

ANALÝZA PRŮŘEZU ŽELEZOBETONOVÝCH PRUTŮ - STAV VÝZKUMU

CROSS-SECTIONAL ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE BEAMS

THOMAS LÖHNING, JOCHEN SCHENK, UWE STAROSSEK

Řada běžných konstrukčních systémů ve stavebnictví má prutový charakter. Pro tyto konstrukce je používána prutová teorie, při které se chování materiálu vystihuje na úrovni průřezu. V případě železobetonových konstrukcí je přitom obecně nutné zohlednit materiálovou nelinearitu. Předkládaný příspěvek uvádí přehled stavu výzkumu průřezové analýzy železobetonových prutů. Analýza průřezu popisuje vztah mezi vnitřními silami a deformací. K dispozici je značný počet rozdílných modelů, pro které je v příspěvku navržena klasifikace. Současné používané modely mohou být rozříděny do integrálních modelů, příhradových modelů, vrstvičkových modelů a modelů na základě metody konečných prvků. Pro každou třídu budou vysvětleny její charakteristiky a popsány nejdůležitější modely.

Many common structures consist of one-dimensional members. For such structures beam theory is applicable. Within beam theory, the material behaviour can be captured on cross-sectional level. Regarding reinforced-concrete structures, material nonlinearity has generally to be considered. The present article provides an overview of the state of the art in cross-sectional analysis of one-dimensional reinforced-concrete elements. A cross-sectional analysis describes the relationship between the internal forces and the generalised strains. There is a large number of different models, for which a classification is suggested here. Existing models can be classified into resultant models, truss models, uniaxial models, wall models, and finite element models. For each class, the characteristics are outlined and the most important models are presented.

V rámci prutové teorie se předpokládá, že vliv chování materiálu lze vystihnout na úrovni průřezu. Chování průřezu se stanoví na základě průřezové analýzy, která pro dané vnitřní síly vyšetřuje odpovídající stav napětí a přetvoření.

Stav přetvoření popisuje rozdělení přetvoření po průřezu nejčastěji pomocí zobecněných deformací ϵ tvořících deformační veličiny prutového elementu. Výslednice odpovídajících napětí představují vnitřní průřezové síly f prutu. Relace mezi vnitřními silami a deformačními veličinami jsou označovány jako konstitutivní vztahy S . Za předpokladu lineárně pružného chování materiálu a lokálních os prutu kongruentních (shodných) k hlav-

ním osám a těžišti průřezu, jsou tyto vztahy lineární a nezávislé. Známé konstitutivní vztahy pro prvek mohou být formulovány v maticové formě následovně:

$$S_{Lin} \cdot \epsilon = f,$$

kde

$$S_{Lin} = \begin{bmatrix} EA & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & GA_{Qy} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & GA_{Qz} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & GI_T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & EI_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & EI_z \end{bmatrix}, \quad \epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_z \end{bmatrix}, \quad f = \begin{bmatrix} N \\ V_y \\ V_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix}$$

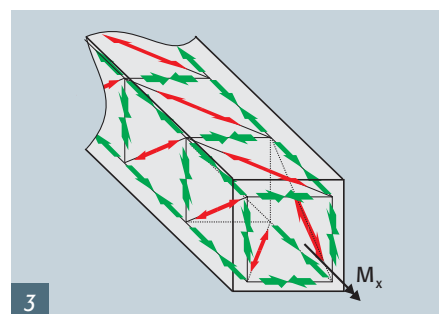
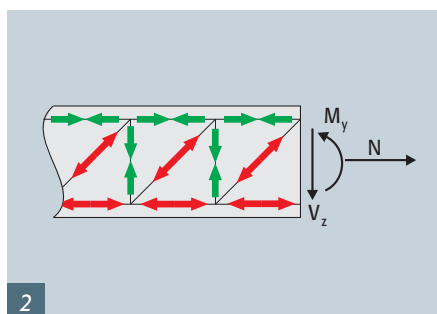
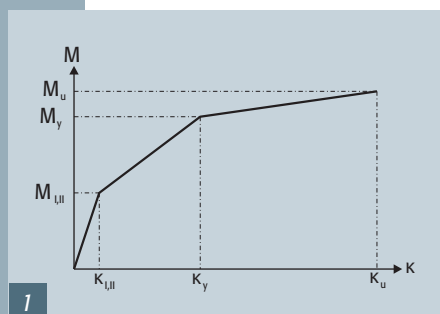
Matice S_{Lin} je diagonální matice s konstantními hodnotami tuhostí na hlavní diagonále, přičemž EA značí axiální tuhost, GA_{Qy} a GA_{Qz} smykové tuhosti s účinnými smykovými plochami, GI_T torzní tuhost a EI_y a EI_z ohybové tuhosti. Stav přetvoření odpovídající příslušné vnitřní síle lze určit přímo. Kroucení je zjednodušeně uvažováno prostým St. Vénantovým kroucením.

Nelineární chování materiálu vede k nelineárním vztahům mezi vnitřními silami a přetvořením. Prvky konstitutivní matice S_{Nili} již nejsou konstantní, nýbrž závislé na aktuálním stavu deformace a vzájemně vázané. Matice ztrácí diagonální formu a je obecně plně obsazena.

$$S_{Nili} \cdot \epsilon = f,$$

kde

$$S_{Nili} = \begin{bmatrix} S_{11}(\epsilon) & S_{12}(\epsilon) & S_{13}(\epsilon) & S_{14}(\epsilon) & S_{15}(\epsilon) & S_{16}(\epsilon) \\ S_{21}(\epsilon) & S_{22}(\epsilon) & S_{23}(\epsilon) & S_{24}(\epsilon) & S_{25}(\epsilon) & S_{26}(\epsilon) \\ S_{31}(\epsilon) & S_{32}(\epsilon) & S_{33}(\epsilon) & S_{34}(\epsilon) & S_{35}(\epsilon) & S_{36}(\epsilon) \\ S_{41}(\epsilon) & S_{42}(\epsilon) & S_{43}(\epsilon) & S_{44}(\epsilon) & S_{45}(\epsilon) & S_{46}(\epsilon) \\ S_{51}(\epsilon) & S_{52}(\epsilon) & S_{53}(\epsilon) & S_{54}(\epsilon) & S_{55}(\epsilon) & S_{56}(\epsilon) \\ S_{61}(\epsilon) & S_{62}(\epsilon) & S_{63}(\epsilon) & S_{64}(\epsilon) & S_{65}(\epsilon) & S_{66}(\epsilon) \end{bmatrix}.$$



Z důvodů nelinearity vztahů není možné přímo určit stav přetvoření odpovídající vnitřním silám.

Jednou z aplikací analýzy průřezu je určení vztahů mezi vnitřními silami a přetvořením, např. vztahy moment-křivost nebo krouticí moment-poměrné zkroucení. Hlavní aplikací analýzy průřezu je posouzení průřezu, přičemž jednu z variant představují interakční diagramy. V budoucnu bude průřezová analýza, která je běžnou součástí programů pro řešení prutových konstrukcí, intenzivněji využívána také při nelineárních statických výpočtech komplexních systémů.

Rozmanitě, v současnosti používané, modely průřezové analýzy lze zařadit do pěti tříd: integrální modely, modely příhradové analogie, jednoosé modely, vrstvičkové modely a modely na základě konečných prvků (MKP). V následujícím textu budou jednotlivé třídy blíže charakterizovány a vybrané modely vysvětleny.

Doposud neexistuje žádný obecně uznávaný model k průřezové analýze libovolných obecně zatížených prostorových železobetonových prvků.

INTEGRÁLNÍ MODEL

Integrální modely formulují chování průřezu přímo prostřednictvím vztahů mezi vnitřními silami a zobecněnými deformacemi. Tyto vztahy jsou buď čistě empirické, nebo vznikají spojením charakteristických bodů detailní analýzy průřezu tak, jak je ukázáno v kapitolách o jednoosých modelech, vrstvičkových modelech a modelech na základě MKP, přičemž poslední jmenovaný se užívá v trilineárním vztahu moment-křivost podle DIN 1045-1 (obr. 1). Empirické formulace se používají zejména pro chování při kroucení. V praxi rozšířený postup paušální redukce tuhosti v nelineárním režimu též odpovídá integrálnímu modelu.

Jednosměrný vliv jedné vnitřní síly na ostatní může být vyjádřen analyticky nebo interpolací. Při komplexní interakci vnitřních sil je tento postup nevhodný. Alternativní formulace se zakládá na modifikaci současně používaných plastických modelů [2]. Namísto trojosého materiálového modelu pro hlavní napětí se formulace provádí pro dva ohybové momenty a normálovou sílu, přičemž kalibrace modelových parametrů je nutná pro každý průřez. Integrální modely mohou být použitelné pro analýzu konstrukce, pro obecně platnou analýzu průřezu ovšem nejsou vhodné.

PŘÍHRADOVÉ MODEL

(Strut-and-Tie, pozn. překladatele)

Modely na základě příhradové analogie idealizují chování železobetonového prvku prostřednictvím předpokládaného příhradového systému složeného z betonových tlacených prvků a tažených pásů a diagonál tvořených betonářskou výztuží. První modely pocházejí od Ritter [3] und Mörsch [4]. Průběhy sil na železobetonovém nosníku namáhaném normálovou silou, ohybo-

vým momentem a posouvající silou jsou idealizovány pomocí rovinné příhradoviny. Pro kroucení rozšiřuje Rausch [5] tento model na prostorovou příhradovinu. Ještě dnes se tato koncepce posouzení na účinky posouvající síly a kroucení, obsažená v převážné části národních i mezinárodních předpisů pro železobeton, zakládá na těchto modelech. Modely na základě příhradové analogie splňují pouze podmínky rovnováhy. Tuhost, kompatibilita lokálních přetvoření ani pracovní diagramy materiálu nejsou zohledněny. Z tohoto důvodu je platnost příhradových modelů omezena maximálně na mezní stav únosnosti.

JEDNOOSÉ MODEL

Jednoosé modely slouží standardně k posouzení průřezů namáhaných biaxiálním ohybem a normálovou silou. Zjednodušeně předpokládají čistě jednoosý stav přetvoření a napětí ve směru podélné osy prutu. Obecně se dále předpokládá platnost Bernoulliho hypotézy o zachování rovinnosti průřezu.

Určení stavu přetvoření pro dané vnitřní síly probíhá iterativně řešením inverzního problému. Vnitřní síly způsobené daným stavem přetvoření lze určit integrací příslušných napětí. Za předpokladu vhodných počátečních hodnot je tento stav iterativně zpřesňován. Přehled udává [6] a [7].

Poněkud zvláštní postavení mezi jednoosými modely zabírá Schadeova formulace [8]. Tento model je určen k výpočtu tenkostěnných průřezů namáhaných biaxiálním ohybem, normálovou silou a vázaným kroucením. Celkové podélné přetvoření je superpozicí podélného přetvoření ohybem a normálovou silou a přetvoření vázaným kroucením, afinním k deplanační funkci podle St-Venantovy teorie kroucení.

VRSTVIČKOVÉ MODEL

Vrstvičkové modely rozloží průřez do jednotlivých vrstviček. Vrstvičky jsou uspořádány paralelně k ose prutu tak, že jejich nor-

Obr. 1 Trilineární závislost moment-křivost podle DIN 1045-1

Fig. 1 Tri-linear moment-curvature relationship according to DIN 1045-1

Obr. 2 Rovinný příhradový model podle Rittera a Mörsche

Fig. 2 Plane truss model of Ritter and Mörsch

Obr. 3 Prostorový příhradový model podle Rausche

Fig. 3 Spatial truss model of Rausch

Obr. 4 Model podle Vecchia a Collina [14]

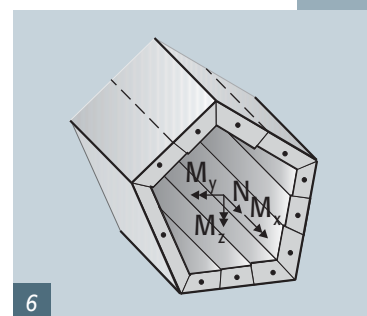
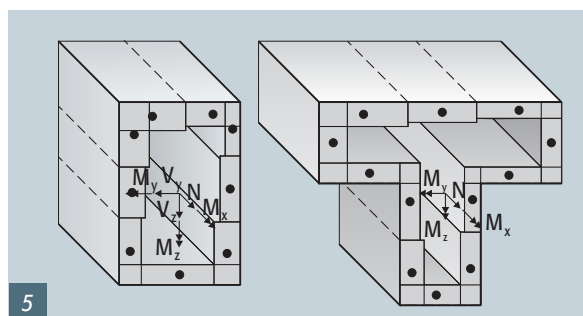
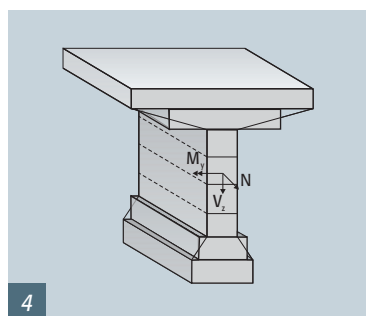
Fig. 4 Model proposed by Vecchio & Collins [14]

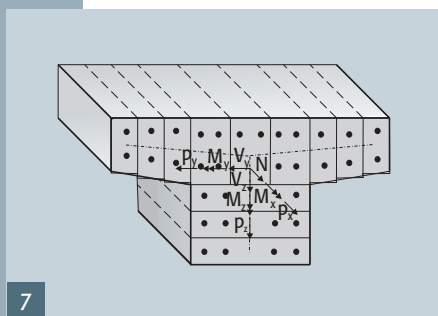
Obr. 5 Model podle Lucero-Cimas [15]

Fig. 5 Model proposed by Lucero-Cimas [15]

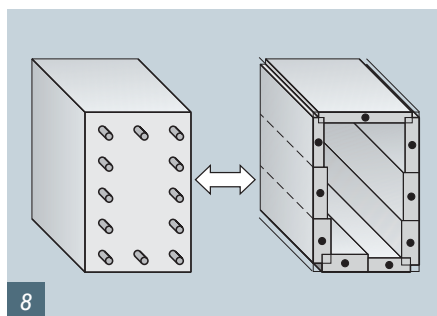
Obr. 6 Model podle Cocchi & Volpi [16]

Fig. 6 Model proposed by Cocchi & Volpi [16]





7

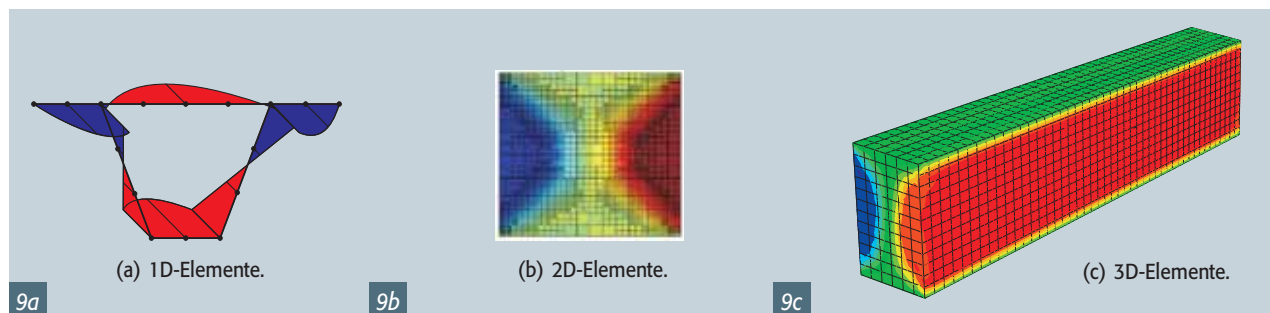


8

Obr. 7 Model podle Hartung & Krebs [18]
Fig. 7 Model proposed by Hartung & Krebs [18]

Obr. 8 Model podle Rahal & Collins [19]
Fig. 8 Model proposed by Rahal & Collins [19]

Obr. 9 Rozdělení smykových napětí v důsledku namáhání kroucením
Fig. 9 Shear stress distribution due to torque



9a

9b

9c

mála probíhá ortogonálně k ose prutu. Jednotlivé vrstvičky přebírají síly působící výlučně v jejich rovině. Z toho vyplývá rovinná napjatost každé vrstvičky se dvěma normálovými napětími, smykovým napětím a odpovídajícími přetvořeními včetně smykových deformací. Přetvoření příčnou roztažností kolmo k rovině vrstvičky se zanedbávají, což vede rovněž k rovinnému stavu přetvoření. Pro vrstvičky ze železobetonu existuje široké spektrum rozdílných modelů, které budou v následujícím odstavci shrnuty a vysvětleny. Kromě pojmu vrstvičkový element je běžný pojem membránový element.

Jednotlivé vrstvičky vrstvičkových modelů jsou vzájemně vázány podmínkami kompatibility a rovnováhy. Díky zohlednění smykových napětí je v porovnání s jednoosými modely možné vystihnout posouvající síly a kroucení. Kromě globálních deformčních veličin prutu je nutné určit lokální stav napětí a přetvoření jednotlivých vrstviček.

Membránové elementy pro železobeton

Oproti rovinným příhradovým modelům se v případě **Compression Field Theory** (CTF) [9] kromě podmínek rovnováhy zohledňuje kompatibilita přes trhliny průměrovaných přetvoření. Předpokládá se, že se směr hlavních napětí, přetvoření a trhlín resp. fiktivních tlačných prvků překrývá a v závislosti na přetvořeních rotuje. Pracovní diagramy se zadávají pro beton tlačných prvků, beton v kolmém směru k těmto prvkům a pro výztuž. Důležitým efektem je vliv příčného tahu na snížení pevnosti a tuhosti myšlených tlačných prvků.

Pomocí modifikované funkce $\sigma(\epsilon)$ betonu v tahu vystihuje tzv. **Modified Compression Field Theory** (MCFT) [10] také přenos smyku trhlínami, který je umožněn hmoždinkovým efektem výztuže a „zazuběním“ okrajů trhlín.

V případě **Cracked Membrane Model** (CMM) [11] je rovnováha formulována přes lokální napětí, tedy odlišným způsobem než je tomu u metody MCFT.

Konzistentní způsob zohlednění přenosu smyku v trhlíně je zvolen v modelu **Fixed Angle Softened Truss Model** (FASTM) [12]. Směr tlačných prvků případně trhlín a hlavních os se již

nepřekrývá. Kromě funkce $\sigma(\epsilon)$ betonu tlačných prvků a betonu ve směru k nim kolmém se odvozuje další vztah mezi smykovými napětími a posunutím. Tlačný prvek probíhá ve směru hlavních okrajových membránových napětí.

Odlišné řešení je použito u **Disturbed Stress Field Model** (DSFM) [13] s kombinací pevných a volně rotujících trhlín, přičemž od koaxiality hlavních napětí a přetvoření se upouští.

Model **Softened Membrane Model** (SMM) představuje rozšíření modelu FASTM zohledněním příčné roztažnosti. Tím jsou vázána obě přetvoření i ve sledovaném pootočeném souřadnicovém systému. Příčná roztažnost má význam zejména pro chování po vzniku trhlín.

Systematické srovnání nejrozšířenějších modelů je uvedeno v tab. 1. Rozlišovací znak jednotlivých modelů je koncepce vystižení trhlín. Kromě koncepce rozetřených trhlín se používají lokální a kombinované formulace. Dále se jednotlivé modely liší ohledně předpokládané orientace trhlíny, která je u uvedených modelů definována směrem hlavních napětí nebo přetvoření.

Současné vrstvičkové modely

Poprvé byly vrstvičkové modely k analýze průřezu rovinného železobetonového nosníku namáhaného normálovou a posouvající silou a ohybovým momentem použity v [14]. Průřez prutu je modelován pomocí na sebe vrstvených membránových elementů podle teorie MCFT. Výsledkem jsou kromě stavu přetvoření jednotlivých elementů také křivost, smykové deformace a délkové přetvoření prutu. Rozdělení smykových napětí se předpokládá zjednodušeně.

V [15] jsou analyzovány prostorové obdélníkové nebo T-průřez tak, že vnější oblasti průřezu jsou modelovány membránovými elementy. Vnitřní jádro se zanedbává. Membránové elementy jsou modelovány podle teorie CFT, jejich tloušťka je závislá na křivosti prutu. V případě obdélníkového průřezu je zohledněno všech šest vnitřních sil, a kromě tří křivostí a axiálního přetvoření je určena také smyková deformace prutu, přičemž jsou posouvající síly předpokládány jako rovnoměrně rozdělené

Tab. 1 Přehled membránových elementů

Tab. 1 Overview of membrane elements

Označení	Trhlina		Charakter
	model	orientace závislá na	
CFT	rozetřená	přetvoření	poprvé kompatibilita
MCFT	kombinovaná	přetvoření	modifikovaná $\sigma(\epsilon)$ betonu v tahu
CMM	lokální	přetvoření	lokální GG-podmínka
DSFM	kombinovaná	přetvoření/napětí	dva směry
FASTM	rozetřená	napětí	konsistentní přenos smyku
SMM	rozetřená	napětí	uvážení příčné roztažnosti

Tab. 2 Přehled vrstvičkových modelů

Tab. 2 Overview of wall models

Model	Vnitřní síly	Membrána	Průřez
Vecchio & Collins [14]	N, My, Vz	MCFT	
Lucero-Cimas [15]	N, Mx, My, Mz, (Vy), (Vz)	CFT	
Cocchi & Volpi [16]	N, Mx, My, Mz	MCFT/DSFM	
Rahal & Collins [19]	N, Mx, My, Mz, Vy, Vz	MCFT	
Hartung & Krebs [18]	N, Mx, My, Mz, Vy, Vz		

na protilehlé strany průřezu. V případě T-průřezů posouvající síly a posuny vystiženy být nemohou.

V [16] je odvozen model pro polygonální železobetonové průřezy namáhané kroucením, šikmým ohybem a normálovou silou, posouvající síly se nezohledňují. Stejně jako v předchozím případě se okraje průřezu rozloží do membránových elementů různých tloušťek a vnitřní jádro se zanedbává (obr. 6). Jejich tloušťka je opět závislá na křivosti prutu. Pro elementy je pro použita teorie MCFT. V [17] je tento model rozšířen o cyklické zatížení, přičemž se používá modelu DSFM.

Model popsáný v [18] je vhodný k analýze polygonálních průřezů železobetonových prutů. Průřez je přitom rozložen na vrstvičky, tvořící jednoduchý spojitý řetězec. Na rozdíl od všech již popsaných modelů se mohou vyznačovat více než jedním materiálovým bodem. Přísně vzato se již ve vrstvičkách nejedná o rovinný stav napětí, protože se předpokládají smyková napětí kolmo k rovině vrstvičky. Pro beton tlačných prvků a beton ve směru k nim kolmém se používají zjednodušené pracovní diagramy. Zohledňuje se všech šest vnitřních sil a spojitá zatížení ve třech směrech souřadnicového systému. Pro kroucení se předpokládá uzavřený tenkostěnný průřez.

Odlišný postup vzhledem k uvedeným vrstvičkovým modelům je zvolen v [19]. Průřez se rozdělí na dva fiktivní spolupůsobící systémy, přičemž v prvním z nich, který představuje masivní betónový průřez s podélným vyztužením, se předpokládá jednoosý stav napětí. Druhý systém se skládá z membránových elementů podle teorie MCFT, které vytvářejí tenkostěnný uzavřený průřez odpovídající svými vnějšími rozměry výchozímu průřezu. Kromě tří křivosti se určují posunutí a axiální přetvoření prutu.

Rozdělení do dvou systémů je podobné základnímu principu hybridního modelu [20, 21] odvozeného na pracovišti autorů příspěvku.

Přehled současně používaných vrstvičkových modelů je uveden v tab. 2. Je zřejmé, že s výjimkou modelu podle [18] jsou přijata omezení týkající se geometrie průřezu. Problematické se jeví též zohlednění posouvajících sil. V případě jednoduchých geometrií průřezů se zavádějí zjednodušené předpoklady týkající se roz-

dělení smykových napětí, u komplexních geometrií se posouvající síla často zanedbává. Toto zjednodušení je problematické zejména v případě současného namáhání kroucením a z toho vyplývající superpozice smykových napětí. Tímto postupem je také ignorován vliv posouvajících sil na zmenšení ohybové a axiální tuhosti prutu.

Jednotlivé vrstvičkové modely se rozlišují také způsobem, jakým zohledňují smykové deformace. Některé z nich určují průměrné smykové deformace na základě zjednodušených předpokladů rozdělení smykových napětí, jiné sice vystihují lokální smykové deformace, předpokládají ale smykové tuhé pruty.

ANALÝZA METODOU KONEČNÝCH PRVKŮ

Metoda konečných prvků (MKP) se vyvinula do univerzálního nástroje mechaniky stavebních konstrukcí. V klasické MKP je pole posunutí popsáno funkcemi v závislosti na uzlových hodnotách. Pro analýzu průřezu se používají jednorozměrné, rovinné a prostorové prvky (obr. 9).

Použití 1D prvků se omezuje zejména na tenkostěnné průřezy, při kterých lze průřez redukovat na střednici průřezu a mohou být použity zjednodušené teorie. Tyto elementy najdou uplatnění zejména v případě tenkostěnných profilů obvyklých u ocelových konstrukcí [22].

Při použití 2D prvků se průřez rozkládá do rovinných elementů. Tato metoda se používá také při analýze průřezů namáhaných teplotou [23]. Model zohledňující všech šest vnitřních sil, avšak s omezením na St-Venantovo kroucení, uvádí [24]. Průřez je diskretizován v závislosti na poloze v průřezu prvky s čistě jednoosou napjatostí, prvky s normálovým a smykovým napětím případně normálovým a dvěma smykovými napětími. Použitý popis materiálu se zakládá na teorii MCFT. V [25] je zohledněno rovněž šest vnitřních sil, uvažována je ale prostorová napjatost. Formulace se zakládá na, v porovnání s klasickou teorií prutu, rozšířené kinematice ve spojení s elasto-plastickým **multi-surface** materiálovým modelem. Diskretizace probíhá adaptivně (obr. 9b).

Modelování pomocí 3D elementů ve své podstatě již neodpovídá analýze průřezu. Namísto průřezu je modelována konečná část prutu. Modelování ve 3D je nezbytné v případech, kdy v podélném směru prutu nemůže být předpokládán homogenní stav, čímž se teorie prutu stává neplatnou. V rámci analýzy prutových konstrukcí je na uvážení, zda modelování dílčích částí prutu 3D elementy s následnou idealizací do prutového prvku ve srovnání s 3D modelem celkového konstrukčního systému skutečně přináší výhody. V [26] je analyzováno komplexní chování při kroucení (obr. 9c). Prostřednictvím 3D modelů se v [27] stanovují vztahy mezi vnitřními silami a deformacemi pro výpočet scénářů zhroutení prostřednictvím dílčích modelů. Oba jmenované 3D modely aplikují elasto-plastický model porušení.

Velká přednost MKP spočívá v její flexibilitě. Obecně nejsou nutná žádná omezení týkající se geometrie či rozdělení napětí a přetvoření. Další výhodou je možnost využití v současnosti používaných osvědčených algoritmů k diskretizaci, výpočtu a vyhodnocení. Nevýhodou může být výpočtová náročnost v závislosti na způsobu diskretizace. FE-analýza průřezu neposkytuje výsledky ve formě zobecněných přetvoření event. vnitřních sil, k tomu je zapotřebí následný postprocessing.

SHRNUTÍ

Při nelineárním výpočtu prutových konstrukcí je vliv materiálu vystižen analýzou průřezu. Analýza průřezu poskytuje vztah mezi

Literatura:

- [1] DIN 1045-1: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton Teil 1: Bemessung und Konstruktion, Beuth Verlag, DI, 2001
- [2] *El-Tawil S., Deierlein G. D.*: Nonlinear analysis of mixed steel-concrete frames. I: Element formulation. Journal of SE 127 (2001), S. 647–655
- [3] *Ritter W.*: Die Bauweise Hennebique. Schweizerische Bauzeitung 33 (1899), 59–61
- [4] *Mörsch E.*: Der Eisenbeton seine Theorie und Anwendung I, 1. und 2. Hälfte. Auflage 5. Konrad Wittwer 1920/1922
- [5] *Rausch E.*: Berechnung des Eisenbetons gegen Verdrehen (Torsion) und Abscheren, Auflage 2. Springer 1938
- [6] *Furlong R. W., Hsu C. T. T., Mirza S. A.*: Analysis and design of concrete columns for biaxial bending – Overview, ACI Structural Journal 101 (2004), S. 413–423
- [7] *Busjaeger D., Quast U.*: Programmgesteuerte Berechnung beliebiger Massivbauquerschnitte unter zweiachsiger Biegung mit Längskraft, DafStb Heft 415, 1990
- [8] *Schade D.*: Bimomente in dünnwandigen Stahlbetonquerschnitten mit gerissener Zugzone, Bauingenieur 68 (1993), S. 167–173
- [9] *Mitchell D., Collins M. P.*: Diagonal compression field theory – a rational model for structural concrete in pure torsion, ACI Journal 71 (1974), S. 396–408
- [10] *Vecchio F. J., Collins M. P.*: The modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear, ACI Journal 83 (1986), S. 219–231
- [11] *Kaufmann W., Marti P.*: Structural concrete: cracked membrane model, Journal of SE 124 (1998), S. 1467–1475
- [12] *Zhu R. R. H., Hsu T. T. C., Lee J. Y.*: Rational shear modulus for smeared-crack analysis of reinforced concrete, ACI Structural Journal 98 (2001), S. 443–450
- [13] *Vecchio F. J.*: Disturbed stress field model for reinforced concrete: Formulation. Journal of SE 126 (2000), S. 1070–1077
- [14] *Vecchio F. J., Collins M. P.*: Predicting the response of reinforced concrete beams subjected to shear using modified compression field theory, ACI Structural Journal 85 (1988), S. 258–268
- [15] *Lucero-Cimas H. N.*: Zur Berechnung prismatischer Stahlbetonbalken mit verschiedenen Querschnittsformen für allgemeine Beanspruchungen, Dissertation, Uni Hannover, 1990
- [16] *Cocchi G. M., Volpi M.*: Inelastic analysis of reinforced concrete beams subjected to combined torsion, flexural and axial loads, Computers & Structures 61 (1996), S. 479–494
- [17] *Cocchi G. M., Tiriaca P.*: Nonlinear analysis of reinforced concrete beam elements subject to cyclical combined actions of torsion, biaxial flexure and axial forces. Structural Engineering and Mechanics 17 (2003), S. 829–862
- [18] *Hartung B., Krebs A.*: Erweiterung der technischen Biegelehre, Teil 1. Beton- und Stahlbetonbau 99 (2004), S. 378–387
- [19] *Rahal K. N., Collins M. P.*: Combined torsion and bending in reinforced and prestressed concrete beams. ACI Structural Journal 100 (2003), S. 157–165
- [20] *Löhning T., Schenk J., Starossek U.*: A Hybrid approach for the non-linear analysis of reinforced concrete cross sections. The Ninth Intern. Conf., CST2008, Athens Greece, September 2008
- [21] *Löhning T.*: Nichtlineare Berechnung räumlicher Stahlbetonstabtragwerke, Dissertation, TU Hamburg-Harburg. (in Vorbereitung)
- [22] *Kindmann R., Kraus M.*: Finite-Element-Methoden im Stahlbau. Ernst und Sohn, 2007
- [23] *Katz C.*: Zweiachsige Bemessung von Stahlbeton-Querschnitten. 21. SOFiStik Seminar, Hannover, 2008
- [24] *Gregori N. J., Sosa M. P., Prada F. M. A., Filippou F.*: A 3D numerical model for reinforced and prestressed concrete elements subjected to combined axial, bending, shear and torsion load, Engineering Structures 29 (2007), S. 3404–3419
- [25] *Kettil P., Ródenas J., Aguilera Torres C., Wiberg N. E.*: Strength and deformation of arbitrary beam sections using adaptive FEM, Computers and Structures 85 (2007), S. 15–29
- [26] *Werner B.*: Numerische Untersuchung zum Tragverhalten von Stahlbetonbalken unter Torsion, Studienarbeit, TU Hamburg-Harburg, 2006
- [27] *Höhler S., Stangenberg F.*: Simulation of building collapse using resistance characteristic curves in special multi body systems, Proc. of the Third Intern. Conf. on Struct. Engineering, Mechanics and Computation, Kapstadt, Südafrika, 2007, S. 502–508

vnitřními silami a deformacemi. Současně používané modely mohou být zatříděny do integrálních modelů, příhradových modelů, jednoosých modelů, vrstvičkových modelů a modelů na základě metody konečných prvků. Integrální modely formulují přímý vztah mezi vnitřními silami a zobecněnými deformacemi a nejsou vhodné pro obecnou analýzu průřezu. Platnost modelů příhradové analogie se omezuje na mezní stav únosnosti. Jednoosé modely zohledňují šikmý ohyb a normálovou sílu. Vrstvičkové modely rozkládají průřez do vzájemně vázaných membránových prvků a mohou principiálně vystihnout všech šest vnitřních sil. Modely analýzy průřezu na základě konečných prvků jsou velmi flexibilní, ale náročné na výpočetní operace.

ZÁVĚRY

- Doposud neexistuje obecně uznávaný model pro analýzu průřezu libovolných prostorových železobetonových prutových konstrukcí.
- Integrální modely popisují chování průřezu přímo pomocí vztahů mezi vnitřními silami a zobecněnými deformacemi.

- Průběh sil v železobetonovém nosníku lze idealizovat pomocí příhradové analogie.
- Jednoosé modely se standardně používají při dimenzování prutů a jednosměrně prutých desek.
- Vrstvičkové modely rozkládají průřez do jednotlivých vzájemně vázaných membránových elementů.
- Pro analýzu průřezu se používají jedno-, dvou a trojrozměrné elementy.

Dipl.-Ing. Thomas Löhning

e-mail: loehning@tu-harburg.de

Dipl.-Ing. Jochen Schenk

e-mail: jochen.schenk@tu-harburg.de

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Uwe Starossek

e-mail: starossek@tu-harburg.de

Technische Universität Hamburg-Harburg

Institut für Baustatik und Stahlbau

Denickestraße 17, 21073 Hamburg, Germany