

MODELOVÁNÍ TOKU SAMOZHUTNITELNÉHO BETONU ■

MODELLING OF FLOW OF SELF COMPACTING CONCRETE

Jan Skoček, Oldřich Švec

Používání samozhutnitelného betonu klade nové nároky na návrh směsi s ohledem na reologické vlastnosti. Tradiční empiricko-experimentální přístup je časově i finančně náročný. Vyvinuli jsme proto numerický model, který je schopný simulovat tok směsi na úrovni konstrukčních prvků a zároveň explicitně zahrnuje efekt největších částic na vývoj toku. Rádi bychom tento model, vyvíjený na Dánské Technické Univerzitě, ve zkratce představili. ■ [Applications of self-compacting concrete bring new demands to rheological properties of the material. The usual empirically-experimental approach towards the material design is costly and lengthy. Therefore we developed a numerical model for simulating the flow of concrete at the level of structural members and, at the same time, capable of an explicit modelling of the largest particles in the suspension. We would like to introduce briefly this model that is being developed at the Technical University of Denmark.](#)

MOTIVACE

Typická betonová směs potřebuje hutnění pro dostatečné vyplnění bednění. Hutnění se provádí zpravidla příložnými nebo ponornými vibrátory a je doprovázeno zvýšeným hlukem a zátěží pracovníků. Naproti tomu samozhutnitelný beton v ideálním případě vyplní bednění jen vlivem gravitace a hutnění a s ním spojené problémy odpadají. Jednou ze zemí s nejvyšším podílem samozhutnitelného betonu v konstrukcích je Dánsko, kde je takto betonována přibližně 1/3 konstrukcí. Je to dáno dánským důrazem na kvalitu pracovního prostředí (hluk, zvýšená námaha pracovníků), vysokými mzdovými náklady a dostatkem kvalitního kameniva umožňujícího přípravu samozhutnitelného betonu s obdobným množstvím pojiva, a tedy i cenou, jako u klasických směsí.

Používání samozhutnitelného betonu přináší kromě výše uvedených výhod i některá úskalí a problémy, které je potřeba vyřešit. Jedním z nejpalčivějších problémů je návrh směsi s ohledem na reologické vlastnosti. Beton musí být dostatečně „tekutý“, aby vyplnil všechna místa v bednění a zároveň dostatečně „tuhý“, aby nedocházelo k segregaci kameniva a byla tedy zachována homogenita materiálu. Dále musí být zaručeno, že nedojde k blokaci kameniva v nejužším místě konstrukce (typicky vzdálenost mezi výztuží).

Je zřejmé, že návrh směsi závisí nejen na konstrukci, kterou chceme betonovat (tvar, množství výztuže) a požadovaných mechanických vlastnostech hydratovaného betonu, ale i na způsobu betonáže. Riziko segregace se jistě zvyšuje, musí-li směs téct na delší vzdálenost, mnohdy několika metrů.

Tradiční empiricko-experimentální přístup k návrhu směsi je časově i finančně náročný. Numerické modely, schopné řešit tok betonu na úrovni konstrukčních prvků a ve stejné chvíli na úrovni největších částic, neexistovaly. Naším cílem bylo vytvořit takový model a ověřit jeho použitelnost a správnost.

MODEL IDEALIZOVANÉHO SAMOZHUTNITELNÉHO BETONU

Na čerstvý samozhutnitelný beton jsme pohlíželi jako na směs tuhých nedeformovatelných částic ponořených v newtonské tekutině popsané Binghamovou reologií. Tekutina se chová jako elastický materiál, dokud míra napětí nepřekro-

čí mez tekutosti, a jako viskózní tekutina po překročení této meze (obdobně se chová např. zubní pasta).

Vyvíjený model musí být tedy schopný správně simulovat tok Binghamovy tekutiny s volným povrchem, dynamiku tuhých částic, vzájemnou interakci částic, interakci částic se stěnami a jinými překážkami a v neposlední řadě obousměrnou interakci částic s tekutinou. Naším cílem bylo vyvinout model, který bude přesný, rychlý i pro značné množství částic a robustní – částicemi může být kamenivo stejně jako ocelová vlákna apod.

V tomto článku bychom se s Vámi rádi podělili o zkušenosti získané během tvorby našeho modelu a popsali jednotlivé metody, které jsme použili na různých úrovních modelu.

JAK NA PROUDĚNÍ TEKUTINY

Důležitou součástí našeho modelu tvoří řešič proudění tekutin. Tradičně se proudění tekutin popisuje pomocí Navier-Stokesových rovnic, což jsou makroskopické parciální diferenciální rovnice. Jednotlivé metody, jako finite difference method, finite volume method, finite elements method nebo smooth particle hydrodynamics, se pak většinou odlišují pouze způsobem řešení těchto rovnic. Společným jmenovatelem všech těchto přístupů je jejich vazba pouze na makro svět, tedy formulace problému pomocí makroskopických veličin jako jsou rychlostní nebo tlaková pole.

My jsme se rozhodli pro velice odlišné a historicky mladší řešení, kterým je Lattice Boltzmann Method (LBM) [1]. Kořeny této metody se datují do konce 80. let minulého století, kdy se celulární automata začala aplikovat do oblastí proudění tekutin. V počátku se jednalo o tzv. lattice gas cellular automata a na počátku 90. let z těchto celulárních automat vznikla LBM.

LBM, na rozdíl od tradičních metod, vychází z Boltzmannovy rovnice, a tedy z teorie ideálního plynu. Tato metoda primárně nepracuje s makroskopickými veličinami, ale s mesoskopickými populacemi mikročástic. Tyto populace si můžete představit jako mračna molekul chaoticky se pohybujících v prostoru, přičemž pouze čas od času dojde k jejich okamžitým kolizím. Pohyb těchto mračen je omezen po předem dané fixní mřížce – odtud název „Lattice“. Mřížka je definovaná souborem vektorů \mathbf{c}_α spojujících daný výpočetní uzel, \mathbf{x}^E , se sousedními uzly. Pohyb a kolize mesoskopických populací mikročástic, f_α , je vyjádřen rovnicí

$$\underbrace{f_\alpha(\mathbf{x}^E + \mathbf{c}_\alpha, t + 1)}_{\text{pohyb populací}} = \underbrace{f_\alpha(\mathbf{x}^E, t)}_{\text{pohyb populací}} + \underbrace{f_\alpha^{\text{Ext}}(\mathbf{x}^E, t)}_{\text{síla}} + \underbrace{\Omega_\alpha(\mathbf{x}^E, t)}_{\text{kolize}}.$$

Kolize mračen nelze jednoduše vyjádřit, a proto byl zaveden tzv. kolizní operátor. Mezi nejjednodušší operátory patří tzv. BGK operátor [2], při kterém se aktuální mračno mikročástic lineárně deformuje směrem k rovnovážnému stavu, f_α^{eq}

$$\Omega_\alpha(\mathbf{x}^E, t) = \frac{f_\alpha^{\text{eq}}(\mathbf{u}_f, \rho_f) - f_\alpha(\mathbf{x}^E, t)}{\tau(\mathbf{x}^E, t)}.$$

Rovnovážný stav je popsán Maxwell-Boltzmann rovnicí a závisí na makroskopické rychlosti $\mathbf{u}_f = \mathbf{u}_f(\mathbf{x}^E, t)$ a tlaku (hustotě) $\rho_f = \rho_f(\mathbf{x}^E, t)$

$$f_{\alpha}^{eq}(\mathbf{u}_f, \rho_f) = \rho_f w_{\alpha} \left(1 + 3\mathbf{c}_{\alpha} \mathbf{u}_f + \left(\frac{9}{2} \mathbf{c}_{\alpha} \mathbf{u}_f \right)^2 - \frac{3}{2} \mathbf{u}_f \mathbf{u}_f \right),$$

w_{α} jsou váhy směrů α . Rychlost deformace mračna je makroskopicky vyjádřena pomocí relaxačního času, který je úměrný kinematičké viskozitě $\nu(\mathbf{x}^E, t)$

$$\tau(\mathbf{x}^E, t) = \frac{1}{2} + 3\nu(\mathbf{x}^E, t).$$

Pole hustoty, a tedy i tlaková pole, lze získat sečtením všech mikročastic v jednotlivých mračcích. Pole hybnosti pak získáme součtem hybností jednotlivých mikročastic v mračcích.

$$\rho_f(\mathbf{x}^E, t) = \sum_{\alpha} f_{\alpha}(\mathbf{x}^E, t) \quad u_f(\mathbf{x}^E, t) = \frac{\sum_{\alpha} f_{\alpha}(\mathbf{x}^E, t) \mathbf{c}_{\alpha}}{\rho_f(\mathbf{x}^E, t)}.$$

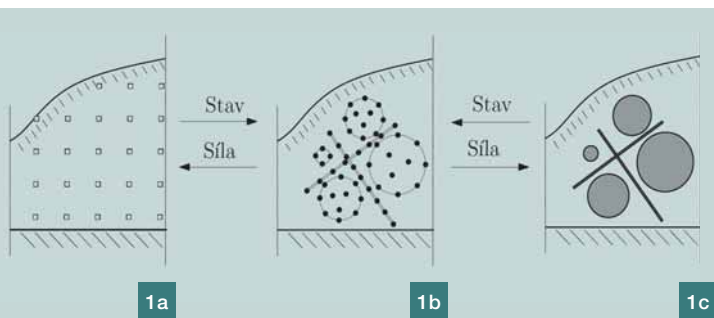
Výše uvedený zjednodušený popis světa, tj. pohyb mračců mikročastic po mřížce a jejich vzájemná kolize, překvapivě dostačuje k simulaci celé řady fyzikálních jevů, jako jsou přenos tepla, zvuku, ale i k simulaci proudění komplexních tekutin.

Možná si říkáte, kde je ta jistota, že to, co simulují, odpovídá realitě? Pravda je taková, že vše závisí na nastavení. S různými typy mřížek, kolizních operátorů, rychlostí mikročastic apod., můžete získat naprosto odlišné chování. Naštěstí existuje mnoho předdefinovaných LBM modelů s teoreticky i prakticky ověřenou funkcí pro daný makroskopický problém [3]. My používáme model D3Q15.

LBM jsme si vybrali zejména pro její jednoduchou implementaci a netradiční pohled na věc. Jako příklad uvedme rychlost smykové deformace, která se tradičně počítá jako rozdíl okolních rychlostí, a tedy ryze nelokálně. V případě LBM je tato informace počítána lokálně změněním odklonu mračců mikročastic od rovnovážného stavu, což se příznivě projevuje na výpočetní (ne)náročnosti. Na uvedeném příkladu je také zřejmé, že LBM pomáhá vysvětlit původ mnoha makroskopických veličin (hustota, rychlost, energie apod.), a je tedy také vhodným didaktickým nástrojem.

LBM je tradičně formulována v bezrozměrném prostoru – hustota tekutiny, vzdálenost mezi výpočetními uzly a časový krok jsou rovny jedné a reálný řešený problém je přeskálován. Tím dojde ke zjednodušení rovnic (hybnost splývá s rychlostí, hustota s hmotností atd.) a také k možnosti stabilnější a robustnější implementace modelu. Programátor např. předem zná řád hodnot řešení, jakou hodnotu lze zanedbat apod.

Obr. 1 Schéma modelu: a) úroveň LBM, b) úroveň IBM, c) úroveň částic ■ Fig. 1 Scheme of the model: a) level of LBM, b) level of IBM, c) level of particles



DYNAMIKA ČÁSTIC

Částice jsme uvažovali jako tuhá tělesa, která se mohou pohybovat, otáčet a interagovat mezi sebou, tekutinou, stěna-mi a překážkami. Pro popis pohybu částic jsme použili klasické Newtonovy pohybové zákony, které integrujeme metodou Runge-Kutta Fehlberg s adaptivním časovým krokem. Tato numerická metoda zaručuje stabilitu a přesnost i pro velmi nelineární funkce.

Na tomto místě bychom se rádi zmínili o jednom, pro nás skrytém, problému, jehož řešení je nezbytné pro každou 3D simulaci těles a jenž má značný vliv na celkovou rychlost simulace i její přesnost. Tímto problémem je popis orientace těles v prostoru. Orientace může být vyjádřena například pomocí rotačních matic, mnoha druhů Eulerových úhlů, axis angle, quaternionů apod. Velké množství variant Eulerových úhlů vede uvnitř komplikovanějšího kódu k rychlému zmatení a promíchání jednotlivých verzí. Proto silně doporučujeme používat rychlé a přesné quaterniony a vyhnout se tak případným komplikacím. Mluvíme z vlastní zkušenosti!

Vzájemné interakce částic s ostatními částicemi, stěnami a jinými překážkami mají v našem modelu podobu nárazů nebo plynulých silových působení. Vzájemné nárazy jsme modelovali pomocí silového impulsu, který v sobě zahrnuje jak součinitel restituice pro neelastické nárazy, tak smykové tření volitelného charakteru. Mezi plynulé silové působení patří např. lubrikační síly, které opravují tok tekutiny, pokud se částice přiblíží na vzdálenost menší, než je vzdálenost LBM uzlů.

OBOUSMĚRNÁ INTERAKCE ČÁSTIC A TEKUTINY

Modelování interakce částic a tekutiny je stěžejní část našeho modelu, která rozhodujícím způsobem ovlivňuje jeho přesnost, použitelnost a výpočetní náročnost. V rámci LBM se částice tradičně diskretizují na stejné výpočetní síti, jaká je použita pro řešení tekutiny. Interakce samotné jsou pak výpočetně nenáročné a přesné. Na druhou stranu je potřeba, z důvodů stability, aby velikost částice byla v řádu desítek vzdáleností mezi LBM uzly. Tento požadavek značně limituje použitelnost tohoto přístupu na simulování pouze několika částic a prakticky vylučuje aplikaci na reálné problémy s mnoha tisíci částic. Z tohoto důvodu jsme se rozhodli pro alternativní metodu, a to tzv. Immersed Boundary Method (IBM) [4]. Tato metoda nahrazuje přímou interakci částic a tekutiny silovou interakcí.

V rámci IBM jsou částice diskretizovány sadou lagrangeovských bodů nezávislých na diskretizaci tekutiny. Uvažujeme-li kontakt bez prokluzu, pak by rychlost tekutiny a částice v těchto lagrangeovských bodech měla být identická. Rozdíl v rychlostech vzniklý dynamikou systému může být převeden na sílu – O kolik je potřeba zrychlit tekutinu, aby se rychlosti vyrovnaly? – působící jak na tekutinu, tak na částici. Oddělené síť pro tekutinu a částice umožňují simulovat částice libovolného rozměru a tvaru, a to i pro rozměry menší než je vzdálenost mezi LBM uzly. Interakce částic a tekutiny je výpočetně náročnější, ovšem díky možnosti použít hrubší výpočetní síť tekutiny je výsledná simulace rychlejší o několik řádů. Typicky používáme velikost částic v jednotkách vzdálenosti LBM uzlů.

Obr. 1 schematicky znázorňuje začlenění IBM do modelu. Silová interakce je řešena v lagrangeovských bodech (plné kruhy v obr. 1b) na základě stavu toku (pole rychlosti) získaného pomocí LBM (eulerovské uzly značené čtverci v obr. 1a) a stavu částic (pozice, rychlost) získaného integrací pohybových zákonů, obr. 1c). Silová interakce poté ovlivňuje tok i částice jako externí síla.

Hrubší výpočetní síť a z ní plynoucí hrubší časový krok LBM zapříčiňují zvýšenou nelinearitu Newtonových pohybových zákonů, což je řešeno již zmíněnou metodou Runge-Kutta Fehlberg s adaptivním časovým krokem.

APLIKACE MODELU

Nyní bychom rádi na několika příkladech demonstrovali popsaný model. Prvním příkladem je simulování vlivu tuhých částic na reologické vlastnosti betonové směsi, která byla společně s různým množstvím částic smýkána mezi dvěma nekonečnými (periodickými) deskami. Z průměrného napětí na deskách a průměrné rychlosti smýkání tekutiny jsme vyhodnotili efektivní viskozitu. Obr. 2 srovnává normovanou efektivní viskozitu s Krieger-Dougherty řešením a s Einsteinovým řešením pro nízké objemové zastoupení částic. Jak je z grafu vidět, simulace dobře odpovídá daným řešením. Lze tedy předpokládat, že hydrodynamická interakce částic a tekutiny stejně jako lubrikace mezi částicemi jsou naším modelem popsány správně.

Na druhém příkladě je demonstrováno praktické využití modelu. Standardní trámky o rozměrech 600 x 150 x 150 mm ze samozhutnitelného vláknobetonu byly betonovány třemi způsoby (obr. 3). Obrázek ukazuje rozmístění a orientaci vláken na konci betonáže a výsledné orientační elipsy. V současné době pracujeme na porovnání s experimenty.

Posledním příkladem je simulace „Lbox“ experimentu (obr. 4). V této simulaci jsou uvažována jak vlákna, tak kamenivo. Obr. 4 ukazuje počáteční a dva přechodové stavy. Celkový počet částic je 1 990, přičemž výpočet jedné sekundy toku trval cca. 12 h na běžném osobním počítači.

ZÁVĚR

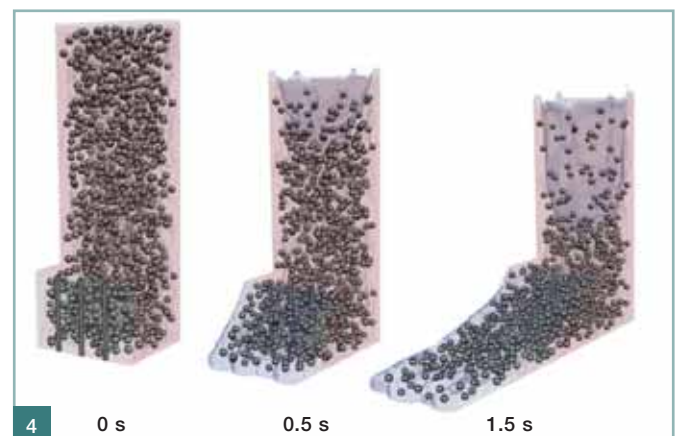
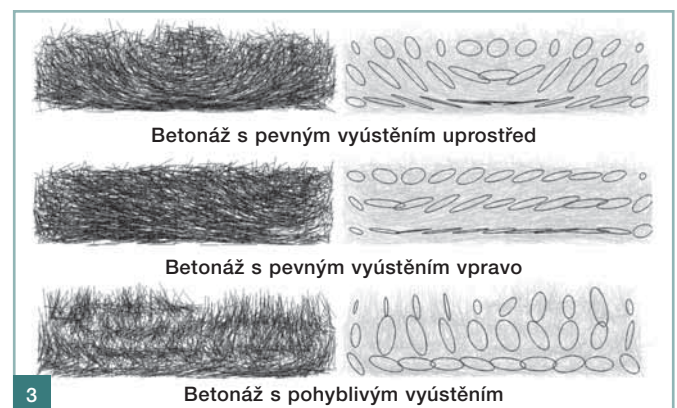
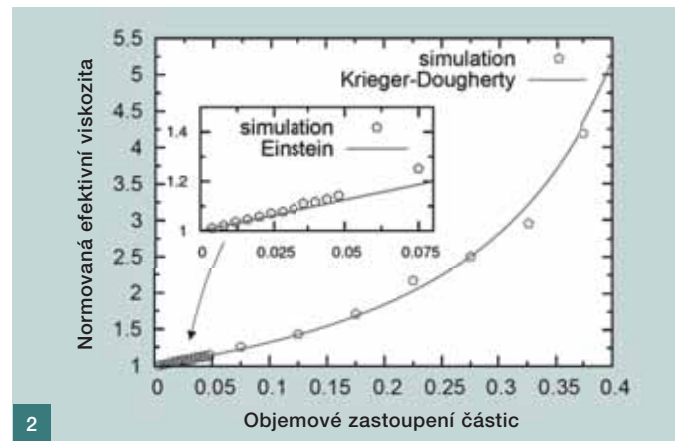
Snažili jsme se vyvinout model schopný řešit tok betonu na úrovni konstrukčních prvků a schopný zároveň správně popsat chování největších částic (kameniva, vláken). Použitím Lattice Boltzmann metody a zejména immersed boundary metody se nám podařilo vytvořit model, který poskytuje dostatečně přesná řešení základních problémů a svojí efektivitou umožňuje simulaci z praktického hlediska relevantních problémů. Vyvinutý model je bez fitovacích parametrů a nefyzikálních konstant. Přesto je model robustní a stabilní. Díky použitému funkcionálnímu přístupu a jazyku F# může být kód jednoduše rozšířen a přizpůsoben. Tvorba modelu a kódu nám zabrala téměř dva roky a rozšířila naše teoretické i praktické znalosti.

Příspěvek vznikl za podpory: Danish Agency for Science Technology and Innovation (project 09-065049/FTP: Prediction of flow induced inhomogeneities in self compacting concrete) a Danish Agency for Science Technology and Innovation, "Sustainable Concrete Structures with Steel Fibres – The SFRC Consortium" Grant no. 09-069955.

Ing. Jan Skoček, Ph.D.
e-mail: jan.skocek@gmail.com, jas@byg.dtu.dk

Ing. Oldřich Švec
e-mail: olsv@byg.dtu.dk

oba: Technical University of Denmark
Department of Civil Engineering
Brovej 118, DK-2800, Kgs. Lyngby, Denmark
tel.: +45 4525 184



Obr. 2 Závinnost normované efektivní viskozity na objemovém zastoupení částic ■ Fig. 2 Effective relative viscosity as function of volume fraction of particles

Obr. 3 Porovnání tří typů betonáže vláknobetonu – boční pohled na konečné rozmístění vláken a odpovídající orientační elipsy ■ Fig. 3 Comparison of three types of casting of fiber reinforced self compacting concrete – side view of final distribution of fibers and corresponding orientation ellipses

Obr. 4 Simulace „Lbox“ experimentu v různých časech ■ Fig. 4 Simulation of the „Lbox“ experiment at different time snaps

Literatura:

- [1] Wolf-Gladrow D. A.: Lattice-Gas Cellular Automata and Lattice Boltzmann Models: An Introduction (Lecture Notes in Mathematics). Springer, 2000
- [2] Chen S. and Doolen G. D.: Lattice Boltzmann method for fluid flows. Annual Review of Fluid Mechanics, 1998
- [3] Aidun C. K. and Clausen J. R.: Lattice-Boltzmann Method for Complex Flows. Annual Review of Fluid Mechanics, 2010
- [4] Feng Z. and Michaelides E.: Proteus: a direct forcing method in the simulations of particulate flows. Journal of Computational Physics, 2005