

# POROVNÁNÍ VÝPOČTŮ ŠÍŘKY TRHLINY DLE RŮZNÝCH PŘÍSTUPŮ ■ COMPARISON OF CRACK WIDTH CALCULATIONS USING DIFFERENT APPROACHES

Marek Vinkler, Jaroslav Procházka

Článek se zabývá výpočtem šířky trhliny vzniklé od mechanického zatížení a to dle normových doporučení a dle odvozených vztahů různých autorů. Rozdíly v jednotlivých přístupech jsou porovnávány na modelovém příkladu. Porovnávané parametry jsou tloušťka krycí vrstvy a geometrický stupeň vyztužení. ■ The paper deals with calculation of crack width initiating from mechanical loads according to recommendations and derived formulas of different authors. Differences in the approaches in question are compared on a model example. The compared parameters are thickness of concrete cover and geometrical degree of reinforcement.

Trhliny jsou nedílnou součástí železobetonových konstrukcí. Mohou vznikat působením mechanického zatížení nebo vlivem nesilových účinků. Mezi nesilové účinky můžeme zařadit hlavně objemové změny od smršťování a dotvarování betonu a od vývinu hydratačního tepla.

Při překročení pevnosti betonu v tahu dochází k vzniku trhliny (pevnostní kritérium), popř. vlivem kumulace deformace energie vznikají mikrotrhliny, které se postupně rozvíjejí, až vznikne souvislá trhlina (energetické kritérium), jejíž šířka pak vzrůstá se zvyšujícím se zatížením. Vznik a rozvoj trhlín tedy souvisí s pevností betonu v tahu a s lomovou energií.

Při navrhování konstrukcí se trhlina zabýváme v mezním stavu použitelnosti, neboť mohou ovlivnit vzhled a životnost konstrukce. Vzhledem k agresivitě prostředí a k estetickým požadavkům se zavádí limitní šířka trhliny (obvykle 0,1 až 0,4 mm), která by neměla být překročena. Normová doporučení používají odlišné přístupy pro výpočet šířky trhliny i pro limitní hodnoty. Vzhledem k nadcházející uvažované změně národní přílohy betonářské normy ČSN EN 1992-1-1 [1] jsou dále porovnány jednotlivé přístupy výpočtu šířky trhliny. V následujících odstavcích je tak provedeno srovnání výpočtů šířky trhliny vzniklé od mechanického zatížení dle různých normových doporučení a dle vztahů odvozených z výsledků experimentů, popř. z teorie.

Trhliny vzniklé působením omezených přetvoření od nesilových účinků, tj. zejména smršťováním povrchové vrstvy betonu, tvoří samostatnou a mnohem komplexnější problematiku, a proto jim v tomto článku nebude věnována pozornost. Vlivem nerovnoměrného vysychání betonu a z toho vyplývající nerovnoměrné tendence k objemové změně (smršťování) dochází ke vzniku tahových napětí v povrchové vrstvě betonu, která výrazně ovlivňuje vznik a rozvětvení trhlín. Tomuto problému bude věnován jiný článek v budoucnosti.

## ŠÍŘKA TRHLINY

V normových doporučeních se často vyskytuje vztah pro určení šířky trhliny v této formě

$$w_k = s_{r,max} (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}), \quad (1)$$

kde  $s_{r,max}$  označuje maximální vzdálenost trhlín,  $\epsilon_{sm}$ ,  $\epsilon_{cm}$  jsou průměrná poměrná přetvoření výztuže, resp. betonu mezi trhlínami.

Rozdíly mezi jednotlivými normovými doporučeními vyplývají z odlišného stanovení zejména vzdálenosti trhlín a až poté z rozdílu poměrných přetvoření výztuže a betonu. Na následujících řádcích budou popsány vybrané normové přístupy k výpočtu šířky trhliny a dále také uvedeny vztahy různých autorů odvozené z výsledků experimentů, popř. teoreticky odvozené. S ohledem na české podmínky a tradici byla vybrána tato normová doporučení: Eurokód 2: ČSN EN 1992-1-1 [1] a DIN EN 1992-1-1 [2] s příslušnými národními přílohami, *fib* Model Code for Concrete Structures 2010 [3] a americká norma ACI 318-05 [5]. Pro ilustraci byla zařazena i jedna ze zvažovaných variant pro nadcházející změnu normy ČSN EN 1992-1-1.

Normová doporučení pro výpočet šířky trhliny byla doplněna o srovnání se vztahy odvozenými z experimentů, popř. z teorie. Jsou to tři odvozené vztahy těchto autorů: Gergely, Lutz (1968) [6], Oh, Kang (1987) [7] a Frosch (1999) [8]. Celkem se tedy jedná o osm různých způsobů, jak vypočítat šířku trhliny. Některé přístupy se liší jen v několika koeficientech, některé jsou na-

prосто odlišné, viz dále. V dalším textu budeme používat označení veličin konzistentně s Eurokódem 2.

## ČSN EN 1992-1-1 [1]

Charakteristická šířka trhliny se určí pomocí vztahu (1). Maximální vzdálenost trhliny  $s_{r,max}$  se určí pomocí vztahu (2), rozdíl poměrných přetvoření výztuže a betonu ze vztahu (3)

$$s_{r,max} = k_3 c + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi}{\rho_{eff}}, \quad (2)$$

$$\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} = \quad (3)$$

$$= \frac{1}{E_s} \left[ \sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff}} (1 + \alpha_e \rho_{eff}) \right] \geq \geq 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s}$$

Pracovní součinitel  $\alpha_e$  se stanoví jako poměr středních modulů pružnosti výztuže  $E_s$  a betonu pro dlouhodobé zatížení  $E_{c,eff}$ , vztah (4),  $c$  označuje tloušťku krycí vrstvy tahové výztuže,  $\phi$  označuje průměr tažené výztuže. Efektivní tahovou pevnost betonu lze uvažovat hodnotou střední pevnosti betonu v tahu  $f_{ct,eff} = f_{ctm}$ .

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(t, t_0)}, \quad (4)$$

kde  $\varphi(t, t_0)$  je součinitel dotvarování betonu.

V Eurokódu 2 je pracovní součinitel pro výpočet šířky trhliny stanoven poměrem  $E_s/E_{cm}$ , tj. modul pružnosti betonu je uvažovaný střední hodnotou – bez vlivu dotvarování. Nicméně je názorem autorů, že fyzikálně správnější je uvažovat efektivní modul, který je dále použit pro porovnání přístupů mimo jiné proto, aby byla zachována stejná srovnávací základna pro jednotlivé přístupy.

Vlivem dotvarování dojde k poklesu tuhosti průřezu a k přerozdělení napětí – ve výztuži se zvýší napětí a zvětší se výška tlačené oblasti. Vliv na šířku trhliny je pro jednotlivé přístupy nejednoznačný. Z těchto důvodů jsou dále uvedeny výsledky výpočtu šířky trhliny pro oba způsoby uvažování modulu pružnosti.

Efektivní stupeň vyztužení  $\rho_{eff}$  je de-

finován jako poměr plochy tažené výztuže a efektivní plochy betonu

$$\rho_{\text{eff}} = \frac{A_s}{A_{c,\text{eff}}}, \quad (5)$$

kde  $A_{c,\text{eff}}$  označuje efektivní plochu betonu obklopující taženou výztuž  $A_s$ . Pro obdélníkový průřez je  $A_{c,\text{eff}} = bh_{c,\text{eff}}$  a efektivní výška  $h_{c,\text{eff}}$  se určí z podmínky (6)

$$h_{c,\text{eff}} = \min\left\{2,5(h-d); \frac{h-x}{3}; \frac{h}{2}\right\}. \quad (6)$$

Napětí ve výztuži  $\sigma_s$  se určí z ohybového momentu  $M_{\text{Eqp}}$  od kvazistálé kombinace zatížení (popř. od časté kombinace zatížení  $M_{\text{Etr}}$ ) pro průřez porušený trhlinou, tj. s momentem setrvačnosti ideálního průřezu porušeného trhlinou pro dlouhodobé zatížení  $I_{\text{II,eff}}$

$$\sigma_s = \alpha_e \frac{M_{\text{Eqp}}}{I_{\text{II,eff}}}(d-x). \quad (7)$$

Vztah (2) lze použít pouze za podmínky, že výztuž je dostatečně hustá, viz vztah (8). Pokud není splněna podmínka ve vztahu (8), je nutné pro maximální vzdálenost trhlin použít toto vyjádření dané vztahem (9)

$$s \leq 5\left(c + \frac{\phi}{2}\right) \quad (8)$$

$$s_{r,\text{max}} = 1,3(h-x) \quad (9)$$

Dle české národní přílohy jsou součinitele  $k_i$  stanoveny takto:

- $k_1 = 0,8$  (vliv povrchu výztuže – 0,8 pro žebírkovou výztuž; 1,6 pro hladkou výztuž);
- $k_2 = 0,5$  (vliv rozdělení poměrných přetvoření po výšce průřezu – 0,5 pro

namáhání ohybem; 1 pro namáhání centrickým tahem);

- $k_3 = 3,4$  (vliv krycí vrstvy);
- $k_4 = 0,425$  (vliv soudržnosti betonu a výztuže);
- $k_t = 0,4$  (vliv doby trvání zatížení – 0,4 pro dlouhodobé namáhání; 0,6 pro krátkodobé namáhání).

### ČSN EN 1992-1-1 Změna 2014

Vybraná varianta uvažované změny české národní přílohy zavádí pouze změnu součinitele  $k_3$  na hodnotu:

- $k_3 = 2$ .
- Zdůrazňujeme, že jde pouze o jednu z prověřovaných variant pro nadcházející změnu české normy.

### DIN EN 1992-1-1 [2]

V německé národní příloze Eurokódu 2 jsou oproti české příloze stanoveny koeficienty  $k_i$  takto:

- $k_1, k_2 = 1$ ;
- $k_3 = 0$ ;
- $k_4 = 0,278$ .

Je tedy zřejmé, že německý Eurokód 2 zanedbává vliv krycí vrstvy na šířku trhliny, což je v rozporu s experimentálními zkušenostmi. Z tohoto zjednodušení, jak je dále uvedeno, plyne výrazná úspora výztuže při návrhu konstrukce na limitní šířku trhliny. Kromě toho musí maximální vzdálenost trhliny splnit podmínku

$$s_{r,\text{max}} \leq \frac{\sigma_s \phi}{3,6f_{ct,\text{eff}}}. \quad (10)$$

### fib Model Code 2010 [3]

fib Model Code 2010 je nedávno publikované normové doporučení, které používá lehce odlišný přístup k výpočtu šířky trhliny oproti předchozímu CEB-FIP Model Code 1990 [4], ze kterého vychází Eurokód 2. Šířka trh-

liny pro centricky tažený prvek se určí ze vztahu

$$w_k = 2l_{s,\text{max}}(\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} - \eta_r \epsilon_{cs}). \quad (11)$$

Poslední člen závorky ve vztahu (11) je příspěvek smršťování betonu  $\epsilon_{cs}$ , který budeme dále považovat za nulový vzhledem k tomu, že žádný ze vztahů pro učení šířky trhliny příspěvek smršťování nezohledňuje. Pro ohybaný prvek je nutné šířku trhliny zvětšit podílem  $R$ , vztah (12), který reprezentuje rozevření trhliny vlivem ohybu (při centrickém tahu je šířka trhliny stejná v úrovni výztuži i v úrovni povrchu betonu)

$$R = \frac{h-x}{d-x}. \quad (12)$$

Z dalšího textu vyplývá, že tento podíl se vyskytuje ve všech vztazích odvozených z výsledků experimentů. Ve vztahu (11)  $l_{s,\text{max}}$  představuje délku přenosu sil mezi výztuží a betonem a stanoví se takto

$$l_{s,\text{max}} = kc + \frac{1}{4} \frac{f_{ctm}}{\tau_{bms}} \frac{\phi}{\rho_{\text{eff}}}. \quad (13)$$

Vztah (13) je prakticky stejný jako vztah (2). Koeficienty v tomto vztahu je možné uvažovat následovně:

- $k = 1$ ;
  - $\tau_{bms}/f_{ctm} = 1,8$  (poměr mezního napětí v soudržnosti výztuže a betonu a střední pevnosti betonu v tahu pro dlouhodobé zatížení a fázi stabilizovaných trhlin).
- Položíme-li  $s_{r,\text{max}} = 2l_{s,\text{max}}$ , je možné snadno transformovat koeficienty Model Code 2010 na koeficienty Eurokódu 2:
- $k_3 = 2k = 2$ ;
  - $k_4 = 0,5 f_{ctm}/\tau_{bms} = 0,278$ .

Rozdíl poměrných přetvoření výztuže a betonu se určí obdobně jako v Euro-

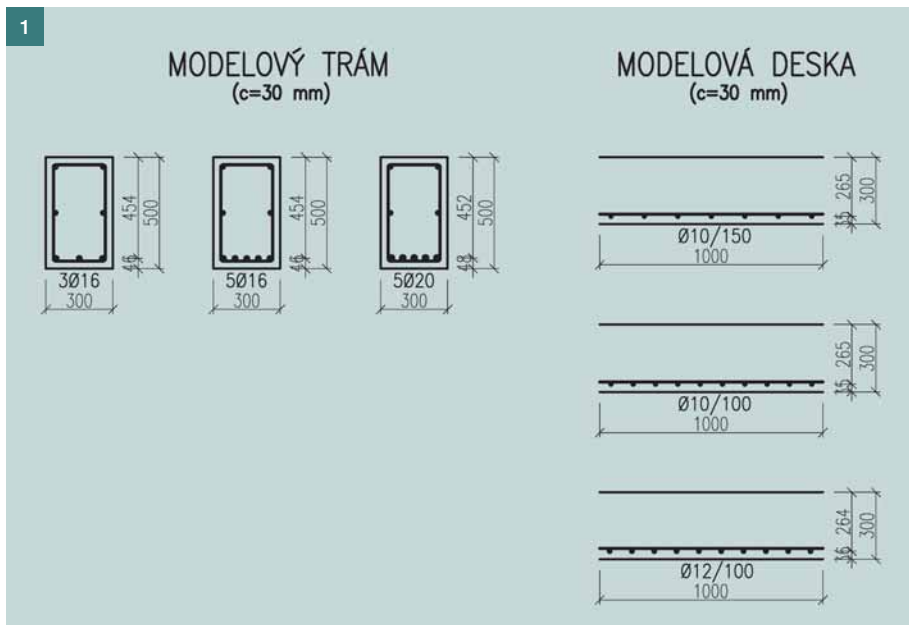
OCHRANA BETONOVÝCH KONSTRUKCÍ POMOCÍ SEKUNDÁRNÍ KRYSTALIZACE

OCHRANA PROTI: TLAKOVÉ VODĚ, ZEMNÍ VLHKOSTI, AGRESIVNÍMU PROSTŘEDÍ, PHM, SILAŽNÍ ŠTÁVĚ, PRONIKÁNÍ RADONU

APLIKACE: NÁTĚR, NÁSTRÍK, VSYP DO PODLAHY, PŘÍSDAVA DO BETONU, TMEL, PRUŽNÁ PASTA



**NEKAP** Vyhradní prodejce v ČR  
 NEKAP, S.R.O., THÁKUROVA 7, 160 00 PRAHA 6  
 TEL.: 233 323 902, 224 316 107, FAX: 224 313 212  
 E-MAIL: INFO@XYPEX.CZ, WWW.XYPEX.CZ



Obr. 1 Modelový trám, modelová deska (pro krytí 30 mm) ■ Fig. 1 Sample beam, sample slab (for covers up to 30 mm)

kódu 2 s tím rozdílem, že není požadována nerovnost ve vztahu (3).

**ACI 318-05 [5]**

Americká norma vychází ze slavného vztahu odvozeného z výsledků experimentů uvedeného v práci z roku 1968 od Gergely, Lutz [6] (viz dále), který byl nicméně upraven do tvaru (v SI jednotkách)

$$w_k = 0,011 \sqrt[3]{(h-d)A_{c1}\sigma_s R}, \quad (14)$$

kde  $A_{c1}$  reprezentuje efektivní taženou plochu betonu kolem jednoho prutu tažené výztuže a stanoví se takto

$$A_{c1} = \frac{2b(h-d)}{n}. \quad (15)$$

Poměr  $R$  je v normě zafixován hodnotou 1,2 a  $n$  představuje počet prutů v šířce  $b$ . Všechny ostatní veličiny již byly vysvětleny.

**Gergely, Lutz (1968) [6]**

Původní vztah, který vychází z výsledků řady experimentů, má tento tvar:

$$w_k = 0,011 \sqrt[3]{(h-d)A_{c1} \cdot (\sigma_s - 34\ 45)R}, \quad (16)$$

s tím, že  $R$  se stanoví přesně dle vztahu (12).

**Oh, Kang (1987) [7]**

Oh, Kang odvodili vztah pro šířku trhliny z experimentů na pěti různých trámech v této formě

$$w_k = \phi a_0 (\epsilon_{sm} - 0,0002) \sigma_s, \quad (17)$$

kde se parametr  $a_0$  určí takto

$$a_0 = 159 \left( \frac{d-x}{h-x} \right)^{4,5} + 2,83 \left( \frac{A_{c1}}{A_{s1}} \right)^{1/3}. \quad (18)$$

V druhé závorce označuje  $A_{s1}$  plochu jednoho prutu tažené výztuže a  $A_{c1}$  efektivní taženou plochu betonu kolem tažené výztuže, která se oproti vztahu (12) stanoví za pomoci efektivní výšky betonu  $h_1$ , vztah (19) a (20)

$$A_{c1} = \frac{bh_1}{n}, \quad (19)$$

$$h_1 = \frac{(h-x)^3}{3(d-x)^2}. \quad (20)$$

Vztah (20) byl odvozen z rovnosti potenciální energie pružné deformace pro tažený a ohýbaný prut.

**Frosch (1999) [8]**

Poslední uvedený přístup byl odvozen teoreticky a stanovuje šířku trhliny takto

$$w_k = 2 \frac{\sigma_s}{E_s} d^* R, \quad (21)$$

kde  $d^*$  reprezentuje charakteristickou kontrolní vzdálenost a určí se dle vztahu (22)

$$d^* = \max \left\{ \sqrt{(h-d)^2 + (d_s)^2}; \sqrt{(h-d)^2 + \left( \frac{s}{2} \right)^2} \right\}, \quad (22)$$

kde  $d_s$  je vzdálenost krajního prutu výztuže k bočnímu líci prvku.

**STUDIE**

Pro porovnání jednotlivých přístupů byly vytvořeny modelové příklady železobetonového trámu a desky s uvažovaným namáháním ohybovým momentem.

Trámy byly uvažovány šířky 300 mm a výšky 500 mm, přičemž do výpočtu byly zavedeny tři různé stupně vyztužení tahovou výztuží: 3Ø16, 5Ø16, 5Ø20 vždy s třmínkem Ø8 (obr. 1). Pro každý z takto vyztužených trámů byl výpočet proveden pro tloušťky krycí vrstvy třmínku 20, 30, 40 a 50 mm. Krytí 20 mm je uvedeno pouze z ilustrativních důvodů, ve skutečných konstrukcích se takto malé krytí prakticky nevyskytuje.

Desky byly uvažovány tloušťky 300 mm pro tři různé stupně vyztužení tahovou výztuží: Ø10 po 150 mm, Ø10 po 100 mm a Ø12 po 100 mm (výztuž blíže k povrchu) (obr. 1). Stejně jako pro trámy, bylo i pro desky uvažovány tloušťky krycí vrstvy 20, 30, 40 a 50 mm.

Uvažované materiály jsou beton C30/37 a betonářská ocel B500B. Ohybový moment od kvazistálé kombinace zatížení pro trámy a 35 kNm/m pro desky (dlouhodobé zatížení). Součinitel dotvarování pro výpočet efektivního modulu pružnosti betonu byl uvažován hodnotou 2.

Každý z trámů a každá z desek splňuje podmínku minimálního vyztužení dle Eurokódu 2. Minimální množství tahové výztuže je dle ČSN EN 1992-1-1 [1] dáno vztahy (23) a (24). Vztah (24) zajišťuje potřebnou výztuž z hlediska vzniku trhlin

Tab. 1a Šířka trhliny pro modelový trám (pro  $E_{c,eff}$ ) | Tab. 1a Crack width for the sample beam (for  $E_{c,eff}$ )

	3Ø16, $A_s=603 \text{ mm}^2$				5Ø16, $A_s=1005 \text{ mm}^2$				5Ø20, $A_s=1571 \text{ mm}^2$			
c [mm]	20	30	40	50	20	30	40	50	20	30	40	50
$\rho$ [%]	4,33	4,43	4,53	4,63	7,22	7,38	7,55	7,72	11,33	11,58	11,85	12,12
ČSN EN 1992-1-1	0,159	0,204	0,240	0,278	0,068	0,088	0,108	0,130	0,038	0,049	0,061	0,074
ČSN EN 1992-1-1 Z2014	0,135	0,171	0,195	0,219	0,054	0,069	0,081	0,094	0,030	0,037	0,044	0,052
DIN EN 1992-1-1	0,167	0,202	0,212	0,220	0,057	0,066	0,069	0,072	0,029	0,030	0,032	0,033
fib Model Code 2010	0,223	0,287	0,329	0,375	0,086	0,110	0,131	0,154	0,045	0,056	0,069	0,083
ACI 318-05	0,202	0,244	0,285	0,325	0,105	0,127	0,148	0,169	0,072	0,086	0,100	0,114
Gergely, Lutz	0,161	0,201	0,243	0,289	0,076	0,096	0,116	0,139	0,045	0,057	0,069	0,083
Oh, Kang	0,211	0,229	0,249	0,272	0,095	0,104	0,115	0,127	0,055	0,061	0,069	0,078
Frosch	0,181	0,197	0,221	0,279	0,077	0,106	0,139	0,176	0,053	0,074	0,097	0,123

Tab. 1b Šířka trhliny pro modelový trám (pro  $E_{cm}$ ) | Tab. 1b Crack width for the sample beam (for  $E_{cm}$ )

	3Ø16, $A_s=603 \text{ mm}^2$				5Ø16, $A_s=1005 \text{ mm}^2$				5Ø20, $A_s=1571 \text{ mm}^2$			
c [mm]	20	30	40	50	20	30	40	50	20	30	40	50
$\rho$ [%]	4,33	4,43	4,53	4,63	7,22	7,38	7,55	7,72	11,33	11,58	11,85	12,12
ČSN EN 1992-1-1	0,162	0,209	0,249	0,285	0,072	0,095	0,115	0,136	0,042	0,055	0,067	0,081
ČSN EN 1992-1-1 Z2014	0,138	0,175	0,205	0,229	0,058	0,074	0,088	0,101	0,033	0,042	0,050	0,058
DIN EN 1992-1-1	0,170	0,206	0,233	0,242	0,061	0,074	0,081	0,085	0,032	0,039	0,040	0,042
fib Model Code 2010	0,224	0,287	0,343	0,385	0,090	0,117	0,140	0,162	0,050	0,066	0,078	0,091
ACI 318-05	0,194	0,233	0,272	0,311	0,100	0,120	0,140	0,160	0,068	0,081	0,094	0,107
Gergely, Lutz	0,151	0,187	0,225	0,266	0,069	0,087	0,105	0,124	0,040	0,050	0,060	0,072
Oh, Kang	0,204	0,220	0,237	0,257	0,090	0,098	0,107	0,116	0,050	0,056	0,061	0,068
Frosch	0,170	0,184	0,206	0,258	0,071	0,098	0,127	0,160	0,049	0,067	0,087	0,109

Tab. 2a Šířka trhliny pro modelovou desku (pro  $E_{c,eff}$ ) | Tab. 2a Crack width for the sample slab (for  $E_{c,eff}$ )

	Ø10/150, $A_s=524 \text{ mm}^2$				Ø10/100, $A_s=785 \text{ mm}^2$				Ø12/100, $A_s=1131 \text{ mm}^2$			
c [mm]	20	30	40	50	20	30	40	50	20	30	40	50
$\rho$ [%]	1,90	1,98	2,05	2,14	2,86	2,96	3,08	3,21	4,13	4,28	4,45	4,64
ČSN EN 1992-1-1	0,243	0,295	0,337	0,383	0,109	0,147	0,174	0,203	0,070	0,091	0,109	0,129
ČSN EN 1992-1-1 Z2014	0,243	0,260	0,289	0,321	0,094	0,124	0,141	0,160	0,060	0,074	0,086	0,099
DIN EN 1992-1-1	0,200	0,215	0,233	0,254	0,092	0,099	0,107	0,117	0,055	0,060	0,065	0,070
fib Model Code 2010	0,216	0,217	0,270	0,335	0,096	0,103	0,130	0,164	0,051	0,060	0,078	0,100
ACI 318-05	0,199	0,259	0,318	0,379	0,118	0,153	0,189	0,225	0,086	0,111	0,136	0,161
Gergely, Lutz	0,161	0,221	0,287	0,362	0,089	0,123	0,161	0,204	0,059	0,082	0,107	0,137
Oh, Kang	0,203	0,230	0,263	0,303	0,109	0,125	0,144	0,169	0,073	0,084	0,099	0,118
Frosch	0,233	0,266	0,307	0,358	0,112	0,134	0,162	0,197	0,081	0,097	0,118	0,144

Tab. 2b Šířka trhliny pro modelovou desku (pro  $E_{cm}$ ) | Tab. 2b Crack width for the sample slab (pro  $E_{cm}$ )

	Ø10/150, $A_s=524 \text{ mm}^2$				Ø10/100, $A_s=785 \text{ mm}^2$				Ø12/100, $A_s=1131 \text{ mm}^2$			
c [mm]	20	30	40	50	20	30	40	50	20	30	40	50
$\rho$ [%]	1,90	1,98	2,05	2,14	2,86	2,96	3,08	3,21	4,13	4,28	4,45	4,64
ČSN EN 1992-1-1	0,260	0,306	0,347	0,392	0,105	0,153	0,178	0,206	0,067	0,094	0,112	0,131
ČSN EN 1992-1-1 Z2014	0,260	0,273	0,301	0,332	0,090	0,130	0,147	0,165	0,057	0,078	0,090	0,102
DIN EN 1992-1-1	0,187	0,202	0,218	0,237	0,085	0,092	0,099	0,108	0,051	0,055	0,059	0,064
fib Model Code 2010	0,225	0,195	0,245	0,306	0,105	0,097	0,123	0,155	0,061	0,061	0,078	0,099
ACI 318-05	0,193	0,250	0,308	0,367	0,113	0,147	0,181	0,216	0,082	0,106	0,130	0,154
Gergely, Lutz	0,154	0,210	0,271	0,340	0,084	0,115	0,149	0,188	0,055	0,075	0,098	0,124
Oh, Kang	0,198	0,223	0,252	0,287	0,105	0,120	0,136	0,157	0,069	0,079	0,091	0,106
Frosch	0,223	0,253	0,291	0,337	0,107	0,126	0,152	0,183	0,076	0,091	0,109	0,132

$$A_{s,min} = \max \left\{ 0,26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} bd; 0,00013bd \right\}, \quad (23)$$

$$A_{s,min} = k_c k \frac{f_{ct,eff}}{\sigma_s} A_{ct}, \quad (24)$$

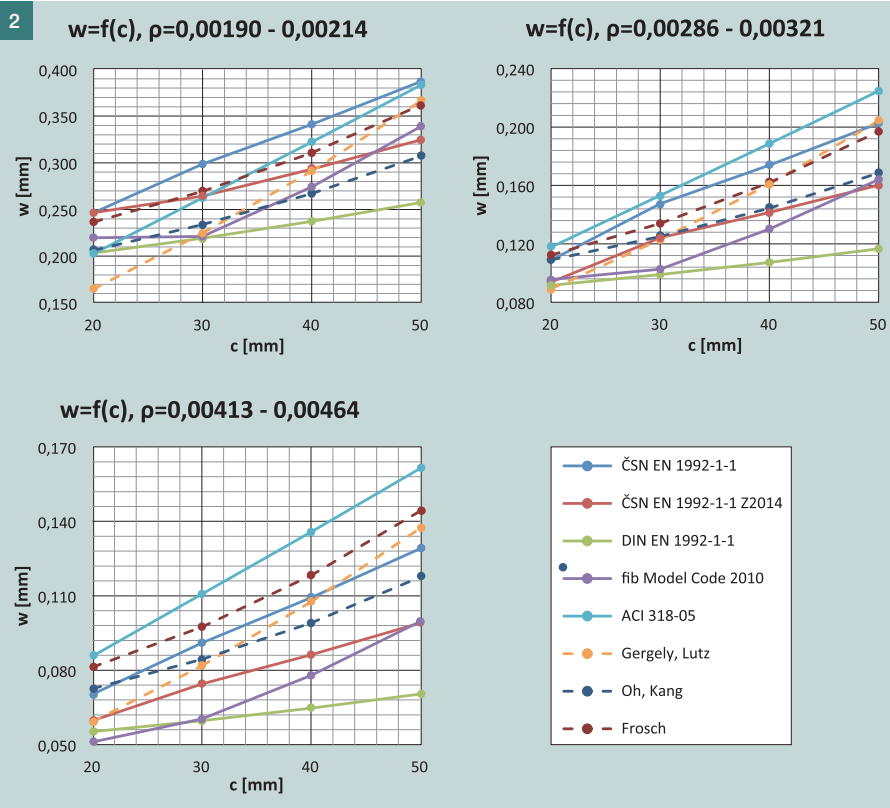
kde  $k_c$  je součinitel, kterým se zohled-

ňuje rozdělení napětí v průřezu bezprostředně před vznikem trhlin a změna ramene vnitřních sil (pro náš případ prostého ohybu  $k_c = 0,4$ ),  $k$  je součinitel vyjadřující účinek nerovnoměrného rozdělení vnitřních rovnovážných napětí vedoucí ke zmenšení sil vyplývajících z omezení přetvoření (uvažujeme  $k = 1$ ),  $f_{ct,eff}$  odpovídá střední pevnos-

ti betonu v tahu v okamžiku vzniku trhlin (uvažujeme  $f_{ct,eff} = f_{ctm}$ ), napětí ve výztuži je uvažováno hodnotou charakteristické meze kluzu betonářské oceli  $\sigma_s = f_{yk}$  a  $A_{ct}$  reprezentuje taženou plochu betonu v okamžiku prvního očekávaného vzniku trhlin (pro náš případ  $A_{ct} = 0,5 bh$ ).

Dohromady se jedná celkem o dva-



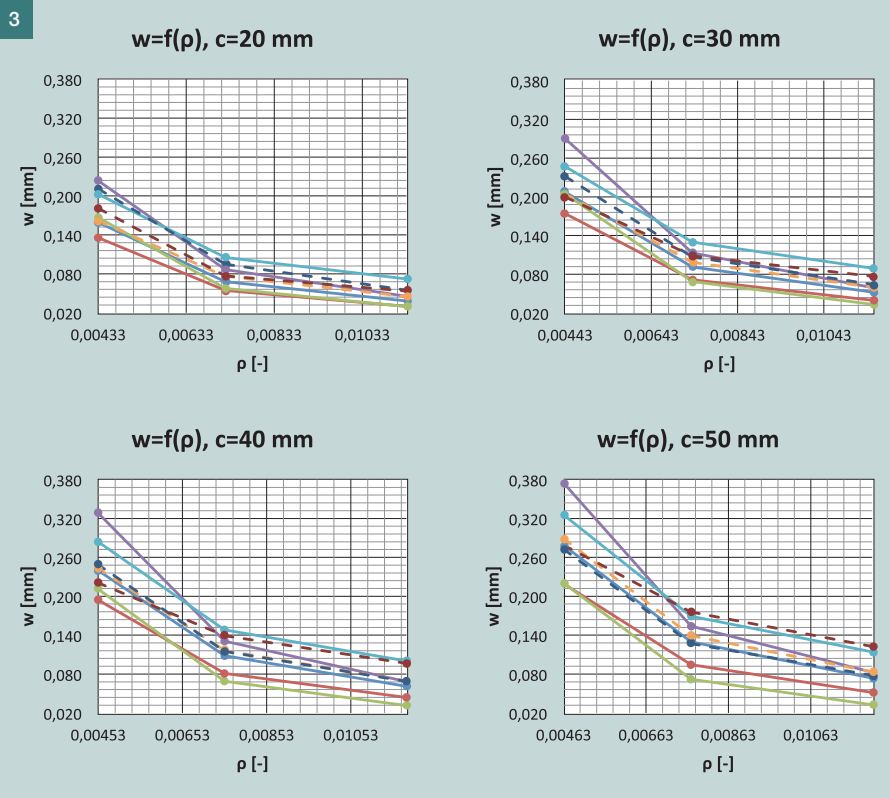


Obr. 2 Šířka trhliny jako funkce tloušťky krycí vrstvy pro modelový trám Fig. 2 Crack width as a function of thickness of the cover layer in the sample beam

Obr. 3 Šířka trhliny jako funkce geometrického stupně vyztužení pro modelový trám Fig. 3 Crack width as a function of geometrical degree of reinforcement in the sample beam

Obr. 4 Šířka trhliny jako funkce tloušťky krycí vrstvy pro modelovou desku Fig. 4 Crack width as a function of thickness of the cover layer in the sample slab

Obr. 5 Šířka trhliny jako funkce geometrického stupně vyztužení pro modelovou desku Fig. 5 Crack width as a function of geometrical degree of reinforcement in the sample slab



náct typů trámů a dvanáct typů desek. Pro každý typ prvku výpočet proběhl dle osmi různých přístupů, vždy při použití efektivního i středního modulu pružnosti, celkem tedy 2 x 192 výpočtů šířky trhliny.

**VÝSLEDKY**

V tabulkách tab. 1a a tab. 2a jsou shrnuty výsledky výpočtu při použití efektivního modulu pružnosti. V tabulkách tab. 1b a tab. 2b jsou shrnuty výsledky výpočtu při použití středního modulu pružnosti.

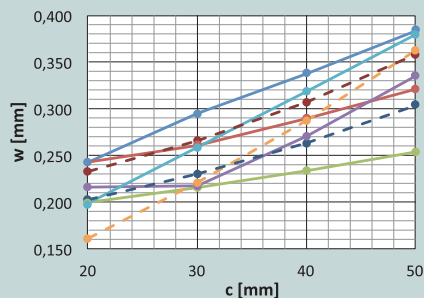
Z tabulek je patrný rozdíl výsledků při použití efektivního a středního modulu pružnosti betonu. Český Eurokód, původní i změněný, a německý Eurokód dávají větší šířky trhliny při použití středního modulu pružnosti. Experimentální/teoretické přístupy a americká norma dávají větší šířky trhliny při použití efektivního modulu pružnosti. *fib* Model Code se chová nejednoznačně. Obecně lze říci, že vliv změny modulů pružnosti dává nejednoznačné výsledky.

Pro zvýšení přehlednosti a pro určení typických závislostí se nabízí vykreslit vypočtené šířky trhliny do grafů v závislosti na tloušťce krycí vrstvy a v závislosti na geometrickém stupni vyztužení, který je daný vztahem (25) (obr. 2 až 5). Grafy jsou vykresleny z tabulek vypočítaných s efektivním modelem pružnosti. Legenda je pro všechny grafy stejná.

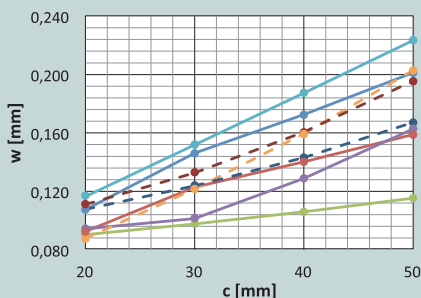
Tab. 3 Minimální vyztužení s ohledem na limitní šířku trhliny Tab. 3 Minimum reinforcement with regard to the limit crack width

	ČSN EN 1992-1-1	ČSN EN 1992-1-1 Z 2014	DIN EN 1992-1-1	fib Model Code 2010	ACI 318-05
c [mm]	30	30	30	30	40
s <sub>max</sub> [mm]	148	160	163	151	131
s <sub>max</sub> /s <sub>max</sub> [%]	100	108	110	102	88,5
A <sub>s,min</sub> [mm <sup>2</sup> /m]	764	707	694	749	863
A <sub>s,min</sub> /A <sub>s,min</sub> [%]	100	92,5	90,8	98,0	113
ρ <sub>min</sub> [‰]	2,89	2,68	2,63	2,84	3,40

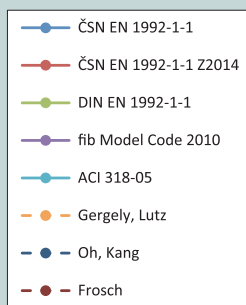
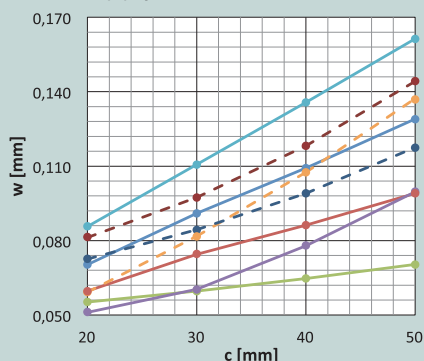
4  $w=f(c), \rho=0,00190 - 0,00214$



$w=f(c), \rho=0,00286 - 0,00321$



$w=f(c), \rho=0,00413 - 0,00464$



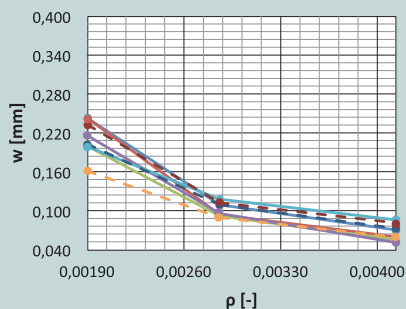
- beton C30/37;
- betonářská výztuž B500B;
- tloušťka desky  $h = 300$  mm;
- průměr výztuže  $\varnothing = 12$  mm;
- ohybový moment od kvazistálé kombinace zatížení  $M_{Eqp} = 40$  kNm/m;
- součinitel dotvarování  $\phi(t, t_0) = 2$  (použit  $E_{c,eff}$ );

stupeň vlivu prostředí XC2, XF1 dle ČSN EN 206-1 [9], tj. koroze vlivem karbonatce pro prostředí mokré, občas suché (XC2) a střídavé působení mrazu a rozmrazování pro prostředí mírně nasycené vodou, bez rozmrazovacích prostředků (XF1).

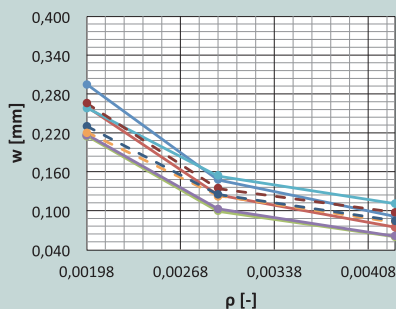
Zvolená vstupní data tak odpovídají modelové desce. Nejprve je stanovena minimální tloušťka krycí vrstvy dle příslušného normového přístupu a následně je vypočtena maximální osová vzdálenost výztuže pro splnění limitní šířky trhliny dle příslušného normového přístupu. V tabulce tab. 3 jsou uvedeny výsledky výpočtu.

Z tabulky jasně vyplývá, že celá problematika porovnání je komplexnější, než by na první pohled vyplývalo z grafů na obr. 2 až 5. Maximální vzdálenost výztuže ve srovnání s ČSN EN 1992-1-1 se pro daný příklad pohybuje od 88,5 do 110 %. Tomu odpovídají minimální množství výztuže od 90,8 do 113 %. Rozdíly v nutném stupni vyztužení jsou o poznání menší než rozdíly v šířce trhliny. To je dané nelineární závislostí šířky trhliny na stupni vyztužení.

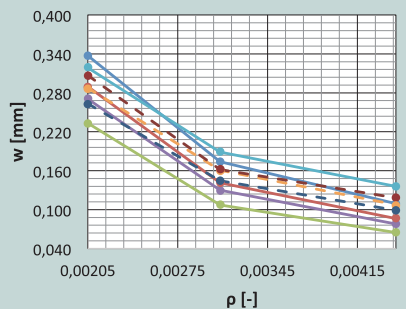
5  $w=f(\rho), c=20$  mm



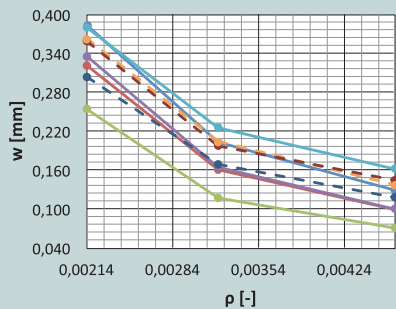
$w=f(\rho), c=30$  mm



$w=f(\rho), c=40$  mm



$w=f(\rho), c=50$  mm



### DISKUSE VÝSLEDKŮ

V této kapitole je provedena diskuse výsledků ve dvou úrovních. Základní skutečnosti vyplývající z vykreslených grafů lze shrnout následovně (při použití efektivního modulu pružnosti betonu):

- 1) Z hlediska komplexních výsledků všech přístupů (platící pro trámy i pro desky):

- Z grafů na obrázcích 2 a 4 je zřejmá přibližně lineární rostoucí závislost šířky trhliny na tloušťce krycí vrstvy.
- Z grafů na obrázcích 3 a 5 je zřejmá nelineárně klesající závislost (exponenciální, hyperbolická) šířky trhliny na geometrickém stupni vyztužení.
- S rostoucí tloušťkou krycí vrstvy roste absolutní rozptyl výsledků jednotlivých přístupů. Tato skutečnost se více projevuje u desek než u trámů.
- S rostoucím geometrickým stupněm vyztužení roste absolutní roz-

$$\rho = \frac{A_s}{bd} \quad (25)$$

### PŘÍKLAD

Než přistoupíme k vlastnímu porovnání jednotlivých přístupů, je nutné zmínit jednu zásadní skutečnost. Každý normový přístup většinou používá odlišné stanovení minimální tloušťky krycí vrst-

vy vzhledem k danému stupni agresivity prostředí, tzv. stupni vlivu prostředí. Proto je v této kapitole ilustrativně vypočteno množství výztuže daného průměru nutné pro splnění podmínek mezních stavů použitelnosti pro omezení šířky trhlin v daném prostředí pro železobetonovou desku namáhanou ohybovým momentem. Pro výpočet byly zvoleny tyto vstupní hodnoty:

Literatura:

- [1] ČSN EN 1992-1-1: Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí – Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby. Český normalizační institut, 2005
- [2] DIN EN 1992-1-1: Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton und Spanbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. Deutsches Institut für Normung, 2011
- [3] *fib* Model Code for Concrete Structures 2010, *fib* – International Federation for Structural Concrete, 2013
- [4] CEB-FIP Model Code 1990, Thomas Telford Ltd., CEB Bulletin No. 213/214, 1993
- [5] ACI 318-05 and Commentary ACI 318R-05: Building Code Requirements for Reinforced Concrete, American Concrete Institute, Detroit, 2005
- [6] *Gergely P., Lutz L. A.*: Maximum Crack Width in RC Flexural Members, Causes, Mechanisms and Control of Cracking in Concrete, SP-20, American Concrete Institute, 1968, str. 97–117
- [7] *Oh B. H., Kang Y. J.*: New Formulas for Maximum Crack Width and Crack Spacing in Reinforced Concrete Flexural Members, *ACI Structural Journal* 84 (2), Detroit, 1987, str. 103–112
- [8] *Frosch R. J.*: Another Look at Crack and Crack Control in Reinforced Concrete, *ACI Structural Journal* 96 (3), 199, str. 437–442
- [9] ČSN EN 206-1: Beton – Část 1: Specifikace, vlastnosti, výroba a shoda, Český normalizační institut, 2001

ptyl výsledků jednotlivých přístupů. Tato skutečnost se též více projevuje u desek než u trámů.

2) Z hlediska rozdílů mezi jednotlivými přístupy:

- Největších šířek trhliny u trámů dosahují výpočty zejména dle ACI 318-05 a poté dle *fib* Model Code 2010 (pro menší geometrický stupeň vyztužení).
- Největších šířek trhliny u desek dosahují výpočty zejména dle ACI 318-05 a poté dle ČSN EN 1992-1-1 (pro menší geometrický stupeň vyztužení).
- Nejmenších šířek trhliny u trámů dosahují výpočty zejména dle DIN EN 1992-1-1 a poté dle ČSN EN 1992-1-1 Z2014 (pro menší krytí a menší geometrický stupeň vyztužení).
- Nejmenších šířek trhliny u desek dosahují výpočty dle DIN EN 1992-1-1 (zejména pro větší krytí).
- Šířka trhliny dle DIN EN 1992-1-1 se u desek i u trámů s větším krytím výrazně odchyluje od ostatních přístupů. Tato skutečnost se ve větší míře projevuje pro větší geometrický stupeň vyztužení.
- Šířka trhliny dle *fib* Model Code 2010 vykazuje velmi nestejnoroďé chování při porovnání trámů a desek a také při porovnání různých úrovní zatížení. Vzhledem k tloušťce krycí vrstvy se nechová monotónně. Tyto skutečnosti vyplývají z toho, že *fib* Model Code 2010 nepožaduje splnění nerovnosti dané vztahem (3).
- Šířka trhliny dle ČSN EN 1992-1-1 Z2014 vykazuje oproti ČSN EN 1992-1-1 výrazný pokles a víc se přibližuje k DIN EN 1992-1-1, avšak se zachováním vlivu tloušťky krycí vrstvy, kterou německá norma zanedbává.
- Všechny tři experimentální/teore-

tické přístupy dávají výsledky ležící uvnitř oblasti obklopené „extrémními“ normovými přístupy až na výjimky (Gergely, Lutz pro malé krytí a malý geometrický stupeň vyztužení).

- Největších šířek trhliny z experimentálních/teoretických přístupů udává Frosch u trámů pro vyšší krytí i u desek a Oh, Kang u trámů pro menší krytí.
- Nejmenší šířku trhliny z experimentálních/teoretických přístupů udává Gergely, Lutz pro menší krytí a Oh, Kang pro větší krytí.
- Šířka trhliny dle Oh, Kang roste nejpomaleji v závislosti na tloušťce krycí vrstvy.
- Šířka trhliny roste nejrychleji dle Frosch pro trámy a dle Gergely, Lutz pro desky.

Tyto závěry platí pouze pro sledovaný rozsah tloušťky krycí vrstvy a geometrického stupně vyztužení.

### ZÁVĚR

V textu bylo popsáno srovnání výpočtu šířky trhliny od mechanického zatížení dle pěti normových doporučení a tří experimentálních/teoretických přístupů. Srovnání proběhlo na modelovém trámu a modelové desce vždy pro tři různé geometrické stupně vyztužení a pro čtyři různé tloušťky krycí vrstvy, vždy při použití efektivního a středního modulu pružnosti betonu. Celkem se jedná o 2 x 192 výpočtů šířky trhliny. Výsledky jsou přehledně shrnuty v tabulkách a v grafech závislosti šířky trhliny na tloušťce krycí vrstvy a na geometrickém stupni vyztužení.

S ohledem na minimální množství vyztuže na šířku trhliny se často diskutuje konzervativnost českého Eurokódu oproti německému Eurokódu. Z uvedeného příkladu je patrné, že úspora vyztuže není tak veliká, jak by na první pohled vyplývalo z velkých rozdílů

šířky trhlin na obrázcích (obr. 2 až 5). Zanedbání vlivu krycí vrstvy německým Eurokódem se nezdá být vhodné, přinejmenším s ohledem na experimentální zkušenost. Dále také proto, že šířku trhliny počítáme na povrchu betonu, a ta je tak ovlivněna vzdáleností vyztuže a povrchu betonu. Proto byl v prověřované variantě změny českého Eurokódu vliv krycí vrstvy zachován.

Stanovení a omezení šířky trhliny jsou důležité součásti mezních stavů použitelnosti. Vzhledem k velkým rozdílům mezi jednotlivými přístupy, ať už normovými nebo experimentálními/teoretickými, je jasné, že šířku trhliny nelze stanovit jednoznačně. To vyplývá z fyzikální podstaty vzniku a šíření trhliny v betonových konstrukcích. Tento jev je totiž silně stochastický, tedy náhodný a ovlivněný velkým množstvím okolností. Proto je nutné vnímat vypočtenou šířku trhliny nikoliv jako fyzikální skutečnost, ale spíše jako jakousi reprezentativní hodnotu, která se porovnává s limitní hodnotou, pro zajištění daného kritéria. Tato reprezentativní a limitní hodnota jsou tak vzájemně spjatá a nelze je vnímat odděleně.

Ing. Marek Vinkler

e-mail: marek.vinkler.1@fsv.cvut.cz



prof. Ing. Jaroslav Procházka, CSc.

e-mail: jaroslav.prochazka@fsv.cvut.cz



oba: Katedra betonových a zděných konstrukcí

Fakulta stavební, ČVUT v Praze  
Thákurova 7, 166 29 Praha 6

Text článku byl posouzen odborným lektorem.