss. 4, pgs. 546–552.
- [5] ČSN EN 1992-1-1: Eurokód 2: *Navrhování betonových konstrukcí – Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby*. Praha: Český normalizační institut, 2005.
- [6] ČSN EN 1992-3: Eurokód 2: *Navrhování betonových konstrukcí – Část 3: Nádrže na kapaliny a zásobníky*. Praha: Český normalizační institut, 2006.
- [7] *fib Model Code for Concrete Structures 2010 – Final Draft*. fib – International Federation for Structural Concrete, 2013.
- [8] LOHMEYER, G., EBELING, K. *Weisse Wannen einfach und sicher: Konstruktion und Ausführung wasserdurchlässiger Bauwerke aus Beton*. Verlag Bau+Technik, 1985, 9. vydání, 2009.
- [9] MJÖRNELL, N. K. A Model on Self-desiccation in High-performance Concrete. *Proceedings of the International Research Seminar: Self-desiccation and Its Importance in Concrete Technology*, 1997, pgs. 141–157.
- [10] SCHINDLER, A. K., FOLLIARD, K. J. Heat of Hydration Models for Cementitious Materials. *Technical Paper, ACI Materials Journal*, 2005, Vol. 102, No. 1, Pgs. 24–33.
- [11] VINKLER, M., PROCHÁZKA, J. Porovnání výpočtů šířky trhliny dle různých přístupů. *Beton TKS*, 02/2014.
- [12] XI, Y., BAŽANT, Z. P., MOLINA, L., JENNINGS, H. M. Moisture Diffusion in Cementitious Materials. *Advanced Cement Based Materials*, 1994, Vol. 1, pgs. 248–266.

obdobný jako u hydratačního tepla, stejně jako vliv nárůstu modulu pružnosti betonu v čase. Rozdíl je zejména v tom, že v době počátku vysychání (5 dní) je již beton relativně vyzrálý oproti případu hydratačního tepla.

- Pro nutnou povrchovou výztuž platí obdobné závěry jako pro účinky hydratačního tepla. Hlavní rozdíl je pro případ omezené deformace ($R_N > 0$), kdy je navíc aktivována tahová normálová síla, která zvyšuje nutnou plochu výztuže. Platí, že čím víc je zabráněno deformaci, tím větší plochu výztuže musíme navrhnout.

ZÁVĚR

V článku bylo upozorněno na nutnost zabývat se v inženýrské praxi nesilovými účinky na betonové konstrukce, zejména se jedná o vývin hydratačního tepla a vysychání betonu. Eurokód 2 zavádí pouze obecný vztah pro nutnou plochu výztuže pro omezení šířky trhlin, (vztah (17)), který nicméně nezohledňuje velké množství faktorů ovlivňujících průběh napjatosti a vznik a rozvoj trhlin vlivem nesilových účinků.

Pro ilustraci byl proveden výpočet vývoje napjatosti od vývinu hydratačního tepla a od vysychání za použití detailního numerického výpočtu založeného na komplexních modelech chování betonu. Na základě vypočteného průběhu napjatosti byla stanovena nutná povrchová výztuž pro omezení šířky trh-

lin. Výsledky byly porovnány s jednoduchým výpočtem dle německé publikace Lohmeyer, Ebeling [8] a dle českého Eurokódu 2 [5].

Výsledky poukazují na komplexitu celého problému a na nutnost vývoje jednoduchých prediktivních vztahů použitelných v inženýrské praxi, například ve formě nomogramů. Autoři se tématem omezení šířky trhlin od nesilových účinků budou dále zabývat a výsledky budou prezentovány v navazujících článcích.

Autoři děkují za finanční podporu poskytnutou z SGS grantu SGS15/032/OHK1/1T/11

Experimentální a numerická analýza betonových konstrukcí vystavených silovým a nesilovým účinkům a z grantu GAČR 16-04454S Nejistoty na materiálové úrovni ovlivňující nejistoty na úrovni konstrukce.

Ing. Marek Vinkler
e-mail: marek.vinkler.1@fsv.cvut.cz



prof. Ing. Jaroslav Procházka, CSc.
e-mail: jaroslav.prochazka@fsv.cvut.cz



oba: Fakulta stavební ČVUT v Praze
Katedra betonových a zděných konstrukcí

Text článku byl posouzen odborným lektorem.
The text was reviewed.