

# ÚNAVOVÁ PEVNOST BETONÁŘSKÉ OCELI – STANOVENÍ INTERAKTIVNÍM POSTUPEM ■ FATIGUE STRENGTH OF REINFORCING STEEL – DETERMINATION BY USING THE INTERACTIVE PROCEDURE

Reinhard Maurer, Klaus Block, Friedrich Dreier

Dosud běžné postupy stanovení Wöhlerových křivek betonářské oceli mohou vést k značně rozdílným výsledkům. Wöhlerovy křivky bývají obvykle sestaveny na základě jednostupňových zkoušek. Z toho vyplývají obecně neurčitá statistická rozdělení počtu cyklů při vzniku lomu při rozdílných hladinách napětí, zejména v oblasti trvalé pevnosti, což značně komplikuje spolehlivé statistické vyhodnocení.

Pomocí interaktivního postupu, kterým lze přímo určit charakteristické hodnoty Wöhlerových křivek (např. 5% kvantil s konfidencí 90 %) a příslušný dílčí součinitel spolehlivosti při uvážení probablistického konceptu spolehlivosti, byly nově provedeny a vyhodnoceny zkoušky volně kmitajících a zabetonovaných vzorků betonářské oceli [1] a [2]. Tento výzkum byl financován a podporován institucemi Bundesanstalt für Straßenwesen (BASt) a Deutsche Institut für Bautechnik (DIBt).

■ The existing standard procedure for axial cyclic testing of reinforcing bars gives varying results for the characteristic fatigue strength curves (S-N curves). Usually, S-N curves are determined on the basis of experimental investigations using the number of cycles at constant stress ranges  $\Delta S$  to fail (N) on different stress levels. Generally, this approach causes indefinite statistical distributions for the number of cycles up to failure, particularly, in the field of the fatigue endurance limit. This complicates a reliable statistical analysis significantly.

By the use of a newly developed research method – the Interactive Procedure – the characteristic fatigue strength curve (e.g. 5% quantile was obtained at a 90% level of confidence) as well as the partial safety factor was directly determined by new test results with reference to a probabilistic safety concept. The new experimental investigations on reinforcing steel are carried out testing in air as well as embedded in concrete. The investigations had been financed and consulted by the BASt and DIBt.

## VYMEZENÍ PROBLÉMU

Působením střídavého, případně cyklického namáhání se nosné prvky mohou porušit únavovým lomem. Projev únavových lomů je stejně rozmanitý jako příčiny a vlivy, které hrály roli při porušení únavou. Posouzení konstrukčních prvků na únavu je vyžadováno tehdy, pokud jako možné následky porušení únavou mohou vzniknout škody nebo dokonce ohrožení života.

V případě nosných železobetonových konstrukcí se posouzení na únavu provádí samostatně pro beton a betonářskou ocel. V rámci hodnocení shody betonářské oceli podle normové řady DIN 488 musí být prokázány určité parametry pro únavovou pevnost, aby byla zaručena dostatečná odolnost vůči únavovému lomu. Naproti tomu, pro posouzení nosných konstrukčních prvků na únavu jsou nutné kompletní průběhy Wöhlerových křivek, které závisí na řadě parametrů.

Problematika únavy zejména betonových a spřažených mostů s betonovou mostovkou získává na významu se zvyšující se intenzitou těžké dopravy. To se týká nejen hodnocení i několik desetiletí starých objektů heterogenní zástavby, ale také budoucích novostaveb, které je třeba na únavu posoudit.

Betonářské oceli bývají obecně testovány ve volném stavu. V současnosti není zcela jasné, jaké okolnosti jsou pro výztuž v zabetonovaném stavu ve srovnání s nezabetonovaným stavem příznivé a které nepříznivé. Za příznivé je třeba označit rovnoměrné vnášení sil soudržností s okolním betonem, a též možné nízké náhodné výskyty kritických vrubů ve výztuži v relativně malých oblastech bez soudržnosti kolem trhlin v betonu. Naproti tomu existují situace, při kterých mohou trvalá namáhání třením v důsledku relativních posunutí v místě kontaktu s příčnou výztuží únavovou pevnost negativně ovlivnit. Není také jasné, probíhá-li pro zabetonovanou výztuž mobilizace systému, např. vytržením betonového kuželu nebo vylomením částecek betonu z bezprostředně hraničících čel trhlin. Tím by se zamezilo úplnému navrácení spodní úrovně napětí na původní hodnoty, tzn. že rozkmit napětí by se snížil.

Při použití dosavadních metod stanovení Wöhlerových křivek pro volné, případně zabetonované betonářské oceli na základě výsledků jednostupňových namáhání, lze odhalit významné nedostatky. Deficity těchto metod vznikají důsledkem nevýstižných předpokladů týkajících se stochastického modelu a subjektivních odhadů mezního počtu cyklů a trvalé únavové pevnosti. Jednostupňová zatížení se realizují s volně volenými hladinami napětí, při kterých pro každou úroveň namáhání vyplývá celá řada počtů cyklů při vzniku lomu. Dosáhne-li opakování zatížení předem stanovený mezní počet cyklů, zkouška je zastavena a vzorek je označen jako „outlier“. Leží-li rozkmit napětí v oblasti rozptylu ještě neznámé trvalé únavové pevnosti, nelze získat kompletní statistické rozdělení pro počet cyklů při vzniku lomu. Celkový výsledek s individuálními nesymetrickými rozděleními na různých hladinách napětí a neúplnými rozděleními v oblasti rozptylu trvalé únavové pevnosti je graficky znázorněn na obr. 1. Spolehlivý statistický odhad charakteristického kvantilu základního souboru je s těmito výsledky takřka nemožný.

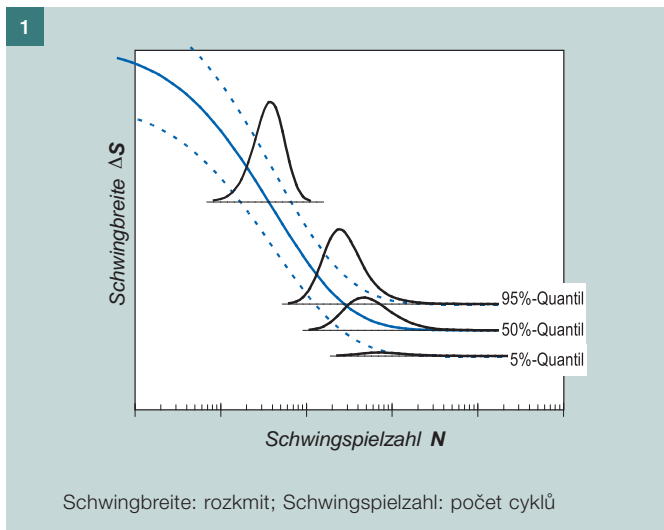
Z rozptylů počtu cyklů při porušení bylo zkoušeno odvodit dílčí součinitel spolehlivosti materiálu  $\gamma_{s,fat}$  k pokrytí rozptylů u mezních rozkmitů napětí. To však vede ke kontroverzním diskusím, protože ze statistického rozdělení ve vodorovném řezu Wöhlerovy křivky nelze bez znalosti průběhu odolnosti proti únavě usuzovat na rozdělení ve vertikálním řezu této křivky.

Zároveň lze sledovat, že mezní rozkmit napětí betonářské oceli při certifikačních zkouškách nebo průkazných zkouškách shody jsou často nižší, než předpokládá DIN 1045-1:2001 [3] nebo DIN-Fachbericht 102:2003 [4]. Proto byly tyto veličiny pro posouzení v nových vydáních DIN 1045-1:2008 [5] a DIN-Fachbericht 102:2009 [6] korigovány.

Další rozbor a podklady k normativním změnám lze najít v [7].

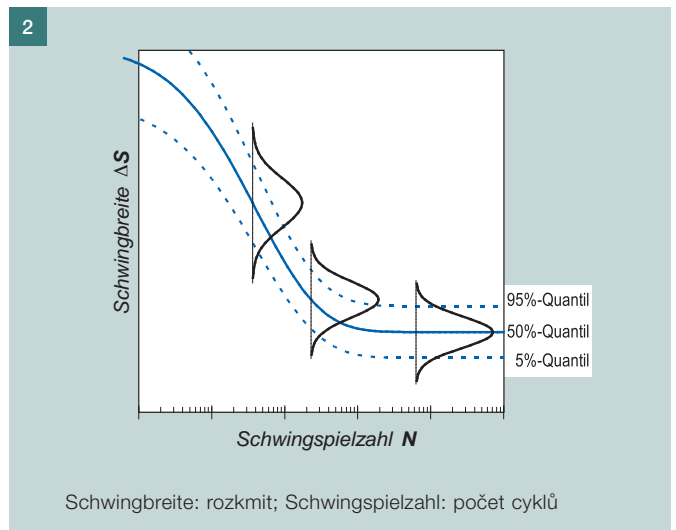
## INTERAKTIVNÍ POSTUP

V jiných oborech stavebnictví se pro stanovení odolnosti nosných konstrukcí proti únavě, včetně funkcí pro charakteristické a návrhové hodnoty, používá obecně uznávaná me-



Obr. 1 Hustoty pravděpodobnosti logaritmů počtu cyklů v různých horizontálních řezech | Fig. 1 Probability density functions of the logarithm of the number of cycles in horizontal direction

Obr. 2 Hustoty pravděpodobnosti rozkmitu ve vertikálních řezech (interaktivní postup) | Fig. 2 Probability density functions of the number of cycles in vertical direction (the interactive procedure)



Obr. 3 Stanovení spolehlivosti podle DIN EN 1990 | Fig. 3 Method of reliability according to DIN EN 1990

Obr. 4 Závislost mezi dílčím součinitelem spolehlivosti materiálu a variačním součinitelem [9] | Fig. 4 Relation between the material safety factor and the coefficient of variation [9]

toda interaktivního postupu [8], [9]. Tím lze přímo určit také dílčí součinitel spolehlivosti materiálu  $\gamma_{S^{fat}}$ . Statistiku rozkmitů napětí podél celé Wöhlerovy křivky lze touto metodou určit přímo (vertikální řezy – obr. 2).

Aby bylo možné reprodukovatelně a spolehlivě hodnotit charakteristickou únavovou odolnost, byl na Technické univerzitě v Dortmundu od roku 1994 vyvíjen interaktivní postup. Jedná se o optimalizovanou metodu k sestavení funkce únavové pevnosti, počínaje nízkocyklovou pevností a trvalou únavovou pevností konče.

Na základě poměrně malého počtu testů lze spolehlivě určit charakteristickou odolnost ve formě funkce kvantilu s definovanou konfidencí. Interaktivní postup může poskytnout již po několika testech fyzikálně-matematickou shodu funkce odolnosti a statistické hodnoty první prognózy očekávaných únavových pevností a trvalé únavové pevnosti.

Podstatný rozdíl k doposud užívaným metodám spočívá v tom, že se přímo určí charakteristická mez únavové odolnosti (libovolné vertikální řezy ve Wöhlerově diagramu, obr. 2), přičemž u všech ostatních metod se statistické vy-

hodnocení počtu cyklů, zejména v oblasti trvalé únavové pevnosti, provádí bez znalosti statistického rozdělení (vybrané horizontální řezy, obr. 1).

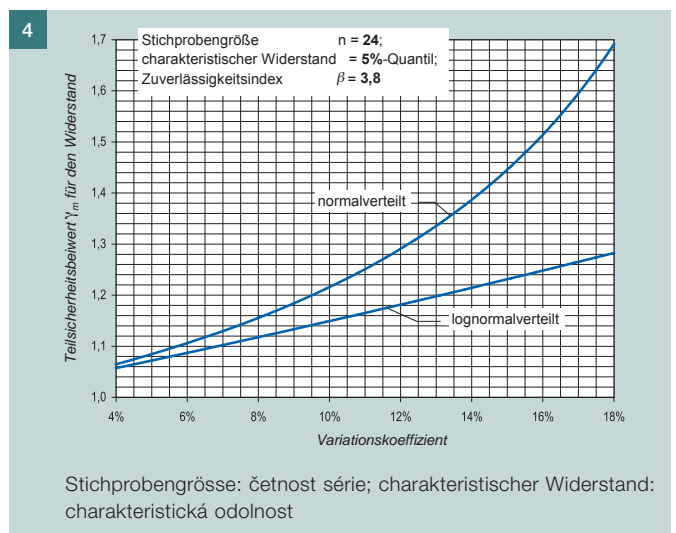
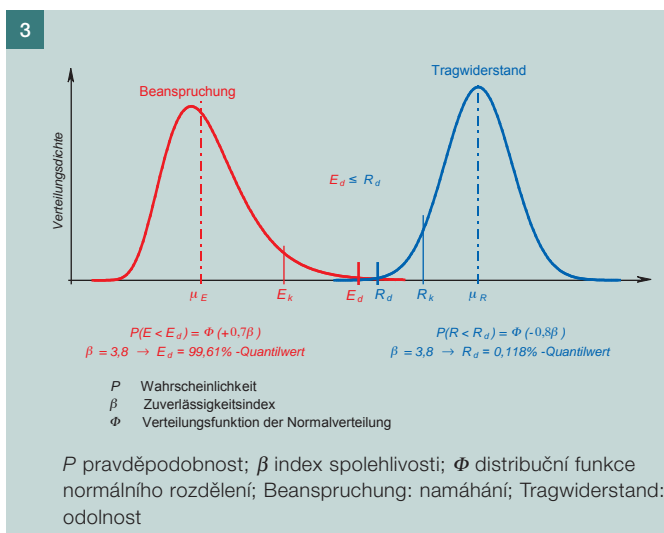
Analýzy rozdělení na základě DIN EN 1990 (příloha C a D) [10] navíc umožňují přímo určit dílčí součinitele spolehlivosti materiálu (obr. 3 a 4).

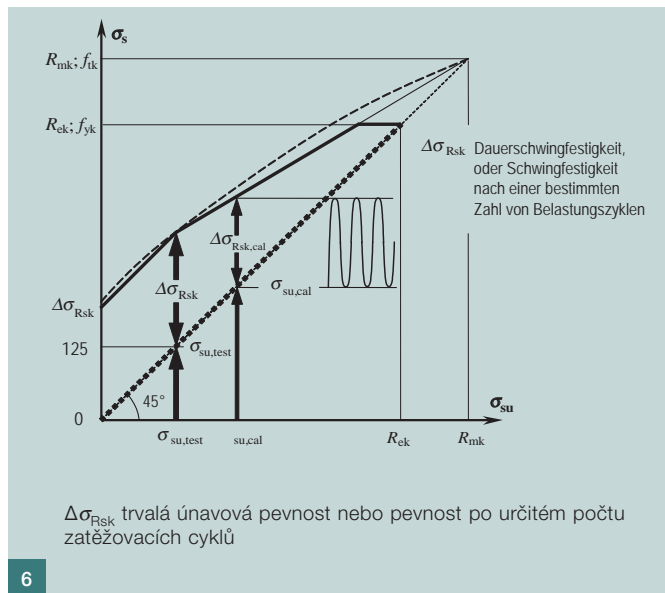
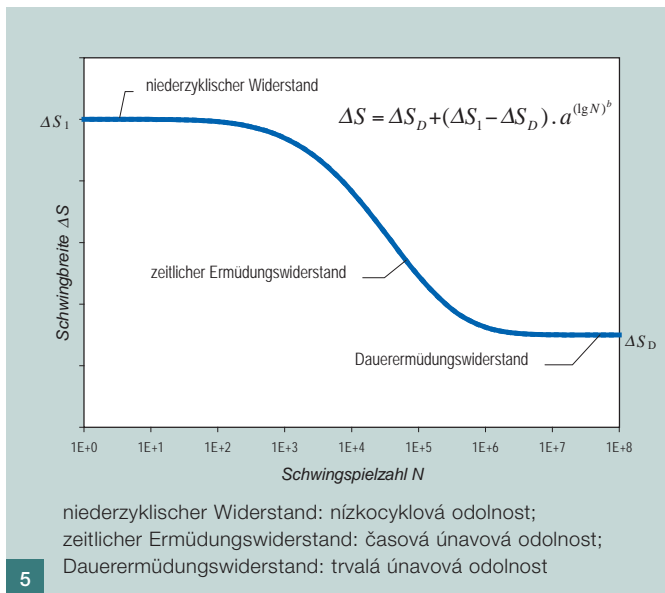
Interaktivní postup byl již v případě několika schvalovacích řízení akceptován DIBt a v současnosti se zapracovává do evropského předpisu ETAG 001.

### ZKUŠEBNÍ PROGRAM

Pro experimentální identifikaci Wöhlerových křivek výztuže byla nejprve interaktivním postupem určena funkce únavové pevnosti volně kmitající betonářské oceli [1]. Série sestávala z prutů průměru  $d_s = 20\text{mm}$  od jednoho výrobce. Vzorky byly vybrány tak, aby ohledně tolerancí odpovídaly plné životnosti kalibru.

Z každého prutu byly odebrány dva vzorky. První z nich byl testován ve volném stavu, druhý pak zabetonovaný (viz [1] a [2]).





**Výchozí předpoklady**

Na bázi výsledků vysokocyklového zatěžování byly určeny Wöhlerovy křivky jako funkce střední hodnoty a funkce kvantílů (obr. 2 a 5).

Konstrukce Wöhlerových křivek je realizována vždy na základě konstantní veličiny pro kolektivy jednostupňového zatížení; tou může být buď minimální, střední nebo maximální napětí zatěžovacího cyklu. Podle DIN 488 [1] a EN ISO 15630 [12] se zkouší s konstantním maximálním napětím 300 MPa. Proti tomu lze vyslovit následující argumenty:

Stanovením maximálního napětí na 300 MPa dochází k značnému omezení, neboť odolnosti nad tímto napětím nemohou být zachyceny. Tím nelze průběh Wöhlerových křivek v oblasti časové únavové pevnosti fyzikálně zcela vyšetřit.

Konkrétní konstrukční prvek je zpravidla namáhán konstantním minimálním zatížením (stálé zatížení) a aditivně proměnným cyklickým zatížením (užitné zatížení). Tato skutečnost bude zohledněna spíše při stanovení únavové pevnosti zkouškou s konstantním minimálním napětím.

Aby bylo možné porovnání výsledků získaných při konstantním maximálním napětí, navrhuje se vycházet ze souvislosti, zobrazených na obr. 6 v tzv. **Goodmanovu** diagramu. Znázorněný bilineární průběh maximálního napětí umožňuje odečíst na straně bezpečné únavovou odolnost při každém výchozím statickém namáhání s příslušným minimálním napětím  $\sigma_{su,cal}$ , neboť skutečný průběh vykazuje pozitivní křivost.

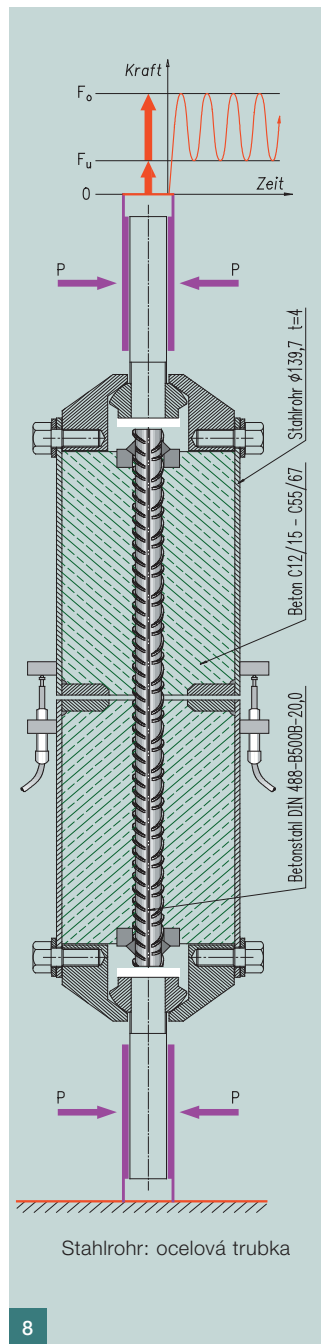
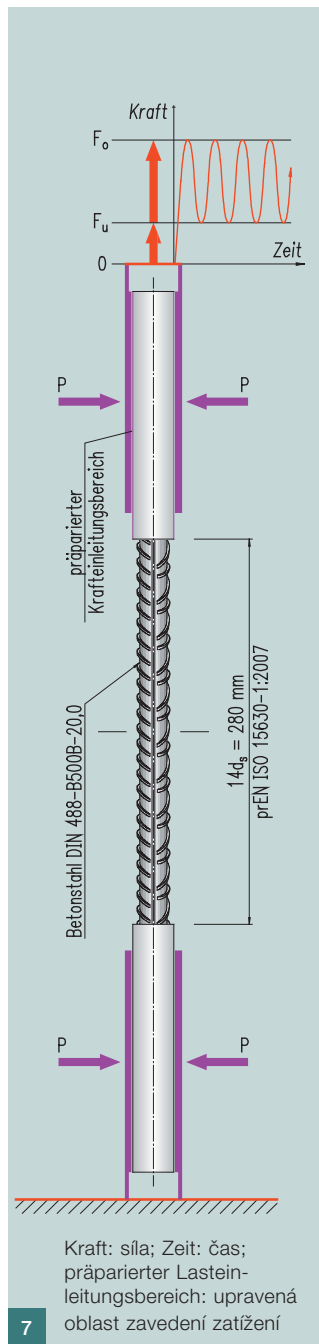
Aby se zamezilo plastickým přetvořením betonářské oceli za účinku provozního zatížení, nesmí být překročena mez kluzu.

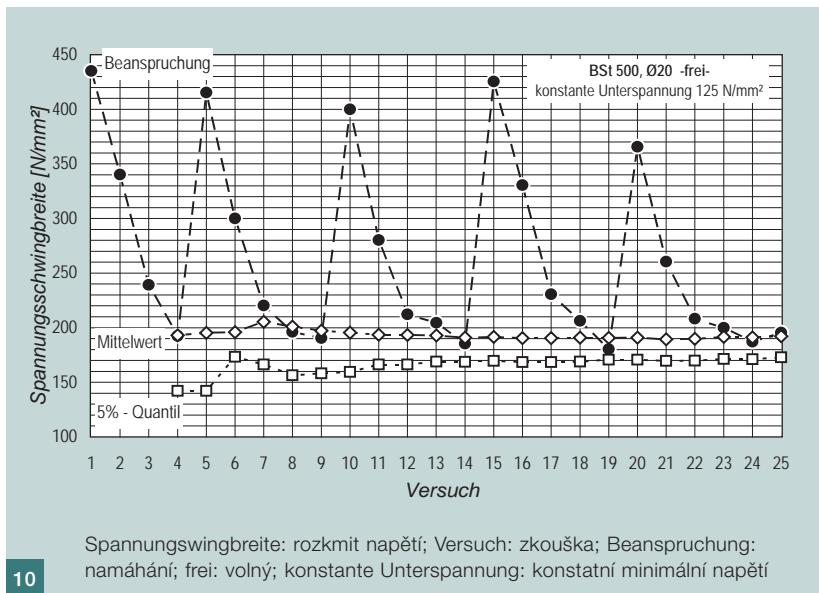
V novém vydání DIN-Fachberichtes 102:2009 [6] a DIN 1045-1:2008 [5] je udáván charakteristický rozkmit hodnotou 175 MPa. Vycházíme-li z maximálního napětí 300 MPa účinkem provozního zatížení, obdržíme pro zkušební sérii minimální napětí 300 – 175 = 125 [MPa]. Tato hodnota byla pro všechny testy konstantní.

**Detaily**

**Složení série**

Pro konstrukci úplné funkce únavové pevnosti v oblasti od jednoho zatěžovacího cyklu až k trvalé únavové pev-





Obr. 5 Průběh a oblasti Wöhlerovy křivky ■ Fig. 5 Run and range of S-N-curves

Obr. 6 Goodmanův diagram – doporučení pro návrh a posouzení ■ Fig. 6 Goodman-diagram – recommendation for design

Obr. 7 Nezabetonovaný vzorek betonářské oceli a uspořádání zkoušky ■ Fig. 7 Testing reinforcement in air – test specimen and test setup

Obr. 8 Zabetonovaný vzorek betonářské oceli a uspořádání zkoušky ■ Fig. 8 Embedded reinforcement bar – Test specimen and test setup

Obr. 9 Únavový lom betonářské oceli se zónami 1, 2 a 3 ■ Fig. 9 Fatigue rupture of a reinforcement bar including the zones 1, 2 and 3

Obr. 10 Průběh zkoušky a stabilizace výpočtem stanovené trvalé pevnosti ve formě střední hodnoty a 5% kvantilu ■ Fig. 10 Development of the tests and stabilisation of the calculated fatigue endurance limit shown in the form of the mean value and the 5% quantile

nosti je pro použití interaktivního postupu zapotřebí výsledků z cca dvaceti čtyř až dvaceti osmi vysokocyklových testů a z tří až pěti kvazistatických zatěžování. Tato zkušební tělesa tvoří dohromady sérii, reprezentující definovaný základní soubor. Aby bylo možné přenést závěry ze série na základní soubor, je třeba dodržet řadu zásad [13].

V případě betonářské oceli je nejjednodušší základní soubor (stupeň 1) tvořen z produkce jedné taveniny (šarže) s definovaným chemickým složením. Profilování prutů obnáší časově pouze část životnosti válcovací stolice, při které se geometrie kalibru mění jen nepodstatně. Z tohoto důvodu jsou mechanické vlastnosti oceli jedné šarže náhodnými veličinami s jen malým rozptylem.

Základní soubor druhého stupně tvoří všechny šarže životnosti kalibru. V tomto případě přispívají k rozptylu nejen náhodné parametry, nýbrž také mezi šaržemi lišící se měřitelné faktory, jako chemické složení oceli nebo geometrie a struktura povrchu, závislá na opotřebení válcovacího zařízení.

Pokud se měřené hodnoty jednotlivých tavenin mění pouze marginálně a jestliže nelze vliv opotřebení při válcování na mechanické vlastnosti jednoznačně funkcionálně vystihnout, může být i tento základní soubor z více šarží považován za převážně stochastický.

Zkušební série byly vybrány ze základního souboru druhého stupně, obsahujícího pět šarží. S rostoucím číslem šarže roste opotřebování kalibru od „nový“ po „dosloužilý“.

### Zkušební tělesa a uspořádání zkoušek

Nezabetonované pruty výztuže měly podle [12] neupravenou volnou délku  $14d_s = 280$  mm. Oblasti zavádění zatížení byly zesíleny ocelovými trubkami tak, aby se v oblasti možné-

ho porušení únavou nevyskytovala nepříznivá příčná napětí.

Uspořádání zkoušky zabetonovaných vzorků betonářské oceli je znázorněno na obr. 8. Zkušební těleso je koncipováno tak, aby byla aktivována relativní posunutí vlivem opakovaných zatížení a odtížení a aby přitom uvolňované částičky betonu nezanášely trhlinu, která byla modelována jako štěrbina šířky 4 mm. Tím bylo zajištěno, aby rozkmit síly z vnějšího zatížení byl kompletně zaveden do betonářské oceli. Zároveň bylo zajištěno centrické zavedení sil. Délka zakotvení činila oboustranně 200 mm.

Byly vyrobeny zkušební vzorky z betonů čtyř různých pevností v tlaku.

## VÝSLEDKY ZKOUŠEK

### Nezabetonovaná betonářská ocel

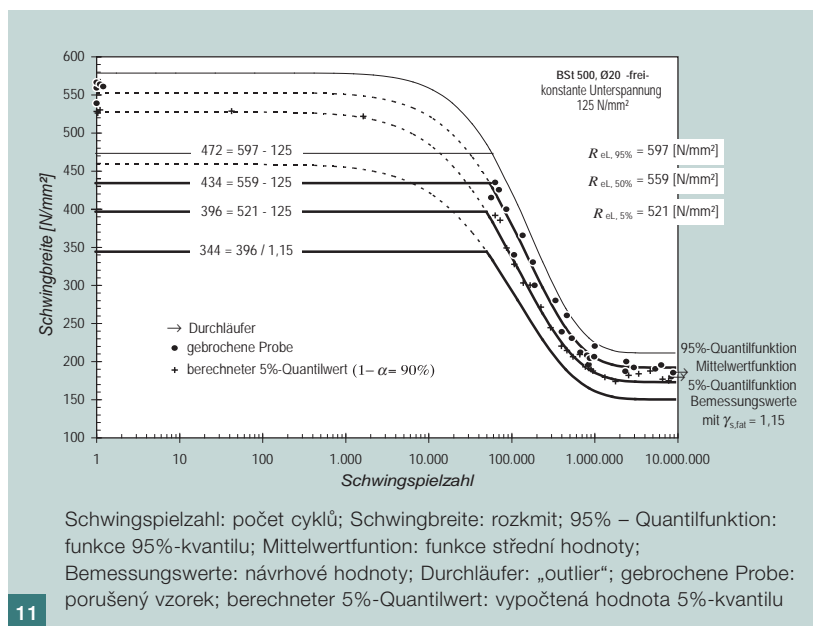
#### Kvazistatické zkoušky

Těmito zkouškami jednoho vzorku z každé zkoušky byly zjištěny a dále použity následující pevnostní charakteristiky:

- $R_{eL}$  – dolní mez kluzu,
- $R_m$  – pevnost v tahu,
- $E_{sm} = f(\sigma_s^0)$  – sečnový modul jako funkce maximálního napětí při konstantním minimálním napětí 125 N/mm<sup>2</sup>. V této interpretaci se sečnový modul rovná cyklickému modulu.

Stupňovitě zaváděné zatížení a odtížení a přímo na prutu měřené příslušné hodnoty deformací poskytly data pro výpočet sečnových modulů, které budou dále využity k určení ekvivalentních volných délek zabetonovaných vzorků betonářské výztuže, sloužících jako srovnávací měřítko k hodnocení stavu soudržnosti při cyklickém namáhání.





11

Obr. 11 Úplná Wöhlerova křivka nezabetonovaného prutu Ø 20  
 Fig. 11 Total S-N-curve for reinforcement bar Ø20 tested in air  
 Obr. 12 Porovnání empirických a teoretických rozdělení  
 Fig. 12 Comparison of the experimental the theoretical distributions

**Porušení únavou a konstrukce Wöhlerovy křivky**

Únavový lom betonářské oceli je proces, který se rozvíjí při cyklickém zatížení a vykazuje několik fází porušení. Většina zatěžovacích cyklů proběhne do vzniku první trhliny na povrchu. Na lomu jsou viditelné tři známé fáze (obr. 9):

- postupná tvorba trhlín (1)
- nadměrný růst trhlín (2)
- lom (3).

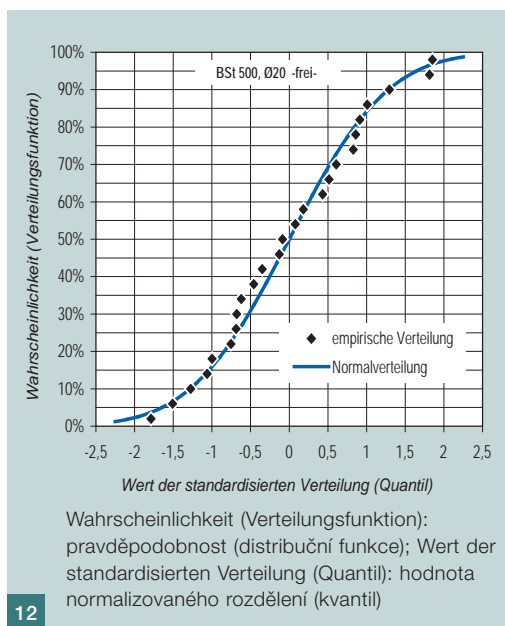
V zóně (1) lze rozeznat obvodový „pás“, vzniklý během válcování a vykazující jemnější strukturu. Počet cyklů do vzniku první trhliny je také ovlivněn kvalitou a šířkou tohoto „pásu“.

Pořadí zatěžování, stejně jako stabilizace trvalé únavové pevnosti s rostoucím počtem zkoušek (střední hodnota a 5% kvantil) jsou zobrazeny na obr. 10.

Na obr. 11 jsou znázorněny veškeré výsledky potřebné ke stanovení únavové pevnosti. Při testech bylo dodrženo konstantní minimální napětí cyklu hodnotou 125 MPa, maximální napětí se pohybovalo v rozmezí 305 až 560 MPa. Výsledné pevnosti z kvazistatických zkoušek byly přímo použity při vyhodnocování interakčním postupem. Aby se při praktickém použití zamezilo vzniku plastických přetvoření, omezí se Wöhlerova křivka shora dolní mezí kluzu  $R_{eL}$ .

Na základě výsledků zkoušek byla s 90% konfidencí určena funkce střední hodnoty a funkce 5 a 95% kvantilu. Tato spolehlivost je směrodatná také pro mez kluzu betonářské oceli (srov. tab. 16, DIN EN 10080 [14]). Konfidence 0,9 by měla být brána jako spodní smluvní mez. V DIN 55303 část 5 [15] jsou tabulky 1 až 4 založené na konfidenci  $1 - \alpha = 0,95$  a  $1 - \alpha = 0,99$ . Kromě toho je v diagramu 1 poznamenáno, že konfidence  $1 - \alpha = 0,5$  a  $1 - \alpha = 0,75$  nemají žádný praktický význam.

Položí-li se za základ dílčí součinitel spolehlivosti materiálu  $\gamma_{s,fat} = 1,15$  podle DIN 1045 (viz také odst. 3.1.3), získá se



12

Obr. 13 Rozptyl experimentálních výsledků podél Wöhlerovy křivky  
 Fig. 13 Scattering of the experimental results in dependence of the number of cycles  
 Obr. 14 Závislost trvalé pevnosti na konfidenci  
 Fig. 14 Dependency of the fatigue endurance limit and confidence level

navíc funkce návrhové hodnoty odolnosti na únavu nezabetonované betonářské oceli.

Pokud není selhání patrné, musí být ověřeno, jedná-li se o „outlier“. K tomu se každý předpokládaný „outlier“ po dosažení interaktivně, tzn. po každém testu nově stanoveného mezního počtu cyklů, cyklicky zatíží znova až k porušení, ale s mnohem vyšším rozkmitem. Pokud se přitom počet cyklů při vzniku lomu nachází v rozptylovém pásmu lomu nepředtížených vzorků, předpokládá se, že při prvním zatěžování nedošlo k poškození. Pokud by přírůstek přetvoření ke konci prvního zatěžování nebyl zaznamenán a topografie lomu by odpovídala druhému zatěžování, pak může být „outlier“ deklarován (srov. [16]).

Statistické vyhodnocení dolní meze kluzu poskytlo kvantily:  $R_{eL,95\%} = 597$  MPa;  $R_{eL,50\%} = 559$  MPa;  $R_{eL,5\%} = 521$  MPa.

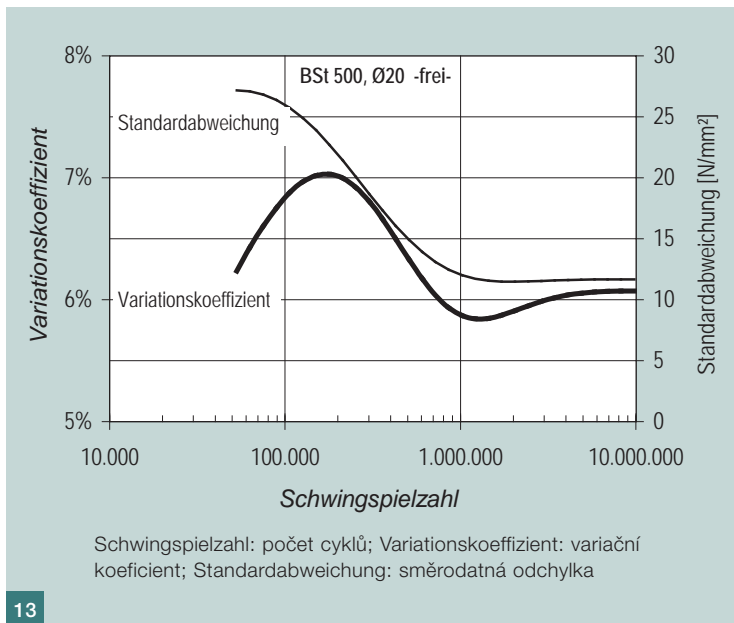
**Statistické analýzy**

Nejprve se ověří, zda normální rozdělení použité v interaktivním procesu poskytuje korektní hodnoty kvantilů. Aby bylo možné tento test uskutečnit, provede se konverze Wöhlerovy křivky na standardizovanou stacionární náhodnou funkci. Tento převod je nutný k odstranění závislosti hustoty pravděpodobnosti na počtu cyklů a k normování rozptylu.

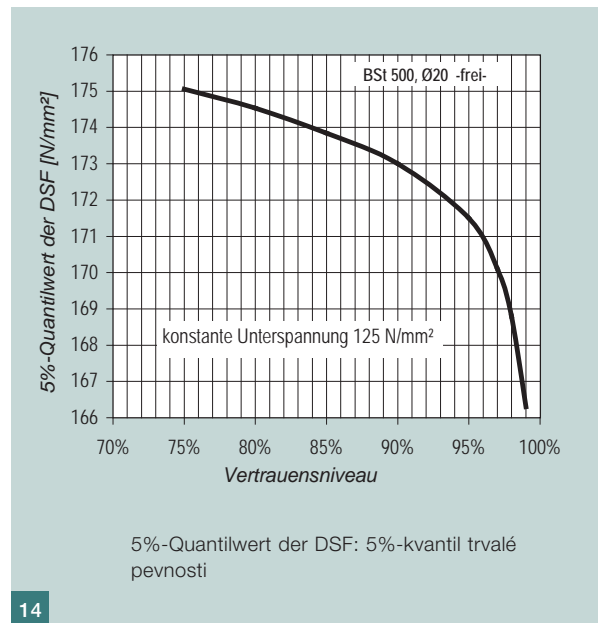
Stacionární náhodná funkce má konstantní očekávanou hodnotu a konstantní variaci, a z toho důvodu také konstantní směrodatnou odchylku. S realizacemi stacionární náhodné funkce tedy lze nakládat jako s realizacemi náhodné veličiny.

Normovaná stacionární náhodná funkce má hodnotu odhadu rovnou nule a směrodatnou odchylku rovnou jedné.

- Byly provedeny dva konverzní kroky:
- Výsledky zkoušek a všechny hodnoty funkcí kvantilů se posunou směrem dolů vzhledem k funkci střední hodnoty. Funkce střední hodnoty je v průměru rovna nule.
  - Všechny rozkmity redukovány v prvním kroku se podělí



13



14

hodnotami funkcí směrodatných odchylek a jsou tedy normovány. Tím vzniknou vzdálenosti od nulové hodnoty nikoliv v MPa, nýbrž v počtu standardních odchylek.

Po této konverzi je možné výsledky zkoušek prezentovat jako sérii, představující normovanou náhodnou veličinu.

Na obr. 12 jsou zobrazeny výsledky porovnání mezi empirickým rozdělením převedených výsledků zkoušek a aproximačním normálním rozdělením. Velmi dobrá shoda při pravděpodobnostech pod 25 a nad 80 %, stejně jako ve střední oblasti dokazuje, že shora definovaný základní soubor vykazuje náhodnou únavovou odolnost, kterou lze korektně vystihnout symetrickým normálním rozdělením.

Protože bylo prokázáno, že předpoklad normálního rozdělení je opodstatněný, může být funkce směrodatné odchylky určena ze známých hodnot funkce 5% kvantilu a funkce střední hodnoty. Relace funkce směrodatné odchylky a funkce střední hodnoty udává variační koeficient v závislosti na počtu cyklů, který se v případě této testované série pohybuje v rozmezí 6 až 7 %.

Z toho pro testovanou sérii, v souladu s obr. 4, vyplývá vý-

lučně statisticky odůvodněný dílčí součinitel spolehlivosti materiálu  $\gamma_{s,fat} = 1,13$ , který umožňuje přepočít charakteristické hodnoty (5% kvantil) na návrhovou hodnotu (0,118% kvantil) (srov. obr. 3).

Závislost charakteristické trvalé únavové pevnosti (5% kvantil) na konfidenci znázorňuje obr. 14. Konfidenci 90 % odpovídá charakteristická trvalá únavová pevnost 173 MPa.

#### Zabetonovaná betonářská ocel

Celkem dvacet zkušebních těles se zabetonovanou ocelí bylo rozděleno do čtyř zkušebních sérií. Aby se objasnil vliv pevnosti betonu, byla každá série vyrobena z betonu jiné pevnostní třídy.

#### Změny v soudržnosti

Cyklické procesy sestávající ze zatěžování a odtěžování mohou soudržnost mezi ocelí a betonem více či méně poškozovat, redukují špičková napětí a přerozdělují namáhanou oblast soudržnosti na větší délky.

Vliv opakovaného namáhání na soudržnost může být ne-

## Ověřte Vaši konstrukci programem ATENA!

Připojte se ke špičkovým inženýrům, kteří používají počítačovou simulaci pro kontrolu a navrhování bezpečných a spolehlivých staveb.



#### Nabízíme:

- jedinečný software pro nelineární analýzu a hodnocení bezpečnosti - programy ATENA Engineering, ATENA Science, SARA, RLACS
- uživatelskou podporu a údržbu
- poradenství v oblasti nelineárních výpočtů a spolehlivosti konstrukcí

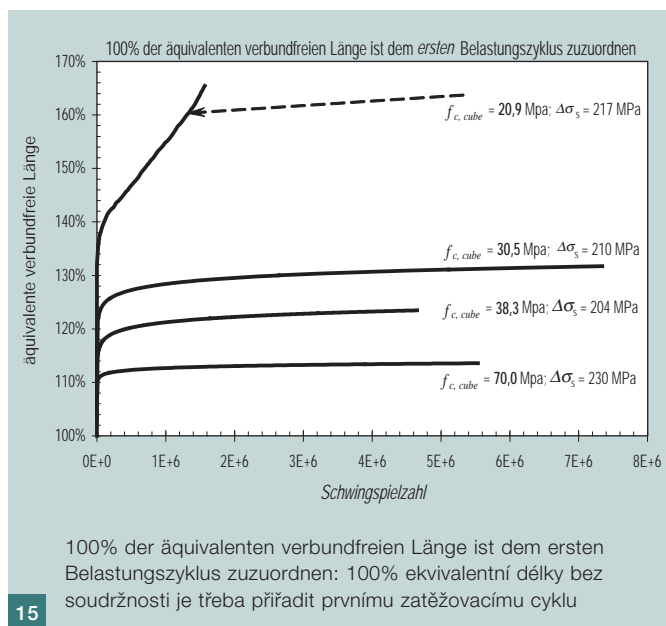
#### Použití pro:

- budovy, mosty, energetické, vodohospodářské a podzemní stavby
- prostý a vyztužený beton, drátkobeton, vláknobeton
- stanovení šířky trhlin, průhybů, optimalizaci výztuže
- ověření únosnosti, odolnosti, spolehlivosti, zesilování konstrukcí



Na Hřebenkách 55 • 150 00 Praha 5

Tel: +420 220 610 018 • E-mail: [cervenka@cervenka.cz](mailto:cervenka@cervenka.cz) • Web: [www.cervenka.cz](http://www.cervenka.cz)



Obr. 15 Vliv cyklického zatížení na soudržnost ■ Fig. 15 Influence of cyclic loading on the bond state

Obr. 16 Úplná Wöhlerova křivka zabetonované betonářské výztuže Ø20 ■ Fig. 16 Total S-N-curve for reinforcement bar Ø20 embedded in concrete

přímou ukázan na výpočtu ekvivalentní nesoudržné délky  $l_{\text{äq}}$

$$l_{\text{äq}} = \Delta l_s E_{\text{sm}} / \Delta \sigma_s$$

Stanovení hodnot již bylo objasněno v odstavci Kvazistatických zkoušek. Hodnota  $\Delta l_s$  se získá jako část měřené délky změny šířky štěrbin  $\Delta l$ .

$$\Delta l_s = \Delta l E_{\text{cm}} \Delta \sigma_s / (E_{\text{sm}} \Delta \sigma_c + E_{\text{cm}} \Delta \sigma_s)$$

Sečnový modul pružnosti betonu  $E_{\text{cm}}$  se určí podle normy (DIN 1045-1).

Na obr. 15 jsou znázorněny změny soudržnosti na základě měření čtyř vzorků s rozdílnými pevnostmi betonu v závislosti na počtu cyklů.

Ekvivalentní délka bez soudržnosti  $l_{\text{äq}}$ , případně pohyb v trhlině po jednom cyklu, byla ze 100 % předpokládána. Lze rozpoznat rychlé přírůstky na počátku zatěžovacích procesů. Je také zřejmé, že s klesající pevností betonu nadměrně roste poškození soudržnosti. V případě vzorků s třemi nejvyššími pevnostmi betonu se stavy soudržnosti po několika milionech cyklů stabilizovaly. Nejnižší třída betonu ( $f_{c, \text{cube}} = 20,9 \text{ MPa}$ ) nebyla dostačující k tomu, aby se zabránilo porušení soudržnosti až k zakotvení.

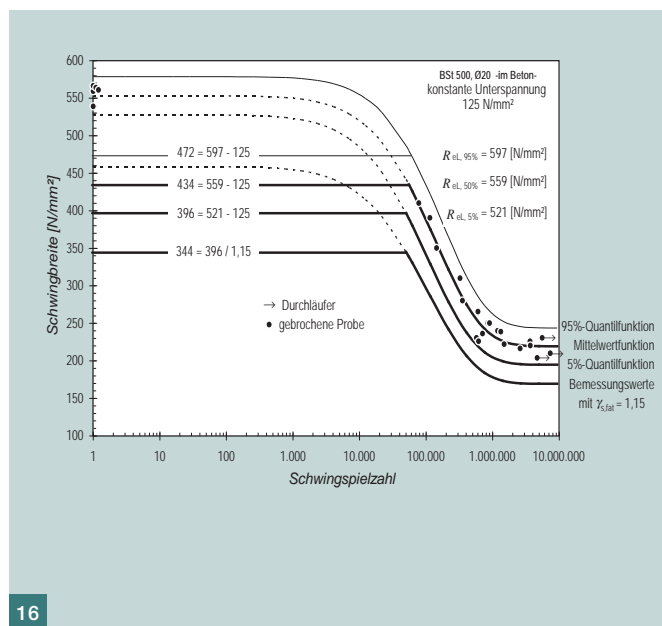
Změny charakteristik soudržnosti vlivem opakovaného zatížení negativně ovlivňují šířky trhlin a přetvoření železobetonové konstrukce. Nedostatečná pevnost betonu může vést k porušení soudržnosti únavou.

### Konstrukce Wöhlerovy křivky

Na obr. 16 jsou znázorněny výsledky potřebné k určení únavové pevnosti. Průběh náhodné funkce odolnosti na únavu ukazuje funkce střední hodnoty, 5 a 95% kvantilu.

### Statistické analýzy

Stejně jako v případě nezabetonovaných volných vzorků by-



Obr. 17 Porovnání únavových pevností zabetonované a nezabetonované výztuže Ø20 ■ Fig. 17 Comparison of the fatigue strength of embedded and not embedded reinforcement Ø20

Obr. 18 Wöhlerovy křivky pro betonářskou ocel (DIN 1045-1) ■ Fig. 18 S-N-curve for reinforcement according to DIN 1045-1

ly provedeny veškeré statistické analýzy. Poměrem funkce směrodatné odchylky a funkce střední hodnoty byl stanoven variační koeficient, pohybující se v závislosti na počtu cyklů mezi 7 až 8 %. Pro hodnocenou sérii z toho v souladu s obr. 4 vyplývá výlučně statisticky zdůvodněný dílčí součinitel spolehlivosti materiálu  $\gamma_{s, \text{fat}} = 1,15$ .

Konfidenci 90 % odpovídá trvalá pevnost 195 MPa.

### Vliv pevnosti betonu

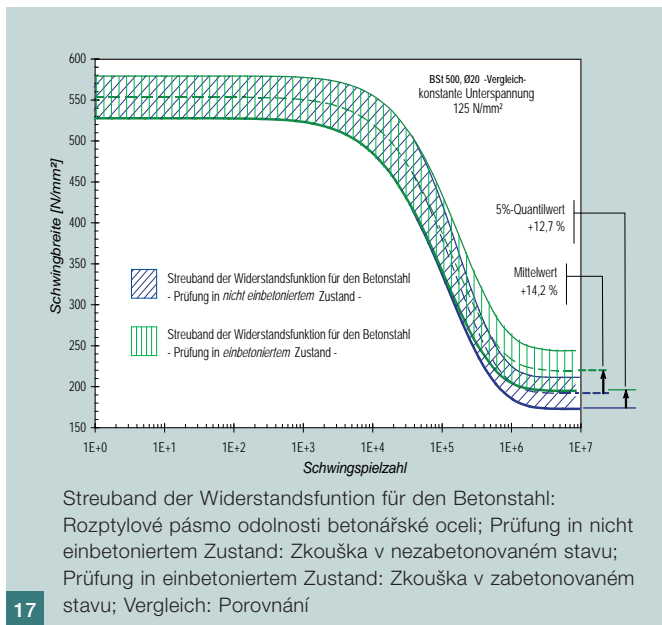
K ověření vlivu pevnosti betonu byly výsledky s únavovými lomy znázorněny jako kvantily ve společném pásmu rozptylu Wöhlerovy křivky, přičemž výsledky s porušením v zakotvení a „outliers“ nebyly zohledněny. Ačkoliv má pevnost betonu značný vliv na soudržnost mezi betonem a ocelí, nebyl při dostatečné pevnosti v soudržnosti zjištěn žádný vliv na únavovou odolnost betonářské oceli.

### Porovnání únavových pevností v zabetonovaném a nezabetonovaném stavu

Výsledky únavové odolnosti nezabetonovaných a zabetonovaných vzorků jsou znázorněny jako náhodné funkce v závislosti na počtu cyklů (obr. 11 a 16); uvedeny jsou funkce střední hodnoty a hranice (funkce 5 a 95% kvantilu) intervalu 90% konfidence. Na obr. 17 jsou tato rozptylová pásma funkce odolnosti znázorněna pro srovnání v jednom diagramu.

Je zřejmé, že pro zabetonovaný stav se se zvyšujícím se počtem cyklů projevují pozitivní efekty. To lze zčásti vysvětlit tlumící schopností a cyklickým dotvarováním betonu vlivem opakujícího se zatěžování – zavádění sil je pozvolnější a napětí v příčném řezu prutu mají téměř konstantní rozdělení. Pozitivní vliv na trvalou pevnost by mohla mít také nízká pravděpodobnost výskytu kritického vrubu v krátké, maximálně zatížené oblasti bez soudržnosti v okolí trhliny.

V oblasti trvalé pevnosti dosahuje odchylka mezi náhodnými funkcemi maximální hodnotu. Zde je v případě zabeto-



17

novaných vzorků střední pevnost o 14 % a charakteristická odolnost na únavu o 13 % vyšší než u nezabetonovaných.

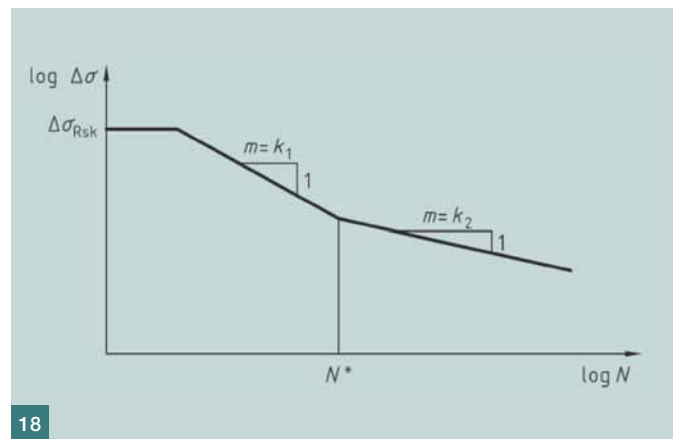
Zkušební tělesa byla přitom koncipována tak, aby se mezi výztuží a betonem uskutečnilo výlučně namáhání v soudržnosti. To znamená, že nebyly zohledněny možné negativní vlivy na únavovou pevnost, např. tření na kontaktu s příčnou výztuží nebo superpozice normálových a smykových napětí. Zkoumání důsledků podobných negativních vlivů zůstává záměrem dalšího výzkumu.

### ODVOZENÍ NÁVRHOVÝCH DIAGRAMŮ

Na příkladu výsledků hodnot únavové odolnosti, získaných interaktivním postupem ze zkoušek na nezabetonovaných vzorcích bude ukázáno, jak mohou být kvantitativně porovnány parametry návrhových diagramů podle DIN 1045-1 (odstavec 10.8, obr. 52 a tab. 16) a DIN-Fachbericht 102 (odstavec II-4.3.7, obr. 4.136 a tab. 4.117). Doporučuje se, dodatečně k normovým návrhovým předpisům, určit únavovou odolnost v souladu s Goodmanovým diagramem v úrovni klidových zatížení.

### Porovnání s bilineárním diagramem podle DIN 1045-1

V DIN 1045-1 je Wöhlerova křivka znázorněna v trilineární formě v logaritmickém měřítku os  $x$  a  $y$  (obr. 18). Konstant-



18

ní nízkocyklová pevnost, časová pevnost s exponentem  $k_1$  a fiktivní časová pevnost s exponentem  $k_2$  popisují charakteristickou únavovou odolnost.

Toto vyjádření odolnosti odpovídá modifikované formě Minerova pravidla, které navrhl a zdůvodnil E. Haibach [17]. K zjištění poškození pod trvalou pevností se Wöhlerova křivka prodlouží se zalomením přímkou se směrnici  $k_2 = 2k_1 - 1$ . Poškození vlivem namáhání pod úroveň trvalé pevnosti nastávají pouze tehdy, pokud předchozí cykly nad hranicí trvalé pevnosti, způsobující poškození, únavovou odolnost snížily.

K adaptaci návrhového diagramu podle DIN 1045-1 s použitím získaných výsledků byla Wöhlerova křivka znázorněna v souřadnicovém systému s logaritmickým měřítkem na obou osách.

Předpoklad, že přechod časové pevnosti k fiktivní pevnosti nastává podle DIN 1045-1 při počtu cyklů  $N^* = 10^6$ , vede k dvěma variantám zobrazeným na obr. 19 a 20. Adaptovány jsou charakteristické hodnoty, definované jako 5% kvantily statistického vyhodnocení s 90% konfidencí.

Varianta A předpokládá, stejně jako Haibach, že zalomení nastává na úrovni trvalé pevnosti [1 000 000; 173]. Od tohoto bodu probíhá přímkou časové pevnosti jako tečna funkce 5% kvantilu až k charakteristické hodnotě rozkmitu mezí kluzu [46 703; 396] (obr. 19), z čehož vyplývá exponent

OCHRANA BETONOVÝCH KONSTRUKCÍ POMOCÍ SEKUNDÁRNÍ KRYSTALIZACE

OCHRANA PROTI: TLAKOVÉ VODĚ, ZEMNÍ VLHKOSTI, AGRESIVNÍMU PROSTŘEDÍ, PHM, SILAŽNÍ ŠTÁVĚ, PRONIKÁNÍ RADONU

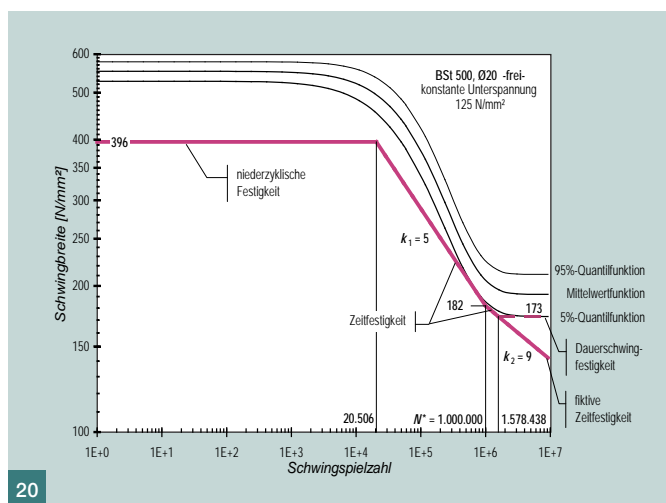
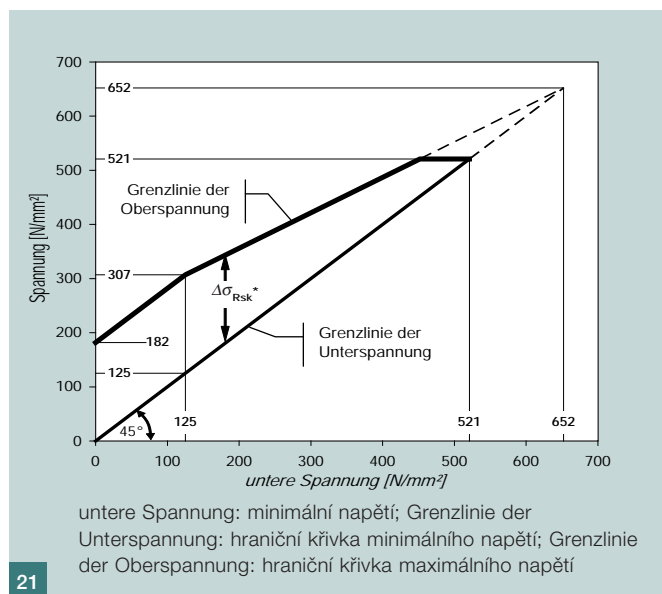
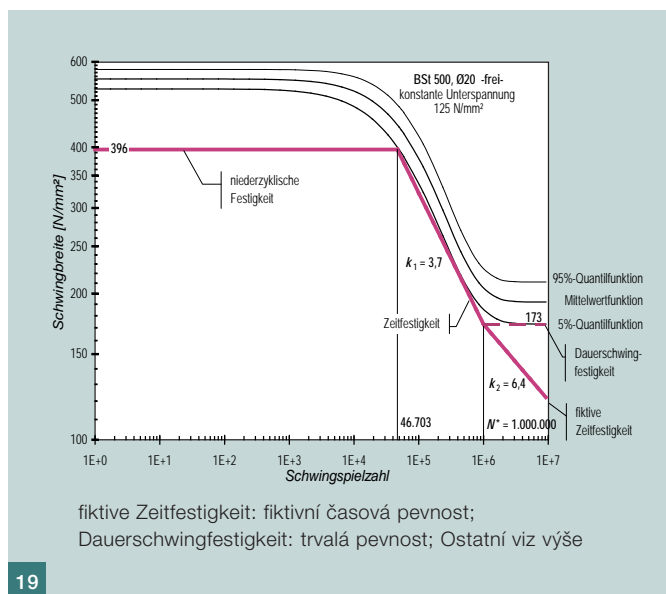
APLIKACE: NÁTĚR, NÁSTRÍK, VSYP DO PODLAHY, PŘÍSDAVA DO BETONU, TMEL, PRUŽNÁ PASTA

# XYPEX

NEKAP Vyhradní prodejce v ČR

NEKAP, S.R.O., THÁKUROVA 7, 160 00 PRAHA 6  
TEL.: 233 323 902, 224 316 107, FAX: 224 313 212  
E-MAIL: INFO@XYPEX.CZ, WWW.XYPEX.CZ





Obr.19 Úprava návrhových diagramů podle DIN 1045-1: varianta A  
 ■ Fig. 19 Adjustment of the design-diagram acc. to DIN 1045-1: option A  
 Obr. 20 Úprava návrhových diagramů podle DIN 1045-1: varianta B  
 ■ Fig. 20 Adjustment of the design-diagram acc. to DIN 1045-1: option B

Obr. 21 Charakteristická pevnost  $\Delta\sigma_{Rsk}$  v závislosti na statickém zatížení – Goodmanův diagram pro  $N^* = 10^6$   
 ■ Fig. 21 Characteristic strength  $\Delta\sigma_{Rsk}$  in dependency of the dead load – Goodman-diagram for  $N^* = 10^6$

$k_1 = 3,7$ . Pro fiktivní časovou pevnost činí exponent  $k_2 = 2 \cdot 3,7 - 1 = 6,4$ .

Pokud zůstane hodnota pro  $N^* = 10^6$  a hodnoty  $k_1 = 5$  a  $k_2 = 9$  podle DIN nezměněny, posune se bilineární křivka časové pevnosti a fiktivní časové pevnosti zezdola nahoru až k dotyku s 5% kvantilem (obr. 20). Vlivem tohoto posunu se při  $N^* = 10^6$  získá rozkmit napětí 182 MPa.

V návrhové praxi není rozhodující jen mezní stav únosnosti na únavu, musí být též dodrženo omezení šířky trhlin při působení často opakovaného namáhání. To vede obecně k tomu, že rozkmit v oblasti časové pevnosti, vykázané v předchozích diagramech, nemohou být v oblasti časové pevnosti použity v celém rozsahu.

### Konstrukce návrhového Goodmanova diagramu

Jak bylo uvedeno výše, je vyjádření únavové odolnosti v závislosti na podílu kvazistatického zatížení (Goodmanův diagram, obr. 6) pro návrh konformní. Obr. 21 znázorňuje odolnost na únavu při  $10^6$  zatěžovacích cyklů pro jakákoli dolní napětí  $\sigma_{su}$  způsobená statickým namáháním vlivem stálého zatížení.

Charakteristický rozkmit 182 MPa při minimálním napětí 125 MPa byl převzat z varianty B návrhové Wöhlerovy křivky (obr. 20). S tímto Goodmanovým diagramem lze rozkmit napětí  $\Delta\sigma_{Rsk}^*$  pro posouzení na únavu konzervativně odhadnout v závislosti na minimálním napětí.

### ZÁVĚR

V aktuálních betonářských normách je funkce únavové pevnosti betonářské oceli při často opakovaném zatížení vyjádřena v zjednodušené trilineární formě v logaritmickém měřítku pro počet cyklů  $N$  a rozkmit  $\Delta\sigma_s$  (Wöhlerova křivka). Použití dosavadních metod kvantitativního hodnocení funkce  $\Delta\sigma_s = f(N)$  může vést k značně rozdílným výsledkům. Důvod spočívá v provedení mnoha jednostupňových testů jen pro některé úrovně zatížení, z čehož obecně vyplývají neurčitá statistická rozdělení počtu cyklů při vzniku lomu, zejména v oblasti trvalé pevnosti. To velmi výrazně ztěžuje spolehlivé statistické vyhodnocení.

Použitím interaktivního postupu, kterým se mohou při zohlednění pravděpodobnostního konceptu spolehlivosti přímo určit charakteristické hodnoty Wöhlerových křivek (např. 5% kvantil s konfidencí 90 %) spolu s příslušnou funkcí návrhových hodnot, byl proveden nový výzkum a vyhodnocení vzorků betonářské oceli v zabetonovaném a volném stavu [1] a [2].

Pro konstrukci kompletní Wöhlerovy křivky nezabetonované betonářské oceli bylo zapotřebí pěti kvazistatických a dvaceti pěti únavových zkoušek. Vzorky o průměru 20mm byly vybrány z pěti šarží jedné životnosti kalibru. Dále bylo zkoumáno dvacet vzorků zabetonované betonářské oceli a byla vytvořena odpovídající funkce únavové odolnosti.

Porovnání výsledků s nezabetonovanými vzorky ukázalo,

## Literatura:

- [1] Maurer R., Block K., Dreier F.: Bestimmung der Ermüdungsfestigkeit von Betonstahl mit dem Interaktiven Verfahren – Abschlussbericht des BAST-Forschungsvorhabens FE 89.200/2007/AP (2008)
- [2] Maurer R., Dreier F., Machoczek D., Heeke G.: Bestimmung der Ermüdungsfestigkeit von einbetoniertem Betonstahl mit dem Interaktiven Verfahren – Schlussbericht des DIBT-Forschungsvorhabens ZP 52-5-7.290-1293/08
- [3] DIN 1045-1:2001-07: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton. Teil1: Bemessung und Konstruktion
- [4] DIN-Fachbericht 102: Betonbrücken, März 2003
- [5] DIN 1045-1:2008-08: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton. Teil1: Bemessung und Konstruktion
- [6] DIN-Fachbericht 102: Betonbrücken, März 2009
- [7] Fingerloos F, Zilch K.: Neuauflage von DIN 1045-1. Hintergründe und Erläuterungen. Bauingenieur 83 (2008) 147–157
- [8] Block K., Dreier F.: Die Ermüdungsfestigkeit zuverlässig und kostengünstig ermitteln – Das Interaktive Verfahren, Materialprüfung 40 (1998) 3 73-77
- [9] Block K., Dreier F.: Das Ermüdungsverhalten von Dübelbefestigungen. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 541. Beuth Verlag, Berlin 2003
- [10] DIN EN 1990:2002: Grundlagen der Tragwerksplanung
- [11] E DIN 488-1 bis 6:2006-11: Betonstahl
- [12] DIN EN ISO 15630-1:2007: Stähle für die Bewehrung und das Vorspannen von Beton – Prüfverfahren
- [13] Fischer L.: Das neue Sicherheitskonzept im Bauwesen. Bautechnik Spezial (Sonderheft). Ernst & Sohn, 2001
- [14] DIN EN 10080:2005: Stahl für die Bewehrung von Beton – Schweißgeeigneter Betonstahl – Allgemeines
- [15] DIN 55303-5:1987: Statistische Auswertung von Daten – Bestimmung eines statistischen Anteilsbereichs
- [16] Block K., Dreier F., Bigalke D.: Die Ermüdungsfestigkeit von Dübeln unter Querlast. Beton- und Stahlbetonbau 100 (2005) 6 459-466
- [17] Haibach E.: Betriebsfestigkeit: Verfahren und Daten zur Bauteilberechnung. Düsseldorf, VDI-Verlag, 1989
- [18] DIN EN ISO 6892-1:2007: Metallische Werkstoffe – Zugversuch
- [19] DIN 50100: Dauerschwingversuch, 1978

pro nezabetonované vzorky 173 MPa a zabetonované vzorky 195 MPa betonářské oceli jednoho výrobce. Dílčí součinitel spolehlivosti materiálu získaný na čistě statistické bázi činí  $\gamma_{s,fat} = 1,15$ .

Dále je na příkladu získaných výsledků únavových odolností ukázáno, jak mohou být kvantitativně hodnoceny parametry návrhového diagramu podle DIN 1045-1, odstavec 10.8 případně DIN-Fachbericht 102.

Doporučuje se dodatečně k návrhovým postupům aktuálních betonářských norem zohlednit společné působení statických zatížení a zatížení způsobujících namáhání na únavu použitím Goodmanova diagramu.

Výsledky uveřejněné v tomto příspěvku nemohou být bez dalšího přeneseny na betonářskou ocel jiných výrobců. Výsledky testů rovněž nepředstavují, i přes velmi dobrou shodu, dostatečný důkaz správnosti normových ustanovení.

## Poděkování

Naše poděkování patří Bundesanstalt für Straßenwesen (BAST, Spolkový úřad pro silniční stavitelství, pozn. překl.) a Deutsche Institut für Bautechnik za podporu a financování výzkumu.

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Reinhard Maurer  
Katedra betonových konstrukcí  
reinhard.maurer@tu-dortmund.de



PD Dr.-Ing. Klaus Block  
Vedoucí výzkumného týmu  
Betonové konstrukce – kotevní technika  
klaus.block@tu-dortmund.de



Dr.-Ing. Friedrich Dreier  
Vědecký pracovník  
Betonové konstrukce – kotevní technika  
friedrich.dreier@tu-dortmund.de



všichni: Technische Universität Dortmund  
August-Schmidt-Strasse 8, 44227 Dortmund  
Německo

že v případě těchto zkoušek je charakteristická trvalá pevnost testované betonářské oceli v zabetonovaném stavu o 13 % větší než u nezabetonovaných vzorků. Zkoušky poskytly charakteristické hodnoty trvalé pevnosti

# BETOSAN<sup>®</sup>

**alternativa, kterou oceníte**

**ADHÉZNÍ MŮSTKY A PEČETÍČÍ VRSTVA**  
na bázi epoxidových pryskyřic  
pro práci za normálních teplot – BETOLIT EP 0-1 DC  
pro práci za teplot pod bodem mrazu –  
BETOLIT EP 0-1 DC FR  
aplikace na vlhké podklady – BETOLIT EP 0-1 DC W

**INJEKTÁŽNÍ KOMPOZICE**  
dvousložkové na na EP bázi – BETOLIT EP 0-1

**ZPEVNĚNÍ POVRCHU, PENETRACE**  
dvousložkové na na EP bázi – BETOLIT KP  
na vlhké podklady – BETOLIT KP W

**POJIVA PRO POLYMERBETONY**  
na EPbázi  
pro práci za normálních teplot – BETOLIT EP 0-1 DC  
pro práci za teplot pod bodem mrazu –  
BETOLIT EP 0-1 DC FR  
aplikace na vlhké podklady – BETOLIT EP 0-1 DC W

**CERTIFIKOVANÉ MATERIÁLY NA BÁZI SYNTETICKÝCH PRYSKYŘIC**

**PLNIVA PRO POLYMERBETONY**  
žárově barvené křemenné plnivo – QUARZCOLOR  
optimalizovaná granulometrie – BETOFIL FJ, FH, FH DSH

**CHEMICKY ODOLNÉ PRUŽNÉ TMELENÍ PODLAHOVÝCH SPÁR**  
na bázi epoxidových pryskyřic – BETOLIT EP 0-1 DC flex

**OCHRANA PROTI AGRESIVNÍM LÁTKÁM A CHEMICKÝM VLIVŮM**  
mechanicky odolné PU báze – BETOLIT PU 0-1  
emulzní systém na vlhký podklad EP báze – EPOLIT W

**OBCHODNĚ-TECHNICKÁ KANCELÁŘ**  
**Na Dolinách 23      mobil: 602 121 617**  
**147 00 Praha 4      tel./fax: 241 431 212**  
**e-mail: praha@betosan.cz**







www.betosan.cz DRŽITEL CERTIFIKÁTU ČSN EN ISO 9001 A 14001