

# VÝPOČET ŠÍŘKY TRHLIN – 2. ČÁST ■ CALCULATION OF THE CRACKS WIDTH – 2ND PART

Jiří Šmejkal, Jaroslav Procházka

V ČSN EN 1992-1-1 jsou uvedeny základní vztahy pro stanovení šířky trhlin. V první části článku [6] byly vysvětleny jednotlivé součinitele a uvedena zjednodušená metoda stanovení šířky trhlin. V navazující části je prezentován přímý výpočet plochy výztuže při dané šířce trhlin a na příkladech jsou vysvětleny parametry ovlivňující tuto výztuž. ■ ČSN EN 1992-1-1 standard defines basic equations of crack width. The first part [6] explains individual coefficients and simplified design method of calculation, the following part presents the direct calculation of the reinforcement area by given width of the cracks. Parameters influencing this reinforcement are explained on examples.

V první části článku [6] byly rozebrány příčiny vzniku trhlin v železobetonových konstrukcích a metody zjednodušeného stanovení šířky trhlin. Podrobně byly popsány jednotlivé součinitele a uvedena změna ve stanovení součinitele  $k_3$  podle navrhovaného NA k ČSN EN 1992-1-1. V navazující části je rozebrán přímý výpočet minimálního množství tahové výztuže pro omezení šířky trhlin. Na příkladech je prezentován vliv jednotlivých parametrů výpočtu šířky trhlin.

## MINIMÁLNÍ PRŮŘEZOVÁ PLOCHA TAHOVÉ VÝZTUŽE ŽELEZOBETONOVÝCH PRVKŮ

ČSN EN 1992-1-1 [1] požaduje u železobetonových konstrukcí kontrolovat minimální průřezovou plochu tahové výztuže, a to jak v mezním stavu únosnosti, tak i v mezním stavu použitelnosti.

V mezním stavu únosnosti má minimální průřezová plocha tahové výztuže zajistit, že u vyztuženého prvku nedojde k porušení křehkým lomem (obr. 1); tedy že po vzniku prvních trhlin se zapojí do působení tahová výztuž. Zhruba lze říci, že únosnost průřezu s minimální tahovou výztuží má být asi o 20 % větší, než je únosnost stejného nevyztuženého průřezu při vzniku trhlin. Minimální průřezovou plochu tahové výztuže  $A_{s,min}$  pro obdélníkový průřez lze stanovit z podmínky

$$1,2 \frac{b(1,05d)^2 f_{ctm}}{6} = A_{s,min} \frac{f_{yk}}{1,15} 0,9d \quad (1)$$

kde  $b$  je šířka průřezu,  $d$  účinná výška průřezu,  $f_{ctm}$  průměrná hodnota pevnosti betonu v tahu,  $f_{yk}$  charakteristická mez kluzu betonářské výztuže; odkud (viz [1] vztah (9.1N))

$$A_{s,min} \approx 0,26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} bd \quad (2)$$

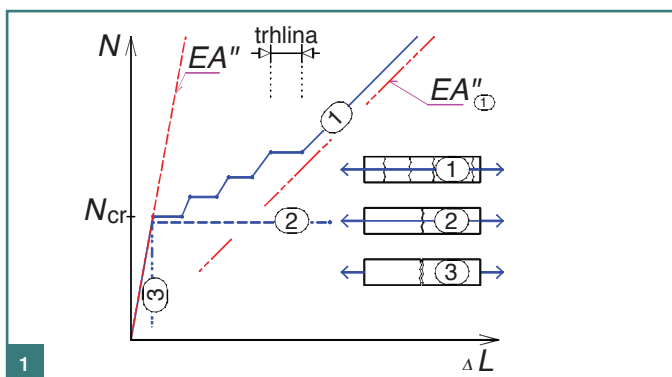
V [1] je navíc doplněna podmínka minimální hodnoty plochy výztuže

$$A_{s,min} = 0,0013bd \quad (3)$$

kteřá je rozhodující pro nejnižší třídy betonu (při uvažování výztuže B500).

Při návrhu nestačí splnit podmínku minimální plochy tahové výztuže v mezním stavu únosnosti, ale je třeba též splnit podmínku pro minimální průřezovou plochu tahové výztuže v mezním stavu použitelnosti.

V mezním stavu použitelnosti při požadovaném omezení šířky trhlin je třeba umístit v oblastech, kde je očekáván tah, minimální průřezovou plochu tahové výztuže. Toto množství výztuže lze stanovit z rovnováhy mezi tahovou silou v beto-



Obr. 1 Proces vzniku trhlin podle úrovně vyztužení průřezu (1 – dostatečně vyztužený prvek, 2 – prvek slabě vyztužený, 3 – nevyztužený prvek) ■ Fig. 1 Process of cracks formation according to the level of reinforcement (1 – sufficiently reinforced member, 2 – lightly reinforced member, 3 – plane concrete member)

Obr. 2 Součinitele  $k_c$  a  $k_1$ . Pro  $h = 1$  m je rozhodující  $h/3$  a pro  $h > 1$  m je rozhodující 0,3 m ■ Fig. 2 Coefficients  $k_c$  and  $k_1$ . For  $h = 1$  m is  $h/3$  and for  $h > 1$  m is 0,3 m

Obr. 3 Průběh teploty a napětí v betonovém prvku po betonáži podle [4] ■ Fig. 3 Development of temperature and stress in a concrete element after concreting according to [4]

nu těsně před vznikem trhlin a tahovou silou ve výztuži stanovenou při napětí ve výztuži při požadované šířce trhliny. Minimální průřezovou plochu tahové výztuže  $A_{s,min}$  lze podle [1] vztah (7.1) stanovit z podmínky

$$A_{s,min} \sigma_s = k_c k_f f_{ct,eff} A_{ct} \quad (4)$$

kde  $\sigma_s$  je absolutní hodnota největšího napětí ve výztuži bezprostředně po vzniku trhliny,  $f_{ct,eff}$  průměrná hodnota pevnosti betonu v tahu v okamžiku prvního očekávaného vzniku trhliny,  $A_{ct}$  plocha betonu v tažené oblasti průřezu, tj. části průřezu, která je podle výpočtu těsně před vznikem první trhliny namáhána tahem,  $k$  součinitel vyjadřující účinek nerovnoměrného rozdělení vnitřních rovnovážných napětí vedoucích ke zmenšení sil vyplývajících z omezení přetvoření:

- $k = 1$  pro stěny komorových průřezů a T-průřezů s výškou  $h < 300$  mm nebo přilehlé desky komorových průřezů a T-průřezů šířky menší než 300 mm,
- $k = 0,65$  pro stěny komorových průřezů a T-průřezů s výškou  $h > 800$  mm nebo přilehlé desky komorových průřezů a T-průřezů šířky větší než 800 mm,
- mezilehlé hodnoty lze interpolovat.

$k_c$  je součinitel, kterým se zohledňuje rozdělení tahového napětí v průřezu bezprostředně před vznikem trhliny a změna ramene vnitřních sil po vzniku trhliny:

- $k_c = 1$  pro prostý tah,
- $k_c = 0,4$  pro prostý ohyb pro obdélníkové průřezy.

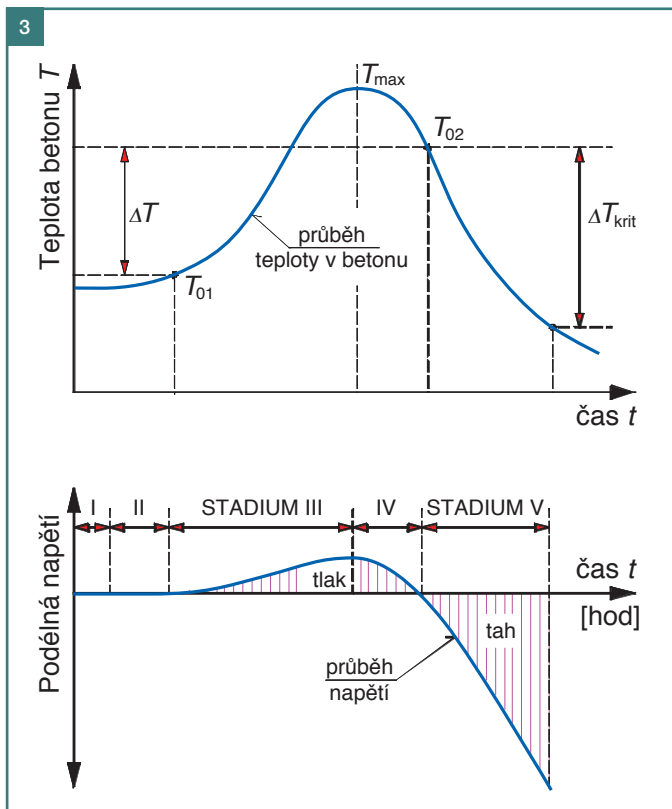
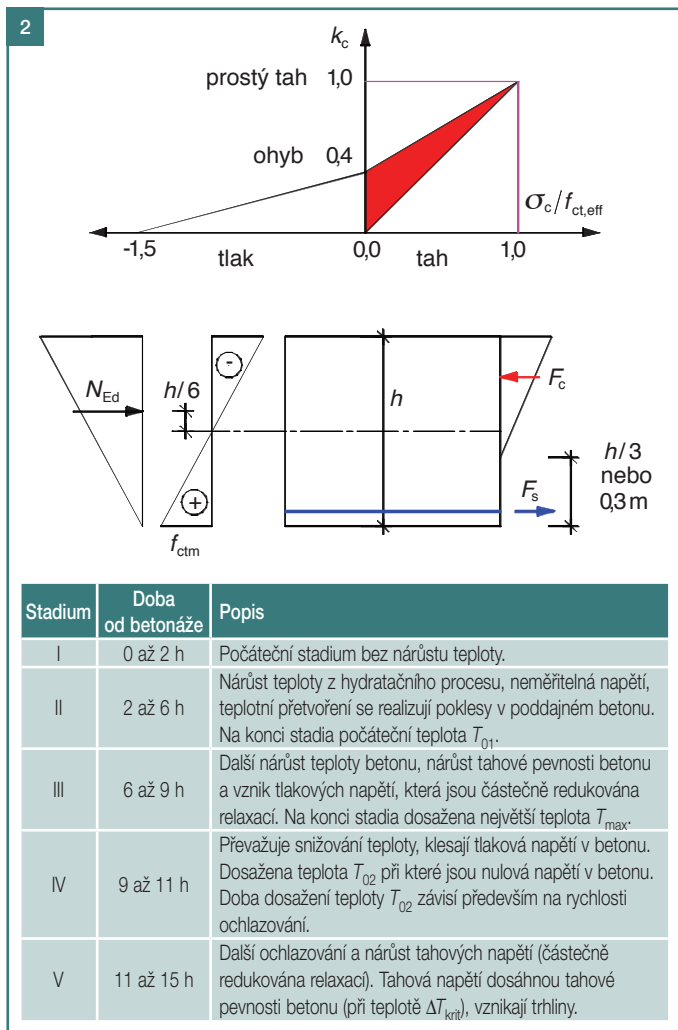
Pro kombinaci ohybu s normálovými silami:

- pro obdélníkové průřezy, stěny komorových průřezů nebo T-průřezů

$$k_c = 0,4 \left[ 1 - \frac{\sigma_c}{k_1 (h/h^*) f_{ct,eff}} \right] \leq 1 \quad (5)$$

kde  $h^*$  je redukovaná výška průřezu pro  $h < 1$   $h^* = h$ , jinak  $h^* = 1$ ;  $k_1$  je součinitel, kterým se zohledňují účinky normálových sil na rozdělení napětí:

- $k_1 = 1,5$  pro tlakovou sílu  $N_{Ed}$ ,



sledku unikajícího hydratačního tepla dosáhnout narůstající pevnosti betonu. K těmto tahovým napětím se mohou přidružit i další tahová napětí vznikající např. smršťováním betonu v důsledku brzkého odbednění atd. Pokud se následně nepřidruží další tahová napětí (vznikající např. v důsledku zatížení), vznikají tzv. rané trhliny. Je nutné si uvědomit, že výztuž nemůže zabránit vzniku trhlin, ale může omezit jejich šířku.

**Při vzniku prvních trhlin (rané trhliny)** je určení tahové pevnosti betonu  $f_{ct,eff}$  velmi obtížné. Na tuto pevnost má vliv řada okolností na stavbě např. velikost hydratačního tepla, doba odbednění, okolní teplota atd. Při dimenzování nejsou všechny okolnosti známy, je možný pouze přibližný odhad této efektivní pevnosti v tahu. Podle [4] pokud je pevnost betonu kontrolována po 28 dnech tuhnutí a tvrdnutí, pak se při plně omezeném přetvoření doporučuje uvažovat hodnotou

$$f_{ct,eff} = (0,5 \text{ až } 0,6) f_{ctm} \quad (5)$$

Vyšší hodnota  $0,6 f_{ctm}$  je vhodná pro konstrukční prvky s tloušťkou větší než 1 m podle doporučení [8]. Jinak pokud je předpokládán vznik trhlin do 28 dní, lze uvažovat  $f_{ct,eff} = f_{ctm}$ .

V prvcích, v kterých vzniká tahové namáhání v důsledku omezení jejich volného přetvoření, je nutno navrhnout výztuž při uvažování přípustné šířky trhliny. Při plně omezeném přetvoření budeme výztuž dimenzovat na sílu  $F_s = F_{cr}$ , která vznikne ve výztuži při vzniku prvních trhlin; tato síla podle vztahu (4) je

$$F_s = F_{cr} = k_c k_f f_{ct,eff} A_{ct} \quad (6)$$

kde  $F_s$  je síla ve výztuži po vzniku trhliny,  $F_{cr}$  síla v tažené části průřezu před vznikem trhliny, ostatní proměnné (vztah (4)).

*Pozn.: Pokud např. předpokládáme, že u základové desky dojde k jejímu pokluzu po kluzné vrstvě podloží (např. folii apod.), lze sílu  $F_{cr}$  zmenšit o sílu, která odpovídá třecí síle v základové spáře  $F_{cr}$ . Pokud je tato síla větší než síla působící v průřezu při vzniku trhlin  $F_{cr}$ , trhlina nevznikne.*

$$k_1 = 2h^* / (3h) \text{ pro tahovou sílu } N_{Ed}$$

$\sigma_c$  je průměrné napětí v betonu působící na uvažovanou část průřezu

$$\sigma_c = N_{Ed} / (bh) ,$$

$N_{Ed}$  je osová síla (MSP) působící na uvažovanou část průřezu (tlaková síla je kladná).

• pro přilehlé desky komorových průřezů a T-průřezů

$$k_c = 0,9 \frac{F_{cr}}{A_{ct} f_{ct,eff}} \geq 0,5 ,$$

kde  $F_{cr}$  je absolutní hodnota tahové síly v přilehlé desce bezprostředně před vznikem trhlin vyvozených momentem na mezi vzniku trhlin vypočteným při použití hodnoty  $f_{ct,eff}$ .

*Pozn.: Všechny součinitele jsou podrobně popsány v první části článku – viz [6].*

Před vznikem trhlin lze předpokládat, že poměrná přetvoření betonu a výztuže jsou ve stejném místě shodná v důsledku jejich spolupůsobení. Pokud nemají vzniknout trhliny, nesmí být překročeno mezní tahové napětí betonu, které je závislé na uvažovaném stáří betonu v okamžiku vzniku trhliny. Beton se tedy poruší trhlinou, pokud působící tahové napětí betonu, které je vyvozené omezeným přetvořením prvku nebo jeho zatížením, dosáhne současné pevnosti v tahu.

První trhliny obvykle vznikají v raném stáří betonu v důsledku omezeného přetvoření. Z obr. 1 je patrné, že v časovém úseku cca 10 až 48 h mohou tahová napětí v dů-

Plochu výztuže můžeme tedy stanovit zjednodušenými metodami [6]. Pokud však známe nebo zvolíme průměr výztuže z dimenzování v mezním stavu únosnosti, můžeme pro uvažovaný průřez stanovit přímo plochu výztuže vyhovující podmínce požadované šířky trhliny.

Pro šířku trhliny je v [1] uveden vztah

$$w_k = s_{r,max} (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}), \quad (7)$$

kde  $s_{r,max}$  je maximální vzdálenost trhlín,  $\epsilon_{sm}$  průměrná hodnota poměrného přetvoření výztuže při příslušné kombinaci zatížení, zahrnující účinek vnesených deformací a přihlížející k účinkům tahového ztužení;  $\epsilon_{cm}$  průměrná hodnota poměrného přetvoření betonu mezi trhlínami.

Rozdíl průměrných poměrných přetvoření výztuže a betonu mezi trhlínami lze stanovit ze vztahu

$$\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} = \frac{1}{E_s} \left( \sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff}} (1 + \alpha_e \rho_{eff}) \right), \quad (7a)$$

$$\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} \geq 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s}, \quad (7b)$$

kde  $\sigma_s$  je tahové napětí výztuže v průřezu porušeném trhlinou;  $k_t$  součinitel závisící na době trvání zatížení:

- $k_t = 0,6$  pro krátkodobé zatížení
- $k_t = 0,4$  pro dlouhodobé zatížení;

$f_{ct,eff}$  je hodnota pevnosti betonu v tahu v okamžiku prvního očekávaného vzniku trhlín;  $\alpha_e$  poměr modulů pružnosti výztuže a betonu  $E_s/E_{cm}$ ;  $\rho_{eff}$  účinný stupeň vyztužení, pro železobeton vyjádřený vztahem  $\rho_{eff} = A_s/A_{c,eff}$ ;  $A_{c,eff}$  účinná plocha taženého betonu obklopující výztuž, uvažuje se oblast o výšce  $h_{c,eff}$  [6], kde  $h_{c,eff}$  je menší z hodnot  $2,5(h-d)$ ,  $(h-x)/3$  nebo  $0,5h$ .

Maximální vzdálenost trhlín podle [1] se stanoví ze vztahu

$$s_{r,max} = k_3 c + k_1 k_2 k_4 \phi / \rho_{eff}, \quad (8)$$

kde  $c$  je tloušťka krycí vrstvy podélné výztuže;  $k_1, k_2$  součinitele vystihující vlastnosti soudržné výztuže, rozdělení přetvoření mezi trhlínami; uvažuje se podle doporučení uvedeného v [1]:

- $k_1 = 0,8$  pro výztuž s velkou soudržností,
- $k_1 = 1,6$  pro pruty s hladkým povrchem,
- $k_2 = 1$  pro prostý tah,
- $k_2 = 0,5$  pro ohyb.

Pro mimostředný tah nebo pro místní oblasti se  $k_2$  stanoví podle vztahu;

$$k_2 = (\epsilon_1 + \epsilon_2) / (2\epsilon_1), \quad \epsilon_1 \geq \epsilon_2.$$

$\epsilon_1, \epsilon_2$  jsou tahová přetvoření na okrajích vyšetřovaného průřezu oslabeného trhlinou,  $k_3$  součinitel vyjadřující délku porušené soudržnosti mezi výztuží a betonem

$$k_3 = 3,4 \left( \frac{25}{c} \right)^{2/3} \leq 3,4 \text{ (změněná hodnota v návrhu NA ČR).}$$

$k_4$  je součinitel vyjadřující soudržnost mezi výztuží a betonem jehož hodnota podle doporučení [1] je 0,425;  $\phi$  průměr použité výztuže;  $\rho_{eff}$  účinný stupeň vyztužení,  $\rho_{eff} = A_s/A_{c,eff}$ ;  $A_{c,eff}$  účinná plocha taženého betonu obklopujícího výztuž (obr. 4).

#### PLOCHA VÝZTUŽE $A_s$ POTŘEBNÁ PRO OMEZENOU ŠÍŘKU RANÝCH TRHLÍN

Minimální plochu výztuže při omezené šířce trhlín lze stanovit na základě uvedených vztahů (6) až (9) buď postupným do-

sazováním hodnot, nebo řešením soustavy rovnic. Postupné dosazování a zpřesňování hodnot minimálního vyztužení je při ručním výpočtu poměrně pracné, proto bylo odvozeno analytické řešení soustavy rovnic.

Vzhledem k podmínce vyjádřené vztahem (7b) obdržíme dvě soustavy rovnic, výsledné řešení představuje kořen kvadratické rovnice s největší hodnotou plochy výztuže. Pro výpočet jsou dosazeny standardní součinitele  $k_1 = 0,8$ ,  $k_4 = 0,425$ . Hodnota  $k_3$  c je zjednodušena substitucí  $k_3 c = s_3$ . Odvození je provedeno pro dlouhodobé účinky  $k_t = 0,4$  a rané trhliny. Při raných trhlínách lze uvažovat pro zjednodušení  $(1 + \alpha_e \rho_{eff}) \approx 1$ .

#### Řešení pro soustavu rovnic (6), (7a) a (8)

Soustavu rovnic převedeme na kvadratickou rovnici pro neznámou plochu výztuže  $A_{s,min}$ . Kvadratickou rovnici vyjádříme v normalizovaném tvaru.

$$0 = A_{s,min}^2 + B_i A_{s,min} + C_i \text{ kořen kvadratické rovnice}$$

$$A_{s,min} = -\frac{B_i}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{B_i}{2}\right)^2 - C_i}.$$

Pro tažené prvky je minimální plocha výztuže pro danou šířku trhlín  $w_k$  ( $k_2 = 1, k_c = 1$ )

$$A_{s,min,11} = -\frac{B_{11}}{2} + \sqrt{\left(\frac{B_{11}}{2}\right)^2 - C_{11}}, \quad (9)$$

$$\text{kde } B_{11} = -\frac{s_3 f_{ct,ef} (k A_{ct} - 0,4 A_{c,eff})}{E_s w_k},$$

$$C_{11} = -\frac{0,17 \phi A_{c,eff} f_{ct,ef} (k A_{ct} - 0,4 A_{c,eff})}{E_s w_k}.$$

Pro ohybané prvky je minimální plocha výztuže pro danou šířku trhlín  $w_k$  ( $k_2 = 0,5, k_c = 0,4$ )

$$A_{s,min,21} = -\frac{B_{21}}{2} + \sqrt{\left(\frac{B_{21}}{2}\right)^2 - C_{21}}, \quad (10)$$

$$\text{kde } B_{21} = -\frac{0,4 s_3 f_{ct,ef} (k A_{ct} - A_{c,eff})}{E_s w_k},$$

$$C_{21} = -\frac{0,068 \phi A_{c,eff} f_{ct,ef} (k A_{ct} - A_{c,eff})}{E_s w_k}.$$

(Hodnoty jednotlivých veličin jsou vysvětleny v předchozích vztazích. V dalším se uvažuje pouze minimální kladný kořen řešení kvadratické rovnice (9) a (10).)

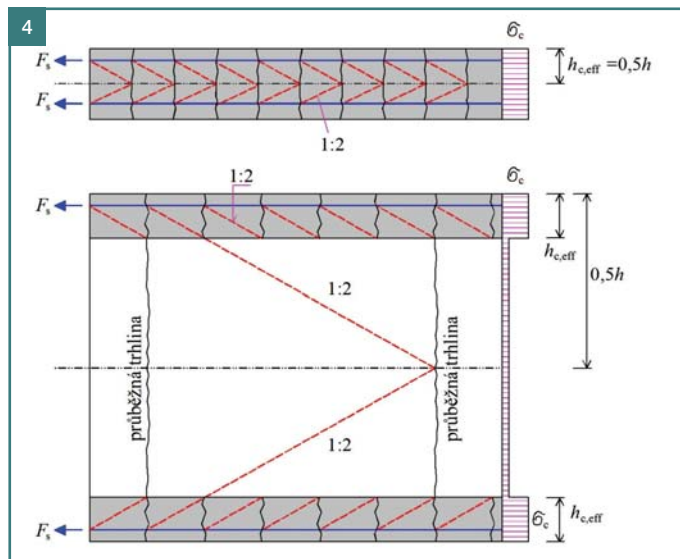
#### Řešení pro soustavu rovnic (6), (7b) a (8)

Pro tažené prvky je minimální plocha výztuže pro danou šířku trhlín  $w_k$  ( $k_2 = 1, k_c = 1$ )

$$A_{s,min,12} = -\frac{B_{12}}{2} + \sqrt{\left(\frac{B_{12}}{2}\right)^2 - C_{12}}, \quad (11)$$

$$\text{kde } B_{12} = -\frac{0,6 s_3 f_{ct,ef} k A_{ct}}{E_s w_k},$$

$$C_{12} = -\frac{0,204 \phi A_{c,eff} f_{ct,ef} k A_{ct}}{E_s w_k}.$$



Pro ohýbané prvky je minimální plocha výztuže pro danou šířku trhlín  $w_k$  ( $k_2 = 0,5$ ,  $k_c = 0,4$ )

$$A_{s,min,22} = -\frac{B_{22}}{2} + \sqrt{\left(\frac{B_{22}}{2}\right)^2 - C_{22}}, \quad (12)$$

kde  $B_{22} = -\frac{0,24k_s f_{ct,ef} A_{ct}}{E_s w_k}$ ,

$$C_{22} = -\frac{0,041\phi A_{c,eff} f_{ct,ef} k A_{ct}}{E_s w_k}.$$

(Hodnoty jednotlivých veličin jsou vysvětleny v předchozích vztazích. V dalším se uvažuje pouze minimální kladný kořen řešení kvadratické rovnice (11) a (12).)

Minimální plocha výztuže pro dané omezení šířky trhlín je maximum hodnot získaných ze vztahu (9) a (11) pro tažený prvek  $A_{s,min} = \max(A_{s,min,11}; A_{s,min,12})$  a vztahů (10) a (12) pro ohýbaný prvek  $A_{s,min} = \max(A_{s,min,21}; A_{s,min,22})$ . Navíc je nutné dodržet Tab. 7.3CZ [1] pro maximální vzdálenost výztužných prutů.

Pozn.: Při raných trhlinách lze uvažovat pouze vztah (7b), řešení se pak omezí pouze na vyčíslení rovnice (11).

### Minimální množství výztuže pro omezení šířky trhlín v raném stadiu po betonáži prvku podle [6]

Na jednoduchém příkladě (stejný jako v 1. části článku – viz [6]) ověříme omezení šířky trhlín v raném stadiu podle ČSN EN 1992-1-1. Provedeme posouzení deskového prvku o tloušťce 550 mm, navržená třída betonu C30/37, betonová krycí vrstva 50 mm. Maximální šířka trhlín 0,30 mm, těžiště výztuže od spodního líce  $d_1 = 0,05 + 0,016/2 = 0,058$  mm,  $k = 0,825$ . Součinitel délky trvání  $k_t = 0,4$  a .

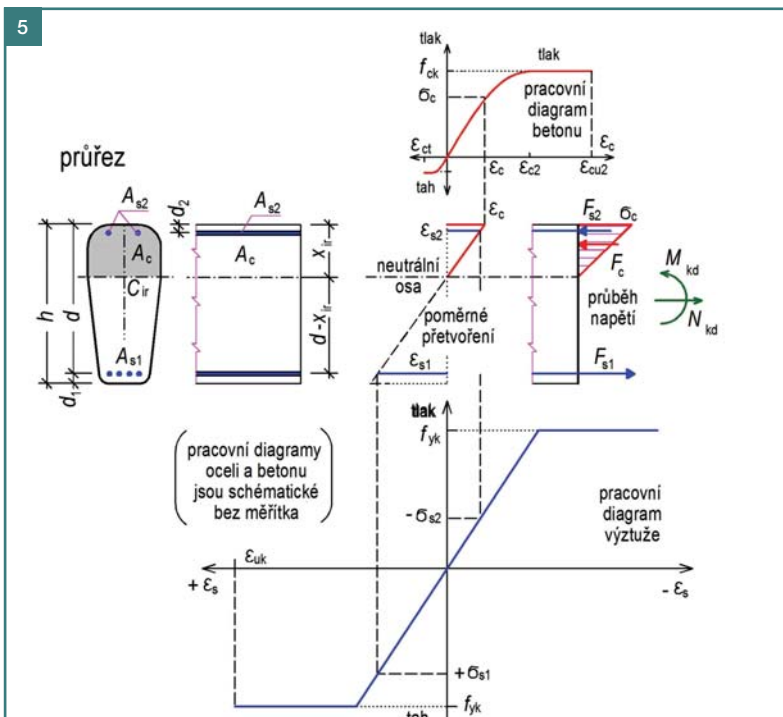
#### Tažený prvek

Výška spolupůsobící betonové vrstvy s výztuží (v raném stadiu vzniku trhlín) je  $h_{c,eff} = 0,058 \cdot 2,5 = 0,145$  [m] a plocha  $A_{c,eff} = 0,145 \cdot 1 = 0,145$  [m<sup>2</sup>].

Tažená plocha průřezu před vznikem trhliny  $A_{ct} = 0,5 \cdot 0,55 \cdot 1 = 0,275$  m<sup>2</sup>.

Pro stadium raných trhlín se předpokládá efektivní pevnost betonu v tahu hodnotou  $f_{ct,eff} = 0,5 f_{ctm} = 1,45$  [MPa].

Předpokládané vyztužení je z profilu Ø16 mm.



Obr. 4 Účinná plocha taženého betonu  $A_{c,eff}$  u tenkých a tlustých prvků podle [9] | Fig. 4 Effective tension area of concrete  $A_{c,eff}$  for thin and thick members according to [9]

Obr. 5 Průřez porušený trhlinou, pracovní diagramy | Fig. 5 Section with crack, stress – strain relations

Z rovnice (9)

$$A_{s,min,11} = -\frac{B_{11}}{2} + \sqrt{\left(\frac{B_{11}}{2}\right)^2 - C_{11}} = 0,001 51 \text{ [m}^2\text{]},$$

kde  $B_{11} = -0,000 436$  a  $C_{11} = -1,61 \cdot 10^{-6}$ .

Z rovnice (11)

$$A_{s,min,12} = -\frac{B_{12}}{2} + \sqrt{\left(\frac{B_{12}}{2}\right)^2 - C_{12}} = 0,001 8 \text{ [m}^2\text{]},$$

kde  $B_{12} = -0,000 352$  a  $C_{12} = -2,595 \cdot 10^{-6}$ .

Rozhodující minimální plocha výztuže je 1 800 mm<sup>2</sup>. Výpočtem pomocí tabulky 7.2CZ se stanovilo minimální vyztužení Ø16/100 mm,  $A_s = 2 011$  mm<sup>2</sup> (viz [6]). Přímým výpočtem se získá příznivější výsledek.

#### Ohybové namáhání

Předpokládané vyztužení opět pruty profilu Ø16 mm.

Z rovnice (10)

$$A_{s,min,21} = -\frac{B_{21}}{2} + \sqrt{\left(\frac{B_{21}}{2}\right)^2 - C_{21}} = 6,03 \text{ [m}^2\text{]},$$

kde  $B_{21} = -0,000 084 6$  a  $C_{21} = -3,12 \cdot 10^{-7}$ .

Z rovnice (12)

$$A_{s,min,22} = -\frac{B_{22}}{2} + \sqrt{\left(\frac{B_{22}}{2}\right)^2 - C_{22}} = 0,000 8 \text{ [m}^2\text{]},$$

kde  $B_{22} = -0,000 141$  a  $C_{22} = -5,22 \cdot 10^{-7}$ .

Rozhodující minimální plocha výztuže je 800 mm<sup>2</sup>. Výpočtem pomocí tabulky 7.2CZ se stanovilo minimální vyztužení



Ø16/250 mm,  $A_s = 804 \text{ mm}^2$  (viz [6]). Výpočtem pomocí tabulky 7.2CZ se získá prakticky stejný výsledek.

### MINIMÁLNÍ PLOCHA VÝZTUŽE PRO OMEZENÍ ŠÍŘKY TRHLIN ZATÍŽENÉHO PRVKU

Při posouzení minimálního vyztužení při kvazistálé kombinaci zatížení se obvykle vychází z vyztužení vypočteného při mezním stavu únosnosti. Na rozdíl od raných trhlin známe tedy plochu výztuže  $A_s$ . Prvním krokem je stanovení polohy neutrální osy a napětí ve výztuži.

Pro obdélníkový průřez oboustranně vyztužený je poloha neutrální osy  $x_{ir}$  (podle obr. 5)

$$x_{ir} = \left[ \sqrt{\left( \alpha_e A_{s1} + A_{s2} (\alpha_e - 1) \right)^2 + 2b \left( \alpha_e A_{s1} d + A_{s2} d_2 (\alpha_e - 1) \right)} - \left( \alpha_e A_{s1} + A_{s2} (\alpha_e - 1) \right) \right] / b, \quad (13)$$

plocha průřezu s trhlinou

$$A_{ir} = b x_{ir} + \alpha_e (A_{s1} + A_{s2}), \quad (14)$$

moment setrvačnosti průřezu s trhlinou

$$I_{ir} = \frac{b x_{ir}^3}{3} + \alpha_e A_{s1} (d - x_{ir})^2 + (\alpha_e - 1) A_{s2} (d_2 - x_{ir})^2. \quad (15)$$

Napětí v tažené výztuži se vyjádří vztahem

$$\sigma_{s1} = \left[ \frac{N_{kd}}{A_{ir}} + N_{kd} \left( x_{ir} - e \right) \frac{x_{ir} - d}{I_{ir}} \right] \alpha_e,$$

resp.  $\sigma_s = \alpha_e \frac{M_{kd}}{I_{ir}} (d - x_{ir}). \quad (16)$

Proměnné viz obr. 5.

Šířka trhlin se stanoví podle vztahu ( $k_t = 0,4$ )

$$w_k = \left( s_3 + \frac{0,34 k_t \phi A_{c,eff}}{A_{s1}} \right) \cdot \frac{1}{E_s} \left( \sigma_s - 0,4 \frac{f_{ct,eff} A_{c,eff}}{A_{s1}} - 0,4 \alpha_e f_{ct,eff} \right). \quad (17)$$

Nutno ověřit podmínku (7b)

$$\left( \sigma_s - 0,4 \frac{f_{ct,eff} A_{c,eff}}{A_{s1}} - 0,4 \alpha_e f_{ct,eff} \right) \geq 0,6 \sigma_s.$$

Pozn.: Přibližný návrh výztuže při omezení šířky trhliny je uveden v lit. [10]. K  $\alpha_e$  podrovněji v 3. části článku.

### Posouzení šířky trhlin při kvazistálé návrhové kombinaci

Uvažujeme stejný průřez. Ohybový moment při kvazistálé kombinaci je  $M_{kd} = 260 \text{ kNm}$ . Z řešení mezního stavu únosnosti je navržené vyztužení Ø16/100 mm ( $A_s = 2\,000 \text{ mm}^2$ ).

Z rovnice (13)  $x_{ir} = 0,098 \text{ m}$ ,

z rovnice (15)  $I_{ir} = 0,002\,2 \text{ m}^4$  a

z rovnice (16)  $\sigma_s = 282 \text{ MPa}$ .

Šířka trhlin se stanoví ze vztahu (17)  $w_k = 0,000\,29 \text{ m}$

Ověření podmínky (7b)  $(\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) \cdot E_s = 191,1 \geq 0,6 \sigma_s = 169,3 \text{ [MPa]}$ .

Šířka trhlin při kvazistálé zatěžovací kombinaci pro vyztužení Ø16/100mm vyhovuje.

### VLIV JEDNOTLIVÝCH PARAMETRŮ NA MINIMÁLNÍ PLOCHU VÝZTUŽE

V oblastech s kontrolovanou šířkou trhlin, je vzdálenost výztužných prutů omezena podle napětí ve výztuži hodnotami v Tab. 7.3CZ (viz [6]) a obr. 6.

Pro stanovení maximální vzdálenosti trhlin  $s_{r,max}$  je uvedeno omezení v článku 7.3.4(3) [1]. Vzdálenost jednotlivých prutů výztuže by neměla být menší než  $5(c + \phi/2)$  (kde  $c$  je betonová krycí vrstva a  $\phi$  je průměr výztužných prutů) (obr. 7 a 8).

Pokud není splněna maximální vzdálenost výztužných prutů do  $5(c + \phi/2)$ , norma [1] uvádí jiný vztah pro maximální vzdálenost trhlin  $s_{r,max} = 1,3(h - x)$ , přitom by však hodnota  $s_{r,max}$  měla být větší, než hodnota získaná podle vztahu (8). V oblastech s kontrolovanou šířkou trhlin by vzdálenost jednotlivých prutů výztuže neměla být větší než  $5(c + \phi/2)$ .

### Vliv velikosti průměru výztuže

Z grafu na obr. 9 je zřejmé, že minimální plocha výztuže je optimální při malých průřezech výztužných prutů. Při nevhodně zvoleném průměru prutu může být až dvojnásobná minimální plocha výztuže pro omezení šířky trhlin. Zde je nutné navíc uvážit maximální vzdálenosti prutů podle Tab. 7.3CZ [1] a podle článku 7.3.4(3) [1]. Z konstrukčního hlediska je přijatelná minimální vzdálenost mezi výztužnými pruty cca 100 mm. Většinou je nutné pruty stykovat přesahy a i v místech přesahů by měla být světlá vzdálenost mezi výztužnými pruty taková, aby se betonová směs po uložení dala příslušně ztuhit (např. u desek).

### Vliv velikosti betonové krycí vrstvy

Zavedením upraveného součinitele  $k_3$  do návrhu národní přílohy normy [1] se při zvětšování tloušťky betonové krycí vrstvy zmenšil nárůst minimální plochy výztuže pro tlusté prvky – viz [7].

Z grafu na obr. 11 je zřejmé, že minimální plocha výztuže pro omezení šířky trhlin naroste při zvětšení třídy betonu až o 10 %. Třída betonu je dána vlivem prostředí, při návrhu minimální výztuže pro omezení šířky trhlin je vhodné navrhovat minimální třídy betonu podle vlivu prostředí.

### REDUKCE VZNIKU RANÝCH TRHLIN

Vznik trhlin a jejich šířku lze minimalizovat vhodnými technologickými, stavebně-technickými a konstrukčními opatřeními.

**Technologická opatření** (z hlediska betonu) vedou ke snížení vyvíjeného tepla při tuhnutí a tvrdnutí betonu, k omezení množství cementu a k nízkému vodnímu součiniteli.

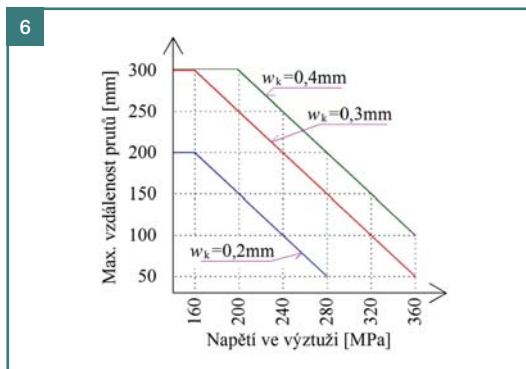
**Stavebně technologická opatření** jsou především pečlivé a dostatečné ošetřování betonu v raných stádiích.

#### Konstrukční opatření:

- minimalizování průřezových změn desek a stěn,
- minimalizování výškových změn v úrovni základové spáry,
- minimalizování vrubů, prostupů a míst s koncentrací napětí,
- minimalizování tření v základové spáře (kluzné fólie apod.).

### DALŠÍ METODY OMEZENÍ VZNIKU A ŠÍŘKY TRHLIN

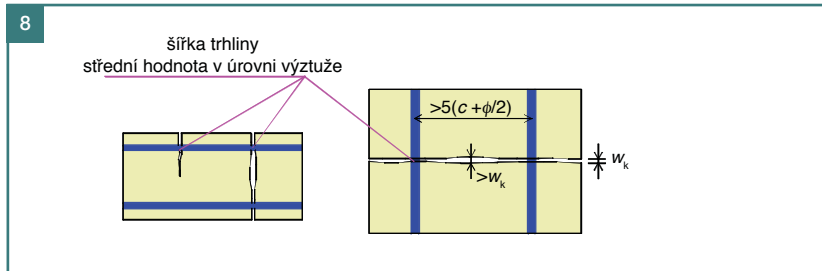
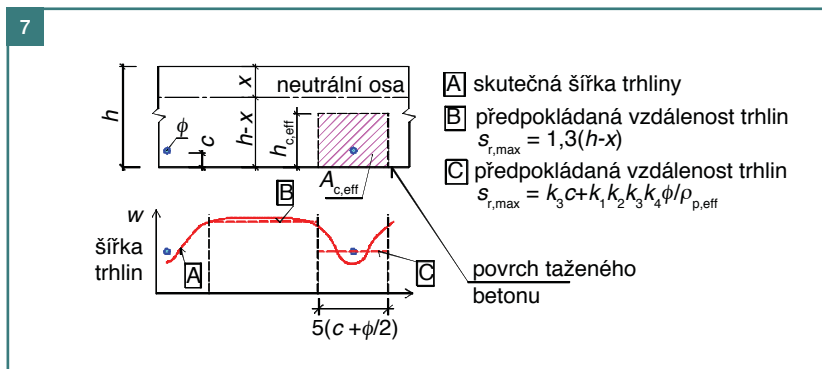
Obvykle omezujeme vznik, popřípadě šířku trhlin spárami (pracovní spáry, jalové spáry) a dilatacemi. Jalové spáry představují lokální zmenšení únosnosti průřezu, tím vzniknou trhliny v předpokládaných místech, které se následně vhodně ošetří. Pracovní spáry vycházejí z technologických možností realizace konstrukce a z požadavku minimalizace napětí z vynucených přetvoření. Pracovní spáry musí být



Obr. 6 Maximální vzdálenost výztužných prutů podle Tab. 7.3CZ [6] | Fig. 6 Maximum distance of reinforcement bars according to Tab. 7.3CZ [6]

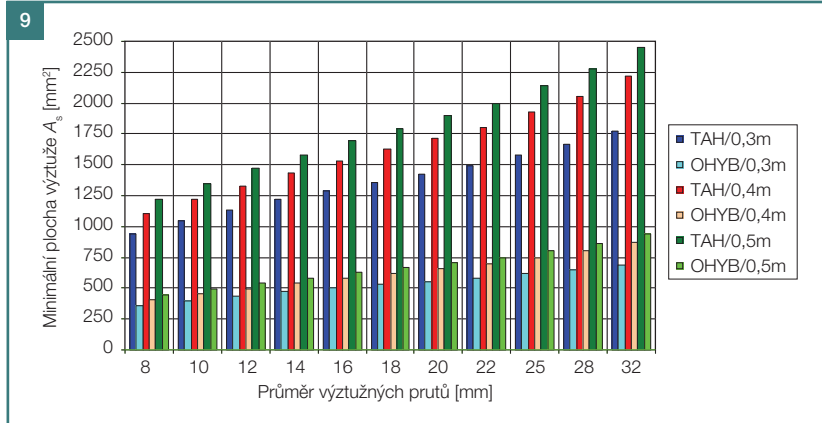
Obr. 7 Šířka trhliny  $w_k$  na povrchu betonu v závislosti na vzdálenosti prutů výztuže podle [1]

| Fig. 7 Crack width  $w_k$  on concrete surface in relation to the distance from bars according to [1]



Obr. 8 Šířka trhlin v oblasti výztuže | Fig. 8 Cracks width in the area of reinforcement bars

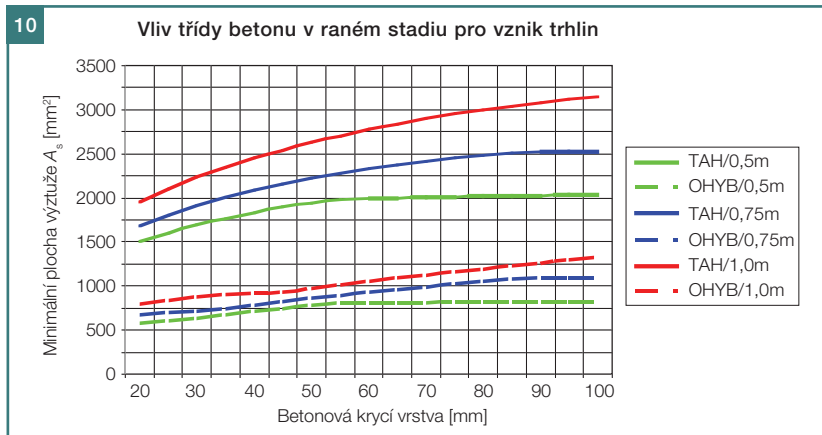
Obr. 9 Minimální plocha výztuže  $A_s$  [mm<sup>2</sup>] při průměru výztužných prutů – příklad | Fig. 9 Minimum area of reinforcement  $A_s$  [mm<sup>2</sup>] according to the diameter of bars – example



Obr. 10 Minimální plocha výztuže  $A_s$  [mm<sup>2</sup>] při změně betonové krycí vrstvy 20 až 100 mm – příklad

| Fig. 10 Minimum area of reinforcement  $A_s$  [mm<sup>2</sup>] according to concrete cover in the range 20 mm – 100 mm – example

Obr. 11 Minimální plocha výztuže  $A_s$  [mm<sup>2</sup>] při změně třídy betonu – příklad | Fig. 11 Minimum area of reinforcement  $A_s$  [mm<sup>2</sup>] according to the concrete class – example

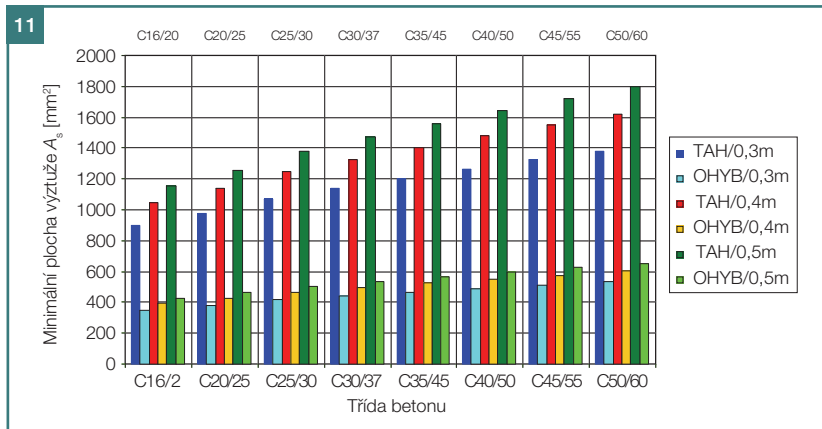


schopny v konečném stadiu přenášet všechny vnitřní síly v daném místě konstrukce jako ostatní části konstrukce.

### ZÁVĚR

Šířka trhlin stanovená výpočtem je hodnota založená na jistých předpokladech. Vzhledem k velkým rozdílům mezi jednotlivými přístupy, ať už normovými nebo experimentálními, je jasné, že šířku trhliny nelze stanovit jednoznačně. To vyplývá z fyzikální podstaty vzniku a šíření trhliny v betonových konstrukcích. Proto je nutné vnímat vypočtenou šířku trhliny nikoliv jako fyzikální skutečnost, ale spíše jako jakousi reprezentativní hodnotu, která se porovnává s limitní hodnotou pro zajištění daného kritéria stanovenou příslušným předpisem svázaným s výpočtovými předpoklady, pro zajištění daného kritéria.

Minimální plocha výztuže je důležitá pro zajištění dostatečné duktility konstrukce a pro omezení šířky trhlin na přijatelnou míru. Minimální plocha výztuže nemůže eliminovat trhliny z nekvalitně zrealizované konstrukce, je dostatečná pouze při správně provedené betonáži a vhodném ošetřování betonové směsi po uložení. Minimální plocha výztuže neřeší rovněž trhliny vzniklé z předčasného či ne-



vhodného zatížení konstrukce v průběhu realizace stavebního díla.

Z grafů je navíc patrné, že minimální plocha výztuže při namáhání ohybem je výrazně menší než při namáhání tlakem. V některých předpisech jsou obě hodnoty podobné, viz např. [3]. Proto je vhodné při namáhání především ohybem nezapomínat ani na případný vliv vznikajících tahů, které mohou být i v tomto případě rozhodující.

Tento příspěvek byl vypracován za podpory grantu TA 02010837 Víceúčelový demontovatelný železobetonový prefabrikovaný stavební systém.

Ing. Jiří Šmejkal, CSc.  
ŠPS statická kancelář  
332 01 Týmákov 353  
tel.: 608 548 788  
e-mail: jiri.smejkal@email.cz



prof. Ing. Jaroslav Procházka, CSc.  
Fakulta stavební ČVUT v Praze  
Katedra betonových a zděných konstrukcí  
Thákurova 7, 166 29 Praha 6  
tel.: 224 354 633, 602 825 789  
e-mail: jaroslav.prochazka@fsv.cvut.cz



Literatura:

- [1] EN 1992-1-1: Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings, CEN, December 2005
- [2] ČSN EN 1992-1-1: Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí – Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby, ČNI, listopad 2006
- [3] DIN EN 1992-1-1: Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion Stahl- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Bemessungsregeln und Regel für den Hochbau; včetně německého NA:2011-01
- [4] Lohmayer G, Ebeling K. (2004): Weisse Wannen einfach und sicher, Konstruktion und Ausführung wasserdurlässiger Bauwerke aus Beton, 6. überarbeitete Auflage. Verlag Bau + Technik, Düsseldorf
- [5] Vinkler M., Procházka J. (2014): Porovnání výpočtů šířky trhlín dle různých přístupů, Beton TKS 02/2014, str. 72–78
- [6] Šmejkal J., Procházka J. (2014): Výpočet šířky trhlín, Beton TKS 06/2014, str. 68–76
- [7] Šmejkal J., Procházka J. (2014): Výpočet minimálního množství výztuže pro omezení šířky trhlín podle změny v národním aplikacním dokumentu k ČSN EN 1992-1-1, Betonářské dny 2014
- [8] DAfStB Heft 400, Beuth Verlag GmbH, Berlin 1994, ISBN 978-3-410-65800-9
- [9] DAfStB Heft 600, Beuth Verlag GmbH, Berlin 2012, ISBN 978-3-410-65218-2
- [10] Kohoutková, A., Procházka, J., Vašková, J. (2014): Navrhování železobetonových konstrukcí. Příklady a postupy; Česká technika, Nakladatelství ČVUT v Praze, ISBN 978-80-01-05587-8

## REŠERŠE ZE ZAHRANIČNÍCH ČASOPISŮ

### BETONOVÁ FASÁDA PROPOUŠTĚJÍCÍ SVĚTLO, BERLÍN, NĚMECKO



ná technologie dovoluje aktivovat a řídit RGB-LED vlákna vložená do betonu pomocí počítače nebo i jen smartphonu. Fasáda tak může měnit svůj barevný vzhled dle aktuálního přání majitele či nájemce prostor.

Z velkorozměrových betonových bloků s optickými vlákny jsou po měsíčním ošetřování nařezány panely o maximálních rozměrech 1 500 × 500 × 20 mm. Po vyleštění obou stran panelů propouští vysoce kvalitní betonové desky světlo z jedné strany na druhou. Kvalita betonu dosahuje až hodnot pevnostní třídy C40/50 s hustotou 2 400 kg/m<sup>3</sup>. Cena za nařezané a vyleštěné desky se pohybuje od 300 do 600 Euro/m<sup>2</sup> v závislosti na kvalitě.

Roye A.: Light-transmitting concrete facade, Berlin, Germany, Concrete Engineering International, January 2015, pp. 28–30

### NĚMECKO-FINSKÉ BETONÁŘSKÉ SYMPOZIUM 2014

Finská asociace designérů Ornamo společně s finským svazem výrobců betonu uspořádali v srpnu 2014 Betonářské sympozium. Týdenní workshop přivedl dohromady deset profesioná-

lů z oblastí umění, designu a architektury z Německa a Finska. Cílem jejich společného snažení bylo navrhnout a realizovat umělecká díla a designové produkty na téma udržitelné prostředí a jeho vyjádření v betonu.

Betonářské sympozium navazovalo po roce na akci „Schale und Fern“ uspořádanou v německém Ulmu. Na obě akce přijela polovina účastníků z Německa a polovina z Finska. Jedním z cílů takových setkání je budování mezinárodních sítí spolupráce, možností společného vývoje „od nápadu k produktu“, a tím otvírání nových možností zaměstnání pro umělce a designéry.

Téma workshopu „environmental art“ se promítlo v navržených betonových fasádách, plotech nebo 3D architektonických objektech a povrchových strukturách. Pro umělce to byla příležitost pracovat s reálným betonem a seznámit se tak s jeho vlastnostmi a chováním jak z pohledu technologa materiálu, mechanického chování, tak i výtvarného vyjádření. Technologie práce s betonem a jeho materiálové chování v různých podmínkách je stále pro většinu umělců neznámé teritorium.



Saarinen S.: Saksa-Suomi Betonisymposium 2014 idyllisessä Elisaassa, Teemana ympäristötuotteet ja-taide, Betoni 3-2014, pp. 68–71