

NÁVRH ŠTÍHLÉHO SLOUPU METODOU GLOBÁLNÍHO SOUČINITELE DESIGN OF A SLENDER COLUMN BY THE METHOD OF A GLOBAL COEFFICIENT

PAVEL MAREK

Na jednoduchém příkladě nosného rámu jsou ukázány výhody použití alternativního způsobu návrhu štíhlého sloupu metodou globálního součinitele únosnosti, který norma ČSN EN 1990 umožňuje. Je ukázán postup návrhu výztuže a posouzení únosnosti sloupu. Autor v článku vychází ze závěrů své disertační práce.

The advantage of the application of the global coefficient method of a resistance during design of a slender column, allowed by code ČSN EN 1990 is presented on a simple example of bearing frame. A process of reinforcement detailing is shown and further, a proof of column resistance is carried out. In the article, the author comes out of the results of his thesis.

Výsledky vnitřních sil, deformací, a tedy i účinků druhého řádu u nosných prvků jsou závislé na hodnotách součinitelů spolehlivosti uvažovaných ve výpočetních modelech a také na výstižnosti použitých modelů základních veličin. Pro splnění návrhových kritérií mezního stavu únosnosti se dnes obvykle pro lineární i nelineární analýzu používá metoda dílčích součinitelů. Ukazuje se, že návrh štíhlého prvku je, i přes použití přesného nelineárního modelu, v důsledku redukce pevnosti a tuhosti dílčími součiniteli příliš konzervativní. Pokud se použijí pro stanovení únosnosti štíhlého prvku návrhové hodnoty materiálových vlastností, dojde u takového prvku k vyčerpání jeho únosnosti vlivem ohybových momentů druhého řádu dříve, než by odpovídalo požadované úrovni spolehlivosti (směrnému indexu spolehlivosti), na kterou byly dílčí součinitele kalibrovány.

Z tohoto důvodu norma DIN 1045-1 (2001) [4] a Eurokód ČSN EN 1992-2 (2005) [3] uvádějí jako alternativu nelineární analýzu, pro kterou se požadované spolehlivosti v únosnosti konstrukce dosahuje na základě globálního součinitele únosnosti, který zajišťuje relativně konstantní průběh spolehlivosti podél celé konstrukce. Podle metody globálního součinitele se nejprve stanoví únosnost prvku na základě reálných (průměrných) materiálových vlastností a následně se hodnota únosnosti redukuje jedním globálním součinitelem únosnosti. Návrhové

účinky zatížení se stanoví obvyklým postupem – metodou dílčích součinitelů.

Tento článek se opírá o vybrané výsledky disertační práce autora článku [6] zaměřené na analýzu spolehlivosti štíhlých tlačných prvků na základě pravděpodobnostních metod teorie spolehlivosti a zásad Eurokódů ČSN EN 1990 [1] a ČSN EN 1992-2 [3]. Práce obsahuje obsáhlé porovnání interakčních diagramů podle jednotlivých metod pro stanovení účinků druhého řádu (metody zjednodušené vs. metoda obecná).

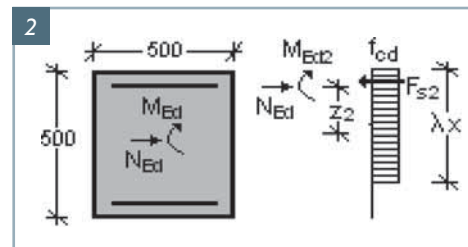
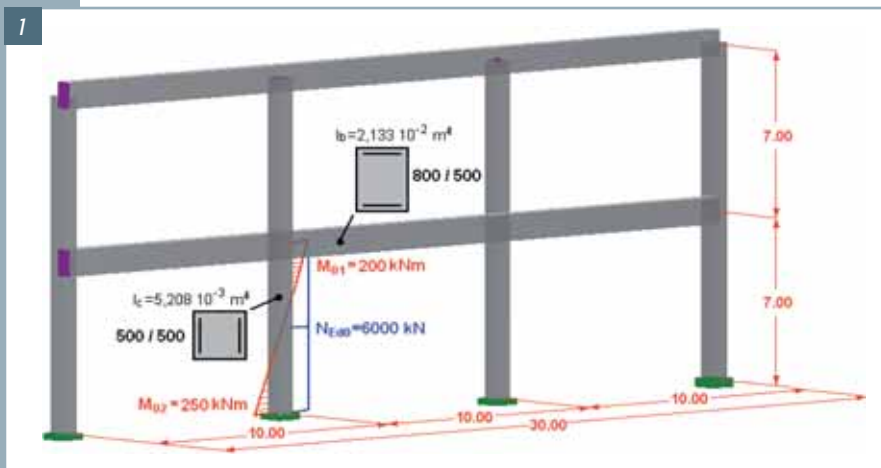
Ukazuje se, že výsledky metody jmenovité křivosti velmi dobře vystihují reálné chování tlačných prvků a pokud nejsou zcela srovnatelné, pak jsou prakticky vždy na bezpečné straně. Je proto možné použít globální součinitele únosnosti i pro stanovení návrhové únosnosti prvků, u nichž byly účinky druhého řádu řešeny touto zjednodušenou metodou. Je třeba poznamenat, že použití metody globálního součinitele ve spojení se zjednodušenými metodami není podle ČSN EN 1992-1-1 [2] přípustné, výsledky z disertační práce tuto možnost však nabízí.

Globální součinitele únosnosti byly vyhodnoceny na základě uvážení vlivu materiálových a geometrických parametrů štíhlého prvku na jeho spolehlivost. K tomuto účelu byl použit generátor náhodných hodnot, který generoval vlastnosti podle odpovídajících pravděpodobnostních rozdělení základních veličin a podle jejich vzájemné závislosti. Soubor náhodných základních veličin následně vstupoval do nelineárního jednodimenzionálního řešiče konečných prvků. Vyhodnocením hodnot únosnosti se stanovil rozptyl a následně globální součinitel. Více viz [6].

Příklad uvedený v tomto příspěvku se detailněji zaměří na praktické uplatnění kalibrovaných globálních součinitelů. Rozdíly mezi metodou jmenovité křivosti s metodou dílčích součinitelů a s metodou globálního součinitele budou ilustrovány na příkladě integrovaného sloupu v rámové nosné konstrukci.

PŘÍKLAD

Nadimenzujete výztuž vnitřního sloupu rámové konstrukce, který je čtvercového průřezu o straně 0,5 m. Rozměry konstrukce jsou uvedeny na příčném řezu – obr. 1. Konstrukce je z betonu třídy C30/37 a výztuže B500 B. Osové krytí podélné výztuže se uva-



Obr. 1 Statické schéma nosného rámu s vyznačením vnitřních sil analyzovaného sloupu

Fig. 1 Scheme of the load-bearing frame with internal forces

Obr. 2 Schéma průřezu sloupu

Fig. 2 Scheme of the column cross-section

žuje 35 mm. V podélném směru je konstrukce ztužena betonovými stěnami.

Výpočet výztuže sloupu

Nejprve se stanoví účinná výška l_0 na základě tuhostí v uložení plně vetknutého sloupu:

$$l_0 = l \cdot \max \left\{ \sqrt{1 + 10 \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}}; \left(1 + \frac{k_1}{1 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{1 + k_2}\right) \right\}, \quad (1)$$

kde součinitel k_1 se stanoví jako

$$k_1 = \frac{\sum E_{cm} \cdot I_c / I_c}{\sum E_{cm} \cdot \alpha \cdot I_b / I_b} = \frac{2 \cdot 33 \cdot 10^9 \cdot 5,208 \cdot 10^{-3} / 7}{2 \cdot 33 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 2,133 \cdot 10^{-2} / 10} = 0,349 \quad (2)$$

a kde $k_2 = 0,1$ (doporučená minimální hodnota pro tuhou podporu) (3)

$$l_0 = 7 \cdot \max \left\{ \sqrt{1 + 10 \cdot \frac{0,349 \cdot 0,1}{0,349 + 0,1}}; \left(1 + \frac{0,349}{1 + 0,349}\right) \cdot \left(1 + \frac{0,1}{1 + 0,1}\right) \right\} = 9,725 \text{ [m]} \quad (4)$$

Předpokládáme, že v kritickém (nejvíce namáhaném) posuzovaném průřezu sloupu bude převládat tlak a sloup se bude nacházet v oblasti II interakčního diagramu s výškou tlačené zóny omezené zdola i shora nerovností

$$\xi_{bal,1} < x < h/\lambda. \quad (5)$$

Podrobněji se tomuto tématu věnuje např. příručka Navrhování betonových konstrukcí [5]. Účinek zatížení pak v takovém případě přenáší pouze tlačný beton a tlaková výztuž A_{s2} . Z momentové podmínky k těžišti tlakové výztuže se stanoví poloha neutrální osy:

$$M_{Ed2} = M_{Ed} + N_{Ed} z_2 \quad (6)$$

$$M_{Rd2} = F_{cd} (0,5 \lambda x - d_2) = \lambda b x f_{cd} (0,5 \lambda x - d_2) \quad (7)$$

Z mezního stavu únosnosti, kdy $M_{Ed2} = M_{Rd2}$, lze stanovit tlačnou výšku průřezu x :

$$x = \frac{d_2}{\lambda} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{2 M_{Ed2}}{b d_2^2 f_{cd}}} \right) \quad (8)$$

$$A_{s2,req} = \frac{-N_{Ed} - F_{cd}}{f_{yd}} = \frac{-N_{Ed} - \lambda b x f_{cd}}{f_{yd}} \quad (9)$$

Ohybový moment M_{Ed} v rovnici (10) vyjadřuje účinek zatížení včetně imperfekce a účinku druhého řádu.

$$M_{Ed} = M_{Ed0} + M_i + M_2 z_2 \quad (10)$$

kde M_{Ed0} představuje ekvivalentní koncový moment od účinků prvního řádu:

$$M_{Ed0} = 0,6 M_{02} + 0,4 M_{01} > 0,4 M_{02}; M_{Ed0} = 100 \text{ [kNm]} \quad (11)$$

a další dílčí momenty ve vztahu (10) se stanoví jako

$$M_i = N e_i = N \theta_i \frac{l_0}{2} = N \theta_0 \alpha_h \alpha_m \frac{l_0}{2} \quad (12)$$

$$M_2 = N e_2 = N \frac{1}{r} \frac{l_0^2}{10} = N K_r K_\varphi \frac{1}{r_0} \frac{l_0^2}{10} = N K_r K_\varphi \frac{\varepsilon_{yd}}{0,45 d} \frac{l_0^2}{10} \quad (13)$$

a kde pro součinitele K_r a K_φ lze zapsat:

$$K_r = \frac{(n_u - n)}{(n_u - n_{bal})} \leq 1; n = \frac{N_{Ed}}{A_c f_{cd}};$$

$$n_u = 1 + \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}}; n_{bal} = 0,4 \quad (14)$$

$$K_\varphi = 1. \quad (15)$$

Ve výpočtu nebylo pro jednoduchost zohledněno dotvarování, ačkoliv jeho vliv na únosnost štíhlých prvků je velmi významný (může dojít k více než 50% snížení únosnosti).

Problémem při dimenzování prvku je určení součinitele K_r , který zohledňuje stupeň vyztužení podélnou výztuží. Na tomto součiniteli závisí velikost účinku druhého řádu, který se podílí na zatížení průřezu. Proto je nutné součinitel K_r nejprve odhadnout nebo za něj dosadit hodnotu 1. V dalším kroku jej dosadíme do rovnic (6) až (15) pro výpočet účinku druhého řádu a nutné plochy výztuže. Výpočet následně opakujeme s upraveným součinitelem K_r , ve kterém je zohledněna hodnota nutné výztuže z předchozího kroku. Nakonec po n provedených iteracích, kdy se již výsledky v aktuálním a předchozím kroku příliš nemění, je třeba zkontrolovat, zda průřez skutečně náleží do tlačené oblasti II a splňuje tak nerovnost (5).

Výpočet byl proveden jednoduše v tabulkovém editoru EXCEL, ze kterého se po n iteracích získala hodnota výztuže $A_{s2,req} =$

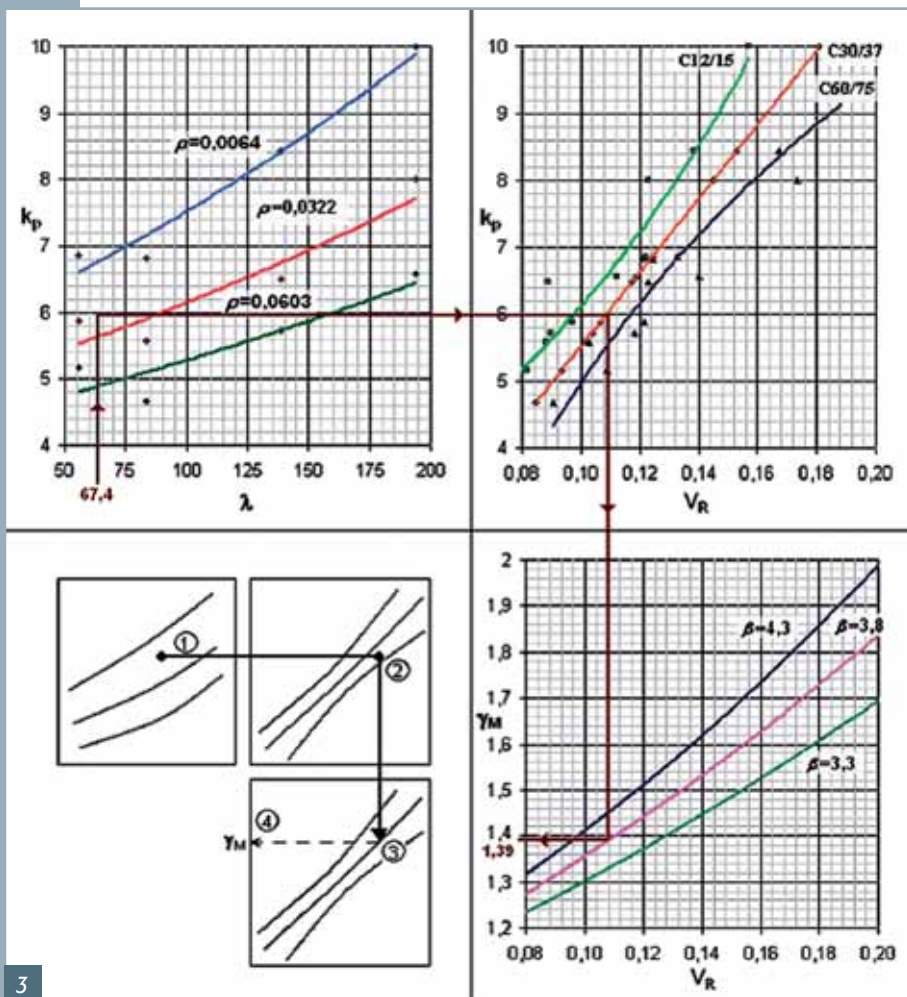
Tab. 1 Souhrn mezivýsledků pro výpočet nutné výztuže sloupu metodou dílčích součinitelů

Tab. 1 Summary of the results for determination of required column reinforcement based on the partial factor method

	M_{Ed} [kNm]	M_{Ed0} [kNm]	M_i [kNm]	M_2 [kNm]	N_{Ed} [kN]	e_2 [m]	$1/r$ [-]	K_r [-]	K_φ [-]	$1/r_0$ [-]
Iterace n	358,465	100	87,159	171,306	-6000	0,0286	0,00302	0,291	1	0,0104
	$M_{Ed2} = -931,53 \text{ [kNm]}$									
	$A_s = 0,00303 \text{ [m}^2\text{]} = 3 \text{ 035 [mm}^2\text{]}$					$x = 0,58506 \text{ [m]}$				
	$2A_s = 0,00607 \text{ [m}^2\text{]} = 6 \text{ 070 [mm}^2\text{]}$									
Kontrola	$\xi_{bal,1} d < x < h/\lambda$					$0,260 \text{ [m]} < x < 0,625 \text{ [m]}$				vyhovuje

Tab. 2 Souhrn mezivýsledků pro výpočet nutné plochy výztuže sloupů metodou globálního součinitele únosnosti
Tab. 2 Summary of the results for determination of required column reinforcement based on the method of global resistance factors

	M_{Ed} [kNm]	M_{Ed0} [kNm]	M_1 [kNm]	M_2 [kNm]	N_{Ed} [kN]	e_2 [m]	$1/r$ [-]	K_r [-]	K_{fi} [-]	$1/r_0$ [-]
iterace n:	734,465	145,95	127,209	461,306	-8757	0,0527	0,00557	0,424	1	0,0131
	$M_{Ed2} = -1148,3$ [kNm]				$x = 0,48053$ [m]					
	$A_s = 0,00264$ [m ²] = 2 642 [mm ²]									
	$2A_s = 0,00528$ [m ²] = 5 283 [mm ²]									
kontrola:	$\xi_{bal1} \cdot d < x < h/\lambda$				$0,287$ [m] < x < $0,625$ [m]		vyhovuje			

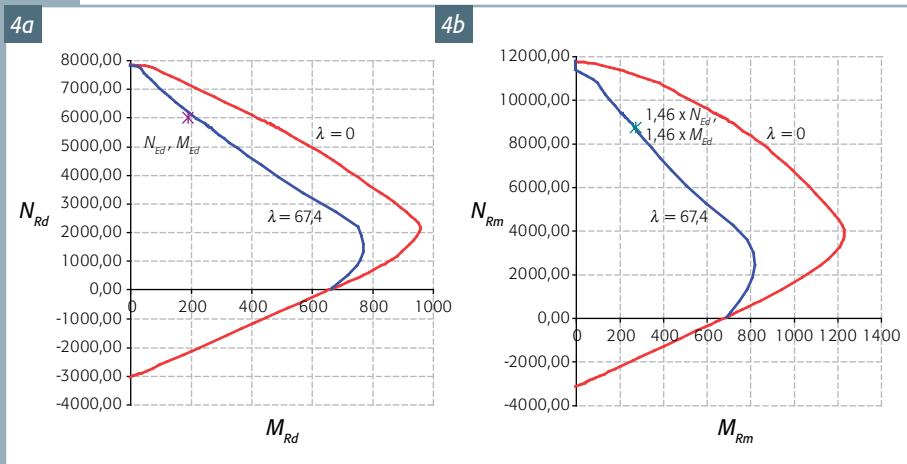


Obr. 3. Statisticky vyhodnocená závislost variačního koeficientu (a globálního součinitele únosnosti) na stupni vyztužení, štíhlosti sloupů a třídě betonu pro sloup průřezu 0,5 × 0,5 m. Součinitel k_p představuje pomocný součinitel, který propojuje horní dva diagramy. Schéma vlevo dole ukazuje postup při odečtení globálního součinitele únosnosti. Mezi stupněm vyztužení a třídami betonu lze lineárně interpolovat

Fig. 3 Statistically evaluated dependence of the coefficient of variation (and global resistance factor) on the reinforcement ratio, slenderness and concrete class for a column of cross-section 0,5 × 0,5 m. Coefficient k_p represents an auxiliary factor connecting the two upper diagrams. Scheme in the left bottom indicates the procedure how to subtract the global resistance factor. Linear interpolation is allowed between the reinforcement ratio and concrete classes

Obr. 4. Posouzení únosnosti prvku s využitím interakčního diagramu průřezu s vlivem štíhlosti (modrá křivka) podle návrhové metody dílčích součinitelů (a) a metody globálního součinitele (b).

Fig. 4 Determination of the load-bearing resistance of column by means of interaction diagram of cross-section with influence of slenderness (blue curve) according to the partial factor method (a) and the method of global resistance factors (b)



Literatura:

- [1] ČSN EN 1990: Zásady navrhování konstrukcí, ÚNMZ, 2004
- [2] ČSN EN 1992-1-1: Navrhování betonových konstrukcí – Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby, ÚNMZ, 2007
- [3] ČSN EN 1992-2: Navrhování betonových konstrukcí – Betonové mosty, ÚNMZ, 2007
- [4] Goris A., Schmitz U. P.: DIN 1045 digital, Universität Siegen, 2003
- [5] Procházka J. a kol.: Navrhování betonových konstrukcí 1, Praha, 2009
- [6] Marek P.: Disertační práce: Spolehlivost štíhlých tlavených konstrukcí, Praha, 2009

3 034 mm². Protože však zatížení může mít i opačnou orientaci, je třeba průřez vyztužit souměrně. Souměrně vyztužený průřez při obou okrajích vyžaduje plochu výztuže $A_{s2,req} = 6\,069\text{ mm}^2$. Tato plocha odpovídá cca 2,4% stupni vyztužení. Na základě požadované výztuže je navržena podélná výztuž $2 \times 5 \text{ } \varnothing R30$ (3 534 mm²) při obou stranách průřezu.

Pokud by se vycházelo z metody globálního součinitele, může se počítat s průměrnými hodnotami vlastností materiálů a vyjádřit tak průměrnou hodnotu únosnosti sloupu. Aby byla konstrukce spolehlivá, musí být splněna následující nerovnost, viz ČSN EN 1992-2 (2005) [3]

$$\gamma_{Sd} \gamma_{Rd} E (\gamma_g G + \gamma_q Q) \leq R \left(\frac{q_{ud}}{\gamma_M} \right), \quad (16)$$

kde γ_{Sd} je součinitel modelových nejistot pro účinky zatížení, γ_{Rd} je součinitel modelové nejistoty pro únosnost, γ_M je globální součinitel únosnosti a q_{ud} je mezní zatížení, při kterém dojde k meznímu přetvoření materiálů.

Globální součinitel lze v nerovnosti pro ověření spolehlivosti osamělého prvku (16) převést na stranu zatížení. Pro tuto hodnotu zatížení, které je rozšířeno o globální součinitel, se opět hledá potřebná výztuž. Na tomto místě autor uvádí návrhový diagram, ze kterého lze odvodit globální součinitel únosnosti na základě štíhlosti, třídy pevnosti betonu, stupně vyztužení a indexu spolehlivosti. Návrhový diagram se opírá o znalosti stavební mechaniky a teorii pravděpodobnosti (předpokládá se lognormální rozdělení únosnosti sloupu). Podrobnosti k sestavení diagramu poskytuje disertační práce [6].

Uvažuje se, že procento vyztužení se nebude výrazně lišit od návrhu metodou dílčích součinitelů. Vstupní hodnotou pro diagram bude tedy procento vyztužení $\rho = 0,024$. Globální součinitel γ_M se stanoví z diagramu na základě zadaných parametrů hodnotou $\gamma_M = 1,39$ (pro index spolehlivosti $\beta = 3,8$).

Protože výstřednost zatížení je relativně malá, návrhový diagram, který byl odvozen pro tlačené sloupy, není nutné rozšířit součinitelem pro sloupy mimostředně zatížené, který byl v disertační práci také odvozen. Modelové nejistoty lze uvažovat odchylkou přibližně 5 %. Po vynásobení globálního součinitele modelovými nejistotami se získá součinitel $1,39 \cdot 1,05 = 1,46$. Podobným způsobem jako u metody dílčích součinitelů se stanoví plocha výztuže 2 642 mm², resp. 5 283 mm² pro oboustranné vyztužení prvku. Tato plocha odpovídá cca 2 % vyztuže-

ni. Na základě požadované výztuže je navržena podélná výztuž $2 \times 4 \text{ } \varnothing R30$ (2 827 mm²) při obou stranách průřezu.

Z porovnání jednotlivých metod na příkladě návrhu výztuže sloupu plyne, že metodou globálního součinitele lze dosáhnout jisté úspory výztuže. Konkrétní velikost úspory vždy závisí na zatížení a geometrických vlastnostech posuzovaného sloupu.

Posouzení únosnosti sloupu

Únosnost prvku o navrhované podélné výztuži bude následně ověřena zakreslením návrhového zatížení do interakčního diagramu.

Přesněji je možné únosnost ověřit pomocí postupů obecné metody, která by ukázala, že návrh výztuže s dostatečnou rezervou vyhovuje předepsané spolehlivosti. Posouzení obecnou metodou je ovšem časově velmi náročné a bez použití výpočetní techniky neproveditelné.

ZÁVĚR

Na příkladu štíhlého sloupu, který je součástí nosného skeletu konstrukce, bylo ukázáno, že použití alternativní metody globálního součinitele umožňuje navrhnout štíhlý prvek ekonomicky a zajistit požadovanou úroveň spolehlivosti.

Metoda globálního součinitele, která byla aplikována na uvedeném případě, se může s výhodou uplatňovat tam, kde je zajištěna kvalita výroby na stavbě (zásady ČSN EN 1990, stupně inspekce IC1 až IC3) nebo ve výrobě prefabrikátů, neboť globální součinitel úzce závisí na variačním koeficientu únosnosti. Velikost variačního koeficientu určuje rozptyl geometrických a materiálových vlastností.

Na zde uvedeném příkladě se vycházelo z globálního součinitele, který byl odvozen pro monoliticky prováděný sloup na staveništi. Pokud by však byly dostupné statistické údaje z výroby prefabrikátů, mohl by být pro takové prvky odvozen globální součinitel o mnohem nižší hodnotě.

Tato studie vznikla jako součást řešení výzkumného záměru MSM 6840770001 „Spolehlivost, optimalizace a trvanlivost stavebních materiálů a konstrukcí“. Rád bych na tomto místě zároveň vyjádřil poděkování České betonářské společnosti ČBSI za udělení titulu „Vynikající disertační práce v oboru betonových konstrukcí 2009“ a podporu při tvorbě tohoto příspěvku.

Ing. Pavel Marek, Ph.D.

Stavební fakulta ČVUT v Praze, Thákurova 7, 166 29 Praha 6
e-mail: pav.marek@centrum.cz



Liapor®

ZDICÍ SYSTÉM LIAPOR

SMYSL PRO přesnost ...

www.liapor.cz

POHLEDOVÉ ZDIVO

- pravidelná struktura
 - dokonale přesné rozměry
 - bez povrchových úprav - omítek
 - nízká objemová hmotnost
 - velmi dobré akustické vlastnosti
 - požární odolnost A1
- Stěny výrobních a sportovních hal, kancelářské prostory, technické prostory, ozdobné prvky v interiérech, ploty a zídky.