

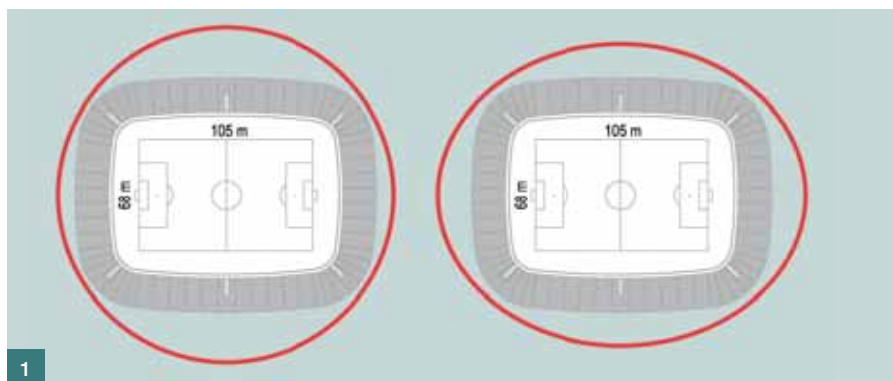
PŘEDPJATÁ MEMBRÁNA NAD ELIPTICKÝM PŮDORYSEM JAKO ZASTŘEŠENÍ FOTBALOVÉHO STADIONU ■ PRESTRESSED MEMBRANE ABOVE AN ELLIPTICAL PLAN USED FOR ROOFING OF A FOOTBALL STADIUM

Pavlaína Juchelková, Jiří Stráský

Vzhledem k obdélníkovému tvaru fotbalového hřiště je vhodné provést zastřešení tribun stadionu nad půdorysem, který má tvar elipsy. Článek pojednává o optimálním návrhu konstrukčního uspořádání předpjaté membrány z lehkého konstrukčního betonu nad eliptickým půdorysem, který se při dodržení několika zásad stává plnohodnotnou alternativou zastřešení. Pro znázornění důležitosti správného návrhu konstrukce je na závěr provedeno porovnání s nevhodně zvoleným konstrukčním systémem. ■ Due to the rectangular plan of a football field, it is appropriate to design the roofing of the stadium terraces in the shape of an oval or ellipse. The article deals with the optimal design of the structural arrangement of prestressed membrane from lightweight concrete above an elliptical plan which is an adequate alternative of roofing when several principles are respected. Finally, to illustrate the importance of correct design, the optimal and unsuitable structural arrangements are compared.

Předpjaté membrány jsou konstrukce, jejichž použití ve stavební praxi má nezastupitelné místo a to nejen kvůli variabilitě v typech zastřešení a možnosti překlenout plochy značných rozměrů, ale také díky jejich poměrně jednoduché výstavbě nevyžadující skruž a v neposlední řadě i úspore materiálů. V minulosti již byla postavena celá řada visutých předpjatých střešních rozmanitých tvarů, viz [1].

Právě díky efektivnímu zastřešení velké plochy bez vnitřních podpěr je rovněž výhodné použít předpjatou membránu k zastřešení tribun fotbalového stadionu. Vzhledem k obdélníkovému tvaru fotbalového hřiště je vhodné pro-



Obr. 1 Alternativy tvaru půdorysu zastřešení fotbalového stadionu ■ Fig. 1 Alternatives of a plan shape of a football stadium roofing

Obr. 2 Vizualizace konstrukce – celkový pohled ■ Fig. 2 Visual presentation of the structure

Obr. 3 Vizualizace konstrukce – pohled z tribun stadionu ■ Fig. 3 Visual presentation of the structure – view from the stands

vést zastřešení půdorysně ve tvaru oválu či elipsy a optimalizovat tak velikost potřebné zastavěné plochy (obr. 1). Navržená konstrukce vychází z konstrukčního řešení mezikruží, které je modifikováno na eliptický půdorys pokrývající půdorysnou plochu odpovídající stadionu s rozměry hrací plochy 68 x 105 m a přilehlých tribun pro přibližně třicet tisíc diváků.

POPIS KONSTRUKCE

Navržené zastřešení sportovního stadionu nad eliptickým půdorysem je tvořeno membránou z lehkého konstrukčního betonu, která je nesena, a následně také předepnuta, lany radiálně vedenými mezi obvodovými elipsami (obr. 2 a 3).

Základní rozměry konstrukce jsou zobrazeny na obr. 4. Vnější obvodová elipsa má rozměry 220 a 180 m. Tyto hodnoty vyplývají z nutné půdorysné

Obr. 4 Schéma konstrukce ■ Fig. 4 Scheme of the structure

Obr. 5 Průřez prefabrikovaných segmentů ■ Fig. 5 Cross-section of precast segments

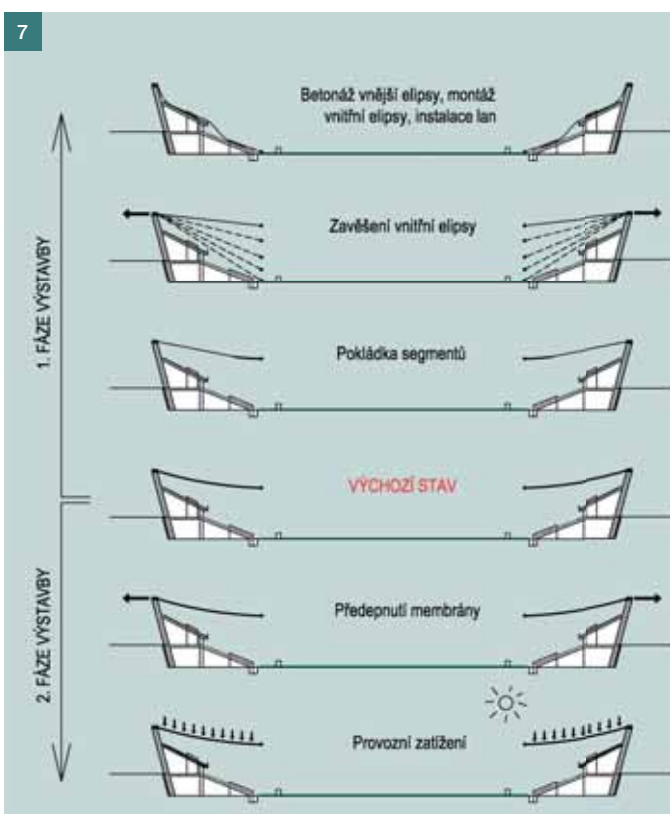
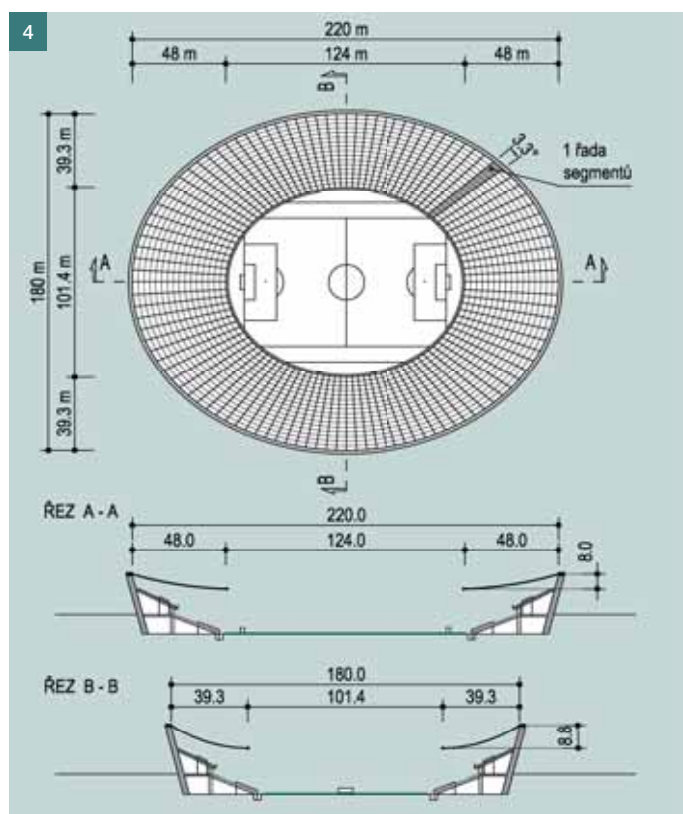
Obr. 6 Průřezy obvodových elips ■ Fig. 6 Cross-section of ellipses

Obr. 7 Postup výstavby ■ Fig. 7 Process of construction

plochy pro zastřešení tribun. Rozměry vnitřní obvodové elipsy byly navrženy tak, aby poměr délek poloos b/a obou elips byl stejný. Z tohoto předpokladu pak vyplývají rozměry vnitřní elipsy, tedy 124 a 101,4 m. Díky tomu je šířka pásu membrány nad tribunami proměnná a mění se od 48 m (ve směru hlavní osy elips) do 39,3 m (ve směru vedlejší osy elips). Vzájemná výšková vzdálenost obvodových elips je proměnná po délce pásu a mění se z hodnoty 8 m (v místě hlavních vrcholů elips) na hodnotu 8,8 m (v místě vedlejších vrcholů). Tímto je dán proměnný průběh jednotlivých radiálně vedených lan, která půdorysně svírají konstantní středový úhel o velikosti 3,33°.

Membrána je lany rozdělena na 108 řad prefabrikovaných segmentů. Tvar segmentů v příčném řezu je zobrazen na obr. 5. Jedná se o desku tloušťky





100 mm, která je na radiálních hranách opatřena žebry výšky 400 mm, v kterých jsou vedena nosná a předpínací lana. Vzhledem k měnící se šířce pásu nad tribunami mezi hodnotami 48 až 39,3 m jsou i rozměry jednotlivých segmentů v rámci jednoho kvadrantu plochy proměnné. V každém žeburu je umístěno dvanáct nosných a čtrnáct předpínacích lan. Jednotlivá lana mají průřezovou plochu 150 mm².

Konstrukce tvoří tzv. **samokotvený systém**, v kterém jsou vodorovné síly z kotvení lan přenášeny do obvodových elips a vyvozují v nich tlaková (vnější elipsa) a tahová (vnitřní elipsa) namáhání (obr. 10). Ze způsobu namáhání vyplývá volba materiálů jednotlivých prvků, proto vnější elipsa je navržena jako železobetonový obdélníkový průřez a vnitřní elipsu tvoří ocelová trubka (obr. 6).

POSTUP VÝSTAVBY

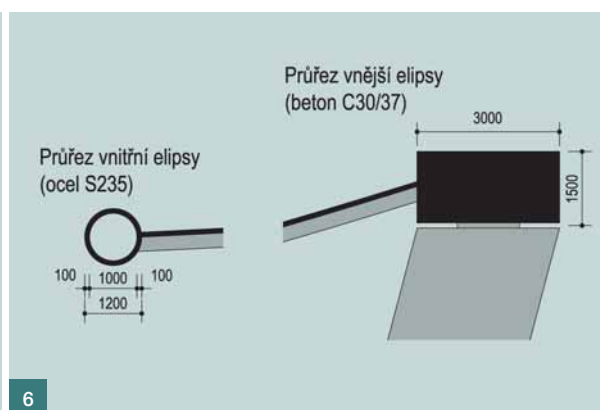
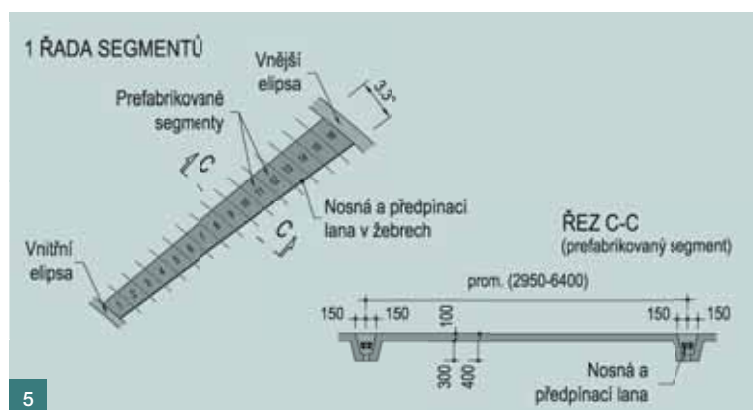
Nespornou výhodou visutých membránových střech je stejně jako u předpjatých pásů jejich postup výstavby, který dovoluje poměrně rychlé a na okolí téměř nezávislé zbudování konstrukce.

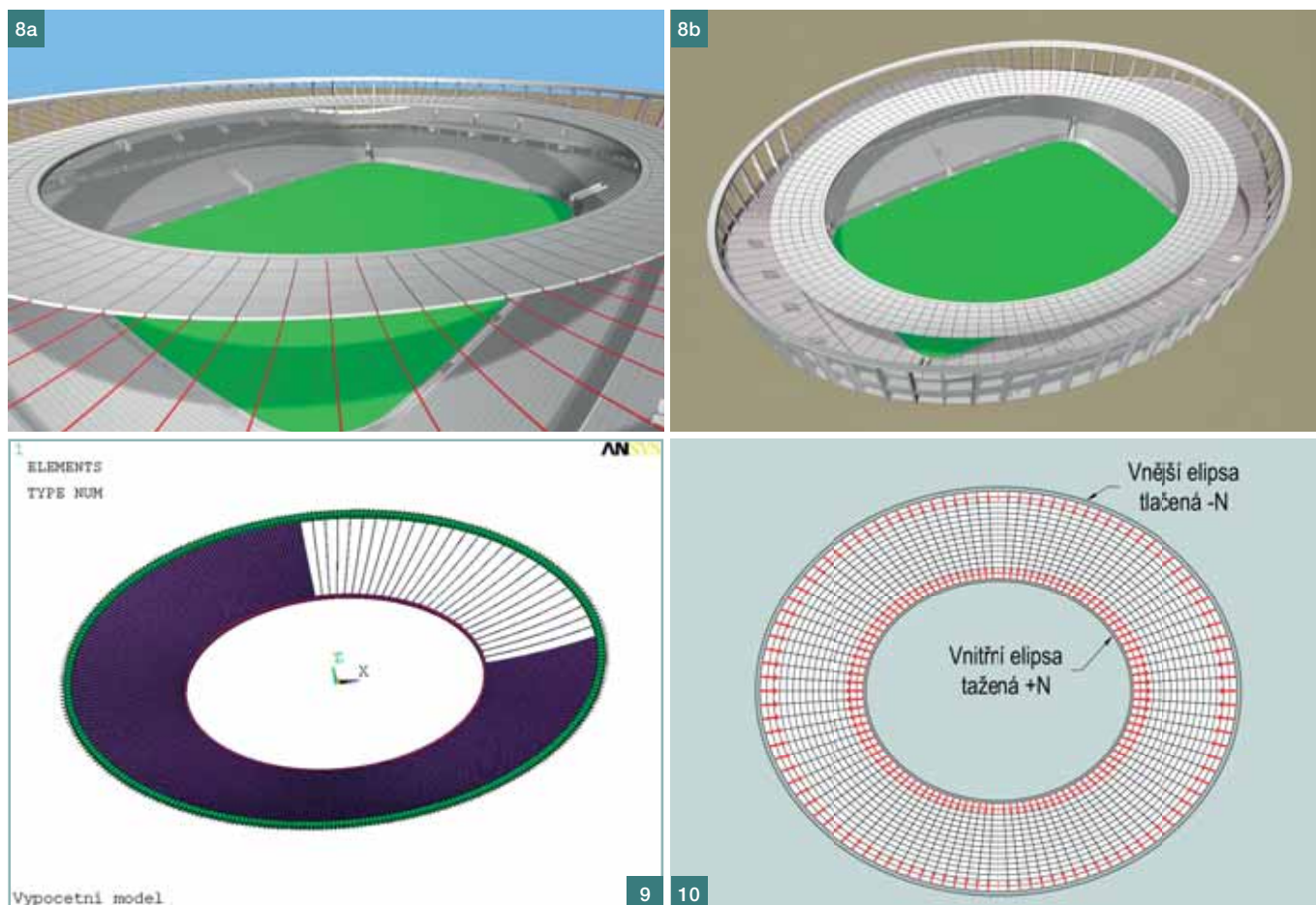
Ze statického hlediska lze výstavbu konstrukce rozdělit na dvou hlavních fází, které obsahují několik dílčích kroků (obr. 7). Hraničním stavem mezi hlavními fázemi výstavby je tzv. **výchozí** (nebo též **rovnovážný**) stav, od kterého by měly začínat všechny výpočty.

V 1. fázi výstavby je provedena betonáž vnější elipsy na svislých nosných prvcích a montáž vnitřní elipsy na montážní plošině. Poté jsou mezi oběma obvodovými elipsami natažena nosná lana, na která je následně zavěšena do požadované polohy vnitřní elipsa. V dalším kroku jsou na lana pokládány a upevňovány betonové seg-

menty (obr. 8). Následně se do žeber osadí předpínací lana. Protože se tato fáze nachází před výchozím stavem, jsou při statické analýze jednotlivé dílčí kroky prováděny zpětně, tedy dochází k odlehčování konstrukce a konstrukce staticky působí jako zatížené **lano**.

V 2. fázi výstavby dojde k zalití spár mezi segmenty navzájem a také krajních spár u obvodových eliptických nosníků. Po dosažení dostatečné pevnosti výplně spár jsou dopnuta předpínací lana v žebrech na napětí cca 1 100 MPa tak, aby byla do membrány vnesena tlaková rezerva, která eliminuje tahová napětí v betonu od provozních zatížení. V této fázi výstavby již konstrukce působí jako **předpjatá membrána** a ve statické analýze jsou jednotlivé dílčí kroky prováděny dopředně.





STATICKÁ ANALÝZA

Výpočetní model konstrukce

Statická analýza předpjaté membrány nad eliptickým půdorysem je provedena pomocí prostorového výpočetního modelu vytvořeného v MKP programu ANSYS (obr. 9).

Vzhledem k charakteru konstrukce jsou výpočty prováděny geometricky nelineárně plnou Newton-Raphsonovou metodou. V modelu je zohledněn postup výstavby konstrukce a jsou použity standardní typy prutových a deskostěnových prvků.

Konstrukce je podepřena po obvodu vnější elipsy v místech kotvení lan tuhými svislými vazbami a pružnými vodorovnými vazbami. Tím je umožněno volné stlačení vnější elipsy. Tento způsob podepření reprezentuje uložení zastřešení na spodní stavbu prostřednictvím ložisek.

Výchozí stav konstrukce

Půdorysné rozměry obvodových elips vycházejí z velikosti zastřešovaného půdorysu. Pro statickou analýzu je však nutné znát rovněž prostorový tvar samotné membrány, který je dán průvřsovkami jednotlivých lan. Ty lze získat řešením tzv. výchozího stavu kon-

strukce. Jedná se o stav, při kterém je vlastní tíha konstrukce v rovnováze s radiálními účinky nosných lan.

Řešením výchozího stavu zatíženého lana, jehož cílem je nalezení průvřsovké křivky lana a jeho příslušné napjatosti, se zabývala řada autorů, např. Kadlčák [2]. Po zadání stanovené geometrie lan a jejich napjatosti do výpočetního modelu a provedení výpočtu se správnost řešení projeví tím, že svislé deformace konstrukce od působícího zatížení jsou nulové.

Optimální zatížení obvodových elips

V případě visuté předpjaté membrány tvořící samokotvený systém jsou nosná lana kotvena do poddajných obvodových elips (obr. 10). Je tedy patrné, že ve výchozím stavu svislé deformace nulové nebudou, protože dojde k stlačení, resp. roztahení, obvodových elips. Při nevhodném návrhu konstrukce může navíc docházet k velkému nerovnoměrnému ohybovému namáhání elips ve vodorovném směru, které pak má za následek značné nerovnoměrné vodorovné a svislé deformace konstrukce (viz dále). Proto je nutné navrhnout napjatost v lanech tak, aby k nežádoucím ohybovému namáhání nedocházelo.

Obecně je optimálního zatížení křiv-

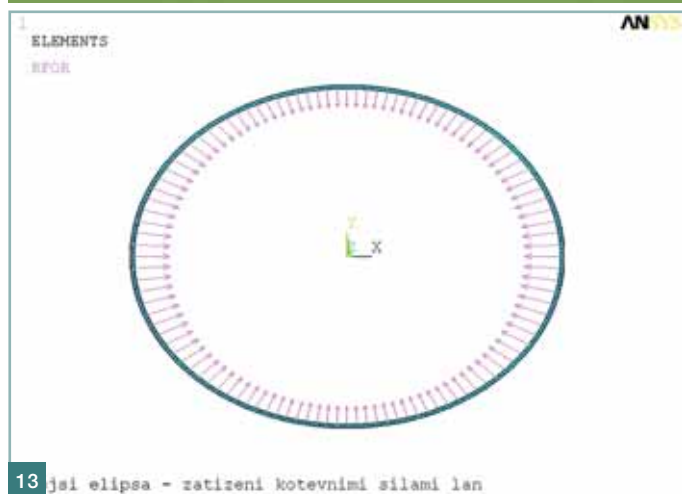
ky v její rovině dosaženo právě tehdy, když radiální zatížení r je lineárně závislé na její křivosti $K(t)$, viz vztah (1). Pak normálová síla N je konstantní, ohybové momenty v rovině křivky jsou nulové a dochází pouze k osovému stlačení, resp. roztahení křivky.

$$r(t) = N K(t), N = \text{konst.} \quad (1)$$

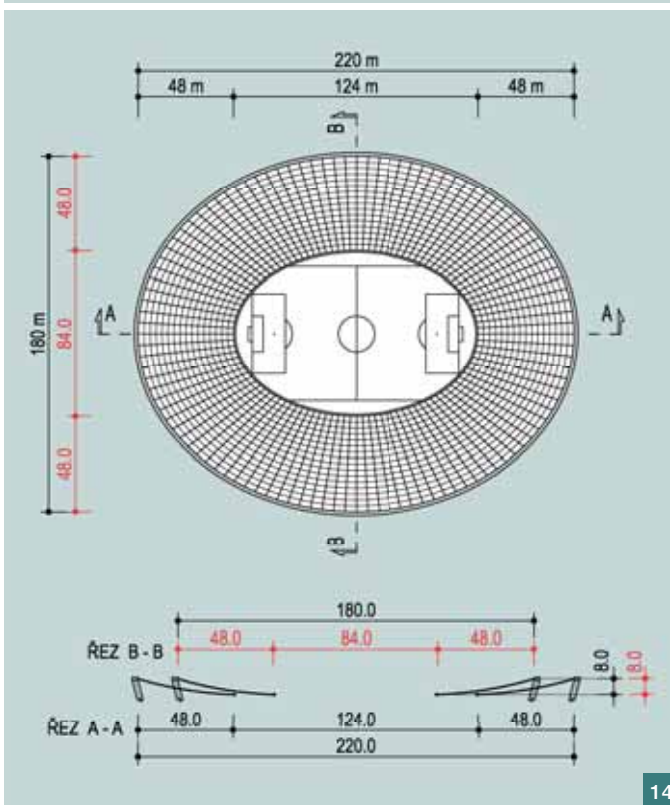
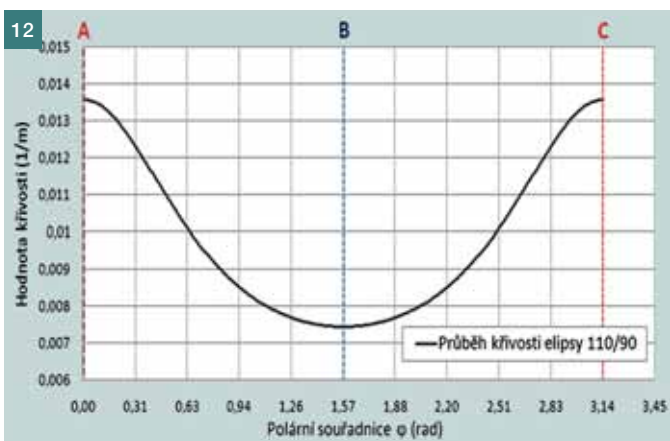
Napjatost lan tedy musí být navržena tak, aby na obvodové elipsy působilo zatížení stejného průběhu, jako je průběh křivosti elipsy (obr. 12). Toho lze aktivně dosáhnout proměnným průvřsem lan po délce obvodových elips, který je konstrukčně proveden výškovým zvlněním vnější elipsy. Vodorovné složky kotevních sil nosných lan mají potom průběh odpovídající křivosti obvodových elips (obr. 13). Z tohoto požadavku vyplývá proměnný průvřs střešky (obr. 4).

Nevhodný návrh konstrukce

Uvedené konstrukční uspořádání nad eliptickým půdorysem, při kterém jsou dodrženy předpoklady vedoucí k bezmomentovému namáhání obvodových elips, je nejekonomičtější variantou konstrukce. Všechny odchylky od tohoto řešení vedou k nárůstu rozměrů obvodových elips, k větší spotřebě materiálů a tedy i stavebních nákladů.



Obr. 8 Výstavba (vizualizace), a), b) ■ Fig. 8 Process of construction (visual presentation), a), b)
 Obr. 9 Výpočetní model ■ Fig. 9 Calculation model
 Obr. 10 Samokotvený systém ■ Fig. 10 Self-anchored system
 Obr. 11 Konstruktivní uspořádání v řezu (vizualizace) ■ Fig. 11 Structural arrangement (visual presentation)
 Obr. 12 Průběh křivosti elipsy mezi hlavními vrcholy ■ Fig. 12 Ellipse curvature between main vertexes
 Obr. 13 Zatížení vnější elipsy kotevními silami nosných lan ■ Fig. 13 Load of external ellipse by anchored forces of bearing tendons
 Obr. 14 Nevhodný návrh konstrukčního uspořádání ■ Fig. 14 Improper design of a structural arrangement



Pro porovnání je dále uveden nevhodný návrh zastřešení nad eliptickým půdorysem (obr. 14). Nevhodný návrh se od optimálního liší pouze ve dvou přístupech k základním rozměrům, které jsou v obrázku vyznačeny červeně. Všechny ostatní parametry (průřezy, materiály apod.) zůstaly shodné.

Prvním „logickým“ přístupem k návrhu konstrukce nad eliptickým půdorysem je zachovat šířku pásu nad tribunami konstantní, tedy 48 m. Tento předpoklad vede k návrhu délky vedlejší poloosy vnitřní elipsy 42 m. Při této hodnotě však není dodržen stejný poměr b/a pro obě obvodové elipsy, tedy

$$\frac{b_{\text{ext}}}{a_{\text{ext}}} = \frac{90}{110} = 0,818 \neq \frac{b_{\text{int}}}{a_{\text{int}}} = \frac{42}{62} = 0,677. \quad (2)$$

Druhým „logickým“ přístupem je zachovat průvės střechy neměnný v rámci celé plochy. Tímto však dojde k neoptimálnímu zatížení obvodových elips, které vede k velkému ohybovému namáhání ve vodorovném směru.

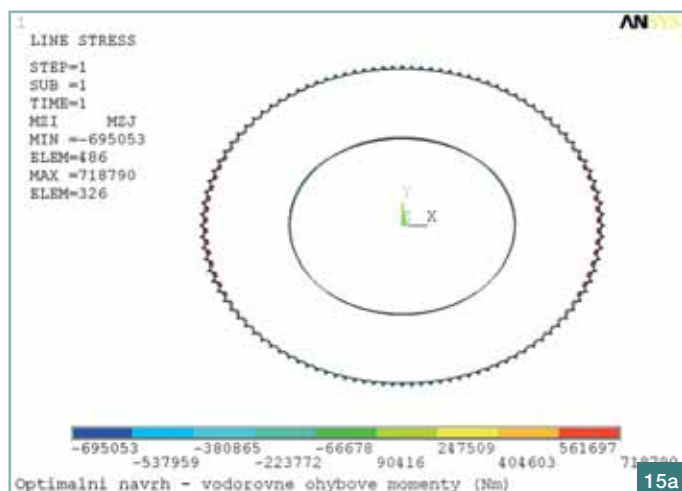
Důsledky nevhodného návrhu konstrukčního uspořádání jsou zobrazeny na obr. 15 až 17. Při optimálním návrhu jsou síly v lanech díky odpovídajícímu výškovému zvlnění vnější elipsy navrženy tak, aby výsledné vodorovné zatížení obvodových elips bylo lineárně závislé na jejich křivosti. Pak jsou normálové síly po délce elips konstantní a vodorovné ohybové momenty nulové.

Na obr. 15 jsou vykresleny vodorovné ohybové momenty na elipsách. V případě optimálního návrhu dochází pouze k lokálnímu ohybovému namáhání mezi kotvením lan, které je způsobeno radiálními účinky vlivem zakřivení.

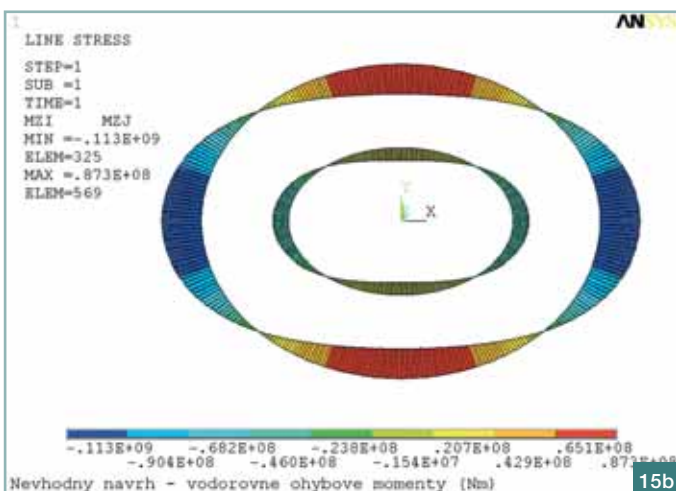
V případě nevhodného návrhu jsou obvodové elipsy zatíženy v podstatě rovnoměrným vodorovným zatížením, které způsobuje nerovnoměrné vodorovné ohybové momenty značných hodnot, a tedy značné nerovnoměrné vodorovné deformace elips (obr. 16). Důsledkem vodorovných posunů je nárůst svislých deformací konstrukce (obr. 17). Při optimálním návrhu jsou svislé deformace způsobeny pouze osovým stlačením/roztaháním elips a dosahují hodnoty pouhých 0,17 m. V případě nevhodného návrhu dosahují svislé deformace velikosti až 2 m a je zřejmé, že tyto deformace by při reálné stavbě byly nepřipustné.

ZÁVĚR

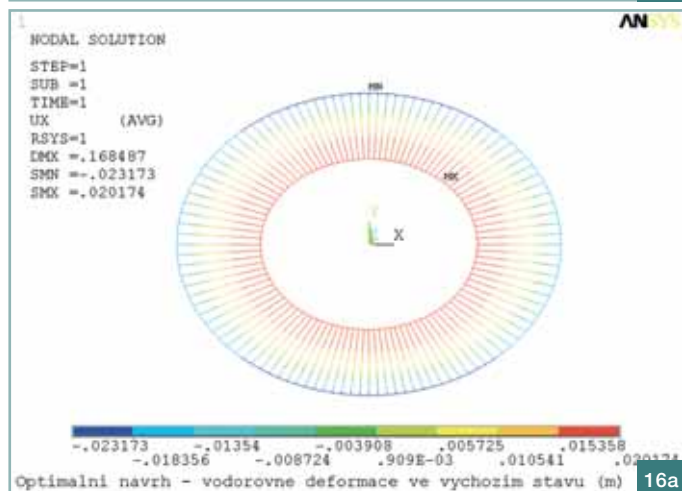
Z uvedených výsledků je patrné, že při dodržení určitých zásad pro optimální návrh zastřešení nad eliptickým pů-



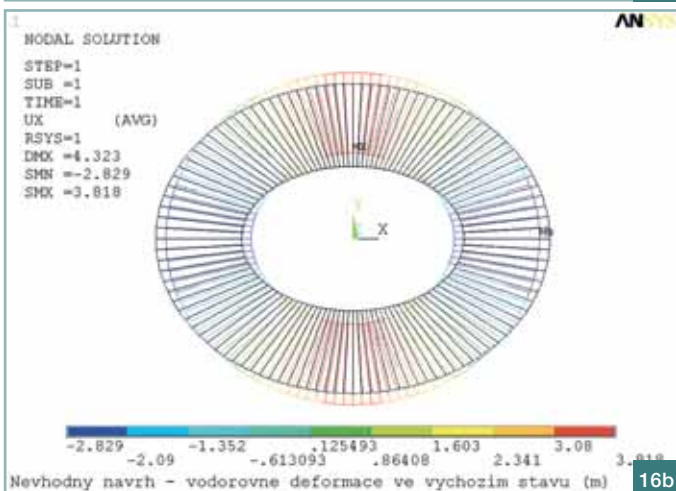
15a



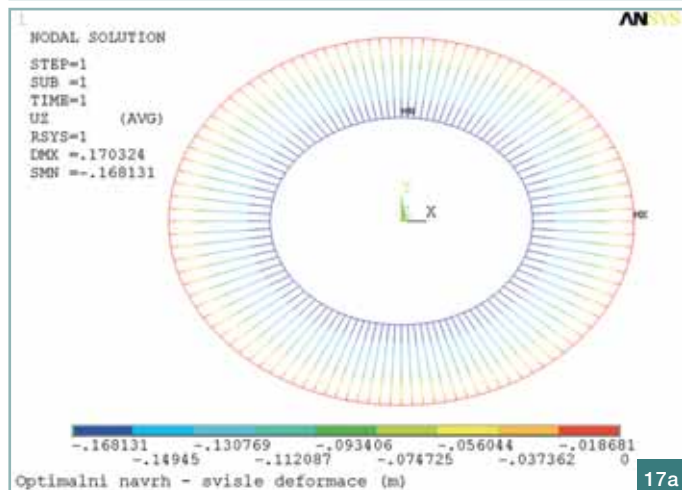
15b



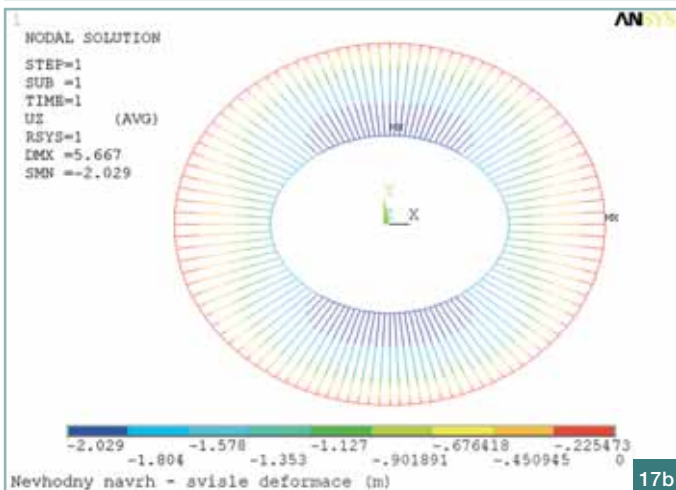
16a



16b



17a



17b

Obr. 15 Vodorovné ohybové momenty na obvodových elipsách, a), b)
Fig. 15 Horizontal bending moments on peripheral ellipses, a), b)

Obr. 16 Vodorovné deformace konstrukce, a), b)
Fig. 16 Horizontal displacements of structure, a), b)

Obr. 17 Svislé deformace konstrukce, a), b)
Fig. 17 Vertical displacements of structure, a), b)

Literatura:

- [1] Stráský J.: Visuté předpjaté střechy. Beton TKS 5/2005 a 1/2006
- [2] Kadlčák J.: Statika nosných lan visutých střech. Praha: Academia, 1990, ISBN 80 200 0251 0

dorysem konstrukce vykazuje deformace, jejichž velikost je v přiměřených mezích. Díky tomu lze toto konstrukční uspořádání považovat za plnohodnotnou alternativu zastřešení tribun sportovního stadionu, která navíc má nízkou spotřebu materiálů a technicky nenáročnou výstavbu.

Popsaná konstrukce byla řešena v rámci projektu Technologické agentury České republiky TA02011322: „Prostorové konstrukce podepřené kabely a/nebo oblouky“.

Ing. Pavlína Juchelková
e-mail: p.juchelkova@shp.eu

Prof. Ing. Jiří Stráský, DSc., Eng.
e-mail: j.strasky@shp.eu

oba: Stráský, Hustý a partneři, s. r. o.
Bohunická 50, 619 00 Brno
tel.: 547 101 811
www.shp.eu

Fakulta stavební VUT v Brně
Veveří 95, 662 37 Brno
tel.: 541 147 845
www.fce.vutbr.cz

