

## ANALÝZA PŘESYPANÝCH TENKOSTĚNNÝCH KLENEB ANALYSIS OF THIN-WALLED REINFORCED CONCRETE VAULTS

VLADIMÍR HOUŠŤ, JIŘÍ STRÁSKÝ

Přesypané klenby patří k nejstarším mostním konstrukcím. V současnosti jsou převážně stavěny jako ekologické konstrukce sloužící jako biokoridory k převedení zvěře, a nebo jako klasické dopravní tunely budované z povrchu. V obou případech je možné a z ekonomického hlediska výhodné navrhnout konstrukci jako tenkostěnnou železobetonovou klenbu. Dalším aspektem je přirozené estetické působení v krajině.

Cílem prezentovaného článku je popsat chování tenkostěnné přesypané konstrukce v průběhu výstavby a charakterizovat pokročilé konstitutivní modely pro analýzu interakčních úloh.

Buried vaults belong to the oldest bridge structures; at present they are mainly built as environmental structures serving as animal crossings or tunnels built cut and cover method. In both cases it is possible and economically advantageous to design the structures as a thin-walled reinforced concrete arch. Buried structures require minimal maintenance. Moreover, such slim structures smoothly fit into the landscape.

The aim of presented article is to describe the behavior of thin-walled structures during construction and to specify advanced constitutive models for analysis of the interactive problem.

### STATICKÉ PŮSOBENÍ

Základním předpokladem návrhu tenkostěnné přesypané klenby je vystihnout působení zemního zásypu a započítání interakce konstrukce s bočním zásypem při přenosu zatížení. Zatížení tíhou nadnáspy a přitížení povrchu proměnným zatížením vede k příčné deformaci klenby, proti které působí reakce zeminy, která je uvažována přímo úměrná deformaci. Pro zvyšující se zatížení se odpor zeminy v závislosti na horizontálním modulu podloží zvyšuje, což příznivě ovlivňuje napjatost v průřezu klenby, reakce podloží však musí odpovídat reálnému zemnímu tlaku.

Dále je ve výpočtech důležité zahrnout vliv postupné výstavby a přitížení hutněním.

K dimenzi průřezu přesypané klenby je rozhodující zatížení vyvolané tíhou zeminy, z kterého se stanoví zemní tlaky svislé  $\sigma_y$  a vodorovné  $\sigma_x$ . Svislé geostatické napětí je dáno vlastní tíhou zeminy a výškou  $\sigma_y = \gamma \cdot h$ , vodorovné (boční) zemní tlaky  $\sigma_x = \sigma_y / K$  se určí ze  $\sigma_y$  v závislosti na velikosti posunu, pootočení a přetvoření konstrukce. Rozlišují se tři typy bočních zemních tlaků (obr. 1).

V průběhu výstavby se typy zemních tlaků mění podle stupně zasypání klenby a jejich praktické určení pro analytický výpočet může být komplikované. Obecně se předpokládá působení zvýšeného aktivního zemního tlaku při zasypá-

ní po vrchol klenby – deformace nejsou dostatečné pro vznik smykové plochy. Při zasypávání nad vrcholem klenby je ostění vlivem přitížení vrcholu zatlačováno zpět do bočního zásypu, v zemině dochází ke kompresi, na konstrukci působí vzhledem k deformacím nedostatečným pro vznik plné hodnoty pasivního tlaku snížený pasivní zemní tlak. Výsledný boční zemní tlak je superpozicí zvýšeného aktivního tlaku a doplňkového tlaku pasivního [9].

Při výstavbě přesypaného objektu je velikost zemního tlaku podstatně ovlivněna hutněním, které působí jako přitížení jednotlivých vrstev a vyvolává zvětšení zemních tlaků. Tyto zvýšené horizontální zemní tlaky mohou být řádově větší než teoretické klidové hodnoty a mohou se blížit velikostem pasivního tlaku [10]. Určení velikosti bočních tlaků na poddajnou konstrukci při hutnění je poměrně složitá úloha, kterou lze s využitím analytických postupů (Broms, Seed, Duncan) řešit jen přibližně.

S uvážením výše popsaného je evidentní, že při analytickém řešení interakční úlohy tenkostěnné klenby s vlivem postupného zasypávání a hutnění se jedná s ohledem na složitost problému působení zemních tlaků o velmi komplikovanou úlohu vyžadující složité iterační řešení, a proto je nejvýhodnější využít numerického modelování metodou konečných prvků (MKP).

### MATEMATICKÝ MODEL PŘESYPANÉ KONSTRUKCE

Pro výpočet přesypaných tunelů je vhodné využít předpokladu, že třírozměrnou skutečnou stavbu lze popsat dvourozměrným výpočtovým modelem s rovinným stavem deformace, protože se neuvažuje s posuny v podélném směru tunelu. Výpočtové modely pro analýzu přesypaných konstrukcí s materiálovými modely vystihujícími chování zásypu řeší odezvu systému zemina – konstrukce pomocí MKP.

Konstrukce přesypané klenby sestává ze čtyř prvků (obr. 2).

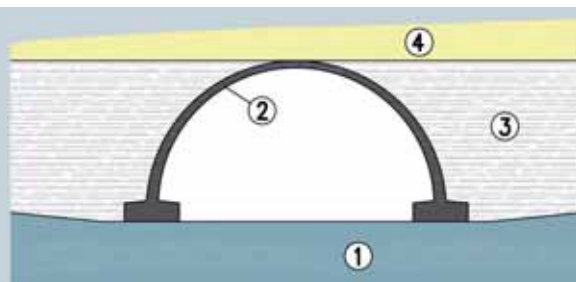
Porovnání numerické analýzy s výsledky měření ukázalo opodstatnění využití kontaktních elementů mezi prvky zeminy a klenby, které definují interakční cho-

aktivní	$K_a = \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi'}{2} \right)$
v klidu	$K_0 = 1 - \sin \varphi'$
pasivní	$K_p = \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi'}{2} \right)$



1

- Původní podloží (1)
- Klenba (2)
- Boční zásyp (3)
- Zásyp nad vrcholem klenby (4)



2

vání spáry mezi klenbou a zemínou jako jednostrannou tlakovou vazbu s možností nastavení tření a smykové soudržnosti [7].

### Materiálové modely

Ke správnému vystižení mechanického chování zemín by měl být vybrán adekvátní konstitutivní vztah, který dokáže zohlednit nelineární závislost tuhosti zeminy na napětí a přetvoření, deformační historii a hysterézní chování zeminy při opakovaném zatěžování a odlehčování (např. hutnění) a také vliv dilatanace a pórovitosti. Konstitutivní vztah vyjadřuje matematickou závislost mezi deformací materiálu a jeho stavovými veličinami (Cauchyho napětí, teplota, pórovitost) [3, 4, 7, 8].

V článku jsou prezentovány výsledky modelu Drucker-Prager vyhodnoceného v programu Ansys a modelu Hardening Soil z programu Plaxis. Pro oba modely byla použita stejná geometrie i okrajové podmínky.

### Model Drucker-Prager

Elasto-plastický model Drucker-Prager je vhodný pro materiály s vnitřním třením k určení elasto-plastické odezvy materiálu. Drucker-Pragerova podmínka plasticity je získána aproximací Mohr-Coulombovy plochy plasticity. Je definována konstantním poměrem deviátorového napětí  $q$  a hydrostatického napětí  $p$  [3]. V případě ideální plasticity je podmínka plasticity závislá pouze na jedné stavové proměnné napětí –  $f(\{\sigma\})$ .

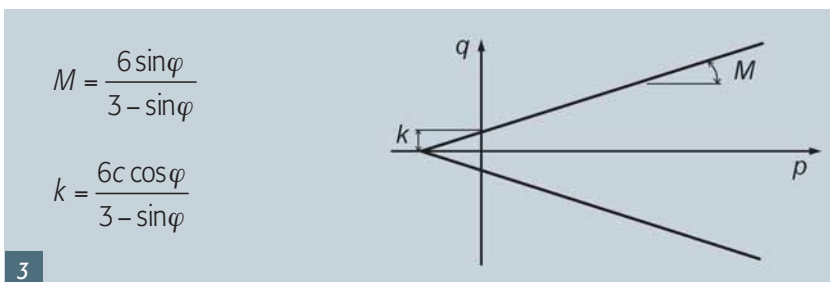
$$f(\{\sigma\}) = q - Mp - k = 0.$$

Tato plocha plasticity je v prostoru hlavních napětí zobrazena jako hladká rotační kuželová plocha. Ve srovnání s MC plochou tak odpadají singulární oblasti hran, což usnadňuje implementaci do numerických aplikací.

K základním mechanickým parametrům materiálu, modulu pružnosti  $E$  a součiniteli příčné roztažnosti  $\nu$ , přibývají parametry plochy plasticity  $M$  a  $k$ , které lze spočítat jako goniometrické funkce úhlu vnitřního tření  $\varphi$  a koheze zeminy  $c$ . V některých softwarech je dále definován parametr  $\psi$  – úhel dilatanace, který ovlivňuje zákon plastického tečení (sdruženou, nesdruženou plasticitu).

### Model Hardening Soil

HS model je pokročilý pružno-plastic-



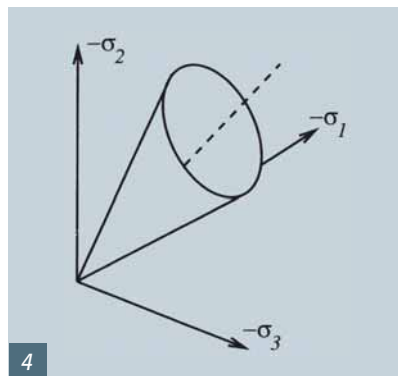
3

ký model s izotropním smykovým a tlakovým zpevněním pro simulace chování zemín, který umožňuje predikovat závislost tuhosti zeminy na přetvoření. HS model vychází z experimentu triaxiální odvodněné zkoušky, závislost axiálního přetvoření na deviátorovém napětí je aproximována hyperbolou.

Základními charakteristikami modelu jsou:

- $E_{50}^{ref}$  – sečná tuhost z triaxiální drénované zkoušky
- $E_{oed}^{ref}$  – tečná tuhost při primárním edometrickém zatížení
- $E_{ur}^{ref}$  – charakteristiky pro přitěžování / odlehčování
- $m$  – vyjadřuje tuhost v závislosti na napětí dle mocninné závislosti
- $c, \varphi, \psi$  – charakteristiky plochy plasticity v souladu s Mohr-Coulombovým modelem

Základní myšlenkou pro formulaci Hardening Soil modelu je hyperbolický vztah



4

mezi vertikálním přetvořením  $\epsilon_1$  a deviátorickým napětím  $q$  při primárním triaxiálním zatěžování.

$$-\epsilon = \frac{1}{E_i} \frac{q}{1 - q/q_a} \quad \text{pro: } q < q_f,$$

kde  $q_a$  je asymptota smykové pevnosti a  $E_i$  je počáteční tuhost, určená ze vztahu:

Obr. 1 Vztah mezi bočním přetvořením a koeficientem zemního tlaku

Fig. 1. Relation between lateral strain and lateral pressure coefficient

Obr. 2 Konstrukční systém přespané klenby

Fig. 2. Structural system of buried vault

Obr. 3 Drucker-Pragerova podmínka plasticity (meridiánový řez)

Fig. 3. Drucker-Prager yield criterion ( $p - q$  plane)

Obr. 4 D-P podmínka plasticity v prostoru hlavních napětí

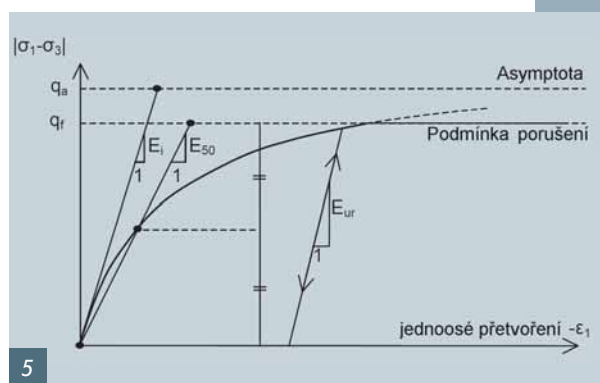
Fig. 4. D-P yield surface in principal stress space

Obr. 5 Hardening Soil model – závislost napětí a přetvoření [8]

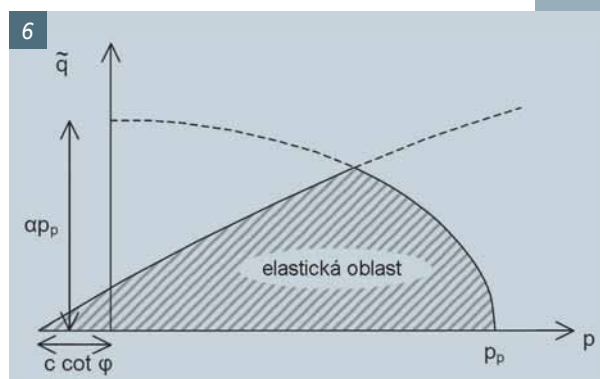
Fig. 5. Hardening Soil model – stress strain relation [8]

Obr. 6 Plochy plasticity modelu Hardening Soil (meridiánový řez) [8]

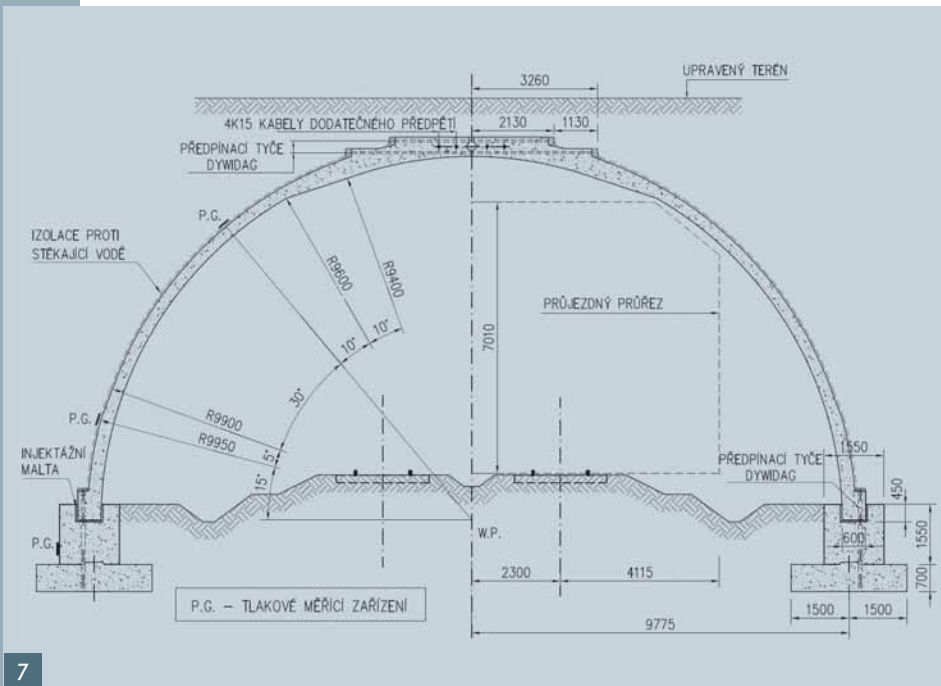
Fig. 6. Yield surfaces of HS model in  $p - q$  plane



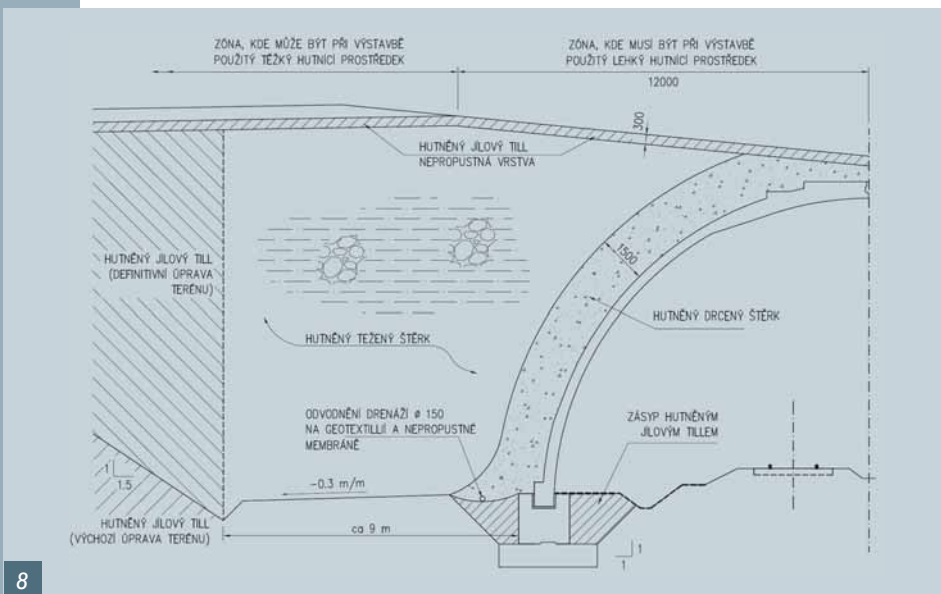
5



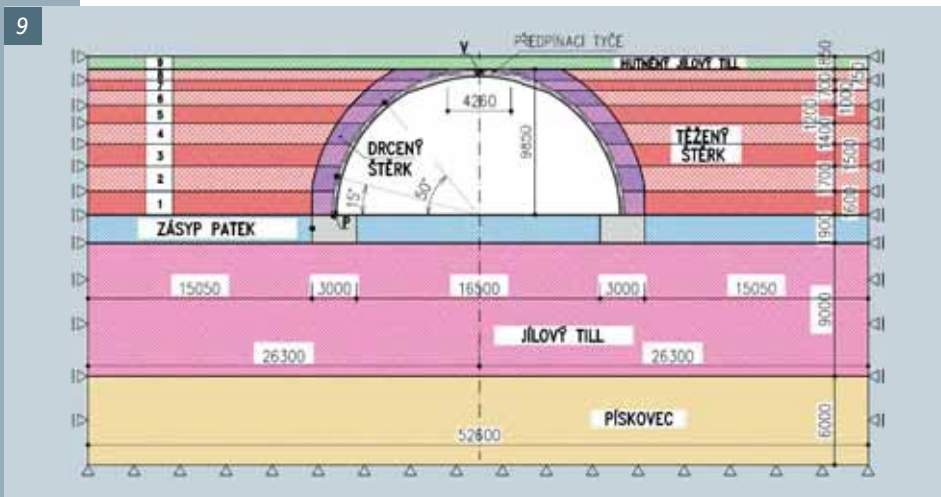
6



7



8



9

$$E_f = \frac{2E_{50}}{2 - R_f}$$

$R_f$  je poměr  $q_f/q_a$  (obr. 5) a  $E_{50}$  je tuhost omezeného napětí při primárním zatěžování daná vztahem:

$$E_{50} = E_{50}^{ref} \left( \frac{c \cos \varphi - \sigma_3 \sin \varphi}{c \cos \varphi + p^{ref} \sin \varphi} \right)^m$$

$E_{50}^{ref}$  je referenční sečná tuhost odpovídající referenčnímu napětí  $p^{ref}$ .

Pro dráhy napětí při přitížení a odtížení a další změny tuhosti závislé na napětí je definován modul  $E_{ur}$ :

$$E_{ur} = E_{ur}^{ref} \left( \frac{c \cos \varphi - \sigma_3 \sin \varphi}{c \cos \varphi + p^{ref} \sin \varphi} \right)^m$$

Výhodou HS modelu je využití 2. plochy plasticity pro ukončení elastické oblasti – tzv. „Cap“ pro tlakové dráhy napětí (tlakové zpevnění) regulované edometrickým modulem. Podmínka plasticity se smykovým zpevněním modelu Hardening Soil [8]:

$$f = \bar{f} - \gamma^p$$

kde  $\bar{f}$  je funkcí napětí a  $\gamma^p$  je funkcí plastického přetvoření. Podrobný popis modelu HS je uveden v [8].

#### Verifikace matematického modelu

K ověření výpočtového modelu byla provedena analýza realizované stavby stávajícího přesýpaného tunelu. Podrobný popis konstrukce tenkostěnného tunelu a výsledky měření z výstavby byly publikovány v [2].

Přesýpaný dvoukolejný tunel s průměrem 19,6 m celkové délky 173 m byl postaven blízko Obed ve státě Alberta v Kanadě. Tento tunel převádí směrově rozdělenou silniční komunikaci přes trať CNR. Oblouková klenba ze železobetonových prefabrikátů má tloušťku stěny 300 mm (ve vrcholu 500 mm). Na obr. 7 je příčný řez klenbou a znázornění řešení spojení segmentů ve vrcholu a patě klenby pomocí předpínacích tyčí Dywidag 414 MPa. Segmenty jsou 2,44 m dlouhé, ve vrcholu jsou v podélném směru tunelu vedeny čtyři lana dodatečného předpětí. Pro prefabrikované segmenty byl použit beton s minimální pevností v tlaku po 28 dnech 35 MPa a betonářská výztuž s mezí kluzu 400 MPa.

Geotechnické průzkumy na místě indi-

Parametr	Pískovec	Jílový till	Zásyp patek	Hutněný jílový till	Beton	Těžený štěrk			Drcený štěrk
						Standard Proctor			
						100+	95	90	
Objemová hmotnost [kN/m <sup>3</sup> ]	21,4	21,4	22,4	22,4	24	23,2	22,4	21,6	21,6
Poměr $q_i/q_a$	0,6	0,75	0,7	0,7	0	0,6	0,7	0,7	0,7
Koheze [kN/m <sup>2</sup> ]	25,5	0	0	0	2140	0	0	0	0
Úhel vnitřního tření [°]	50	37	32	32	15	51	41	42	35
Koeficient zemního tlaku	0,48	0,48	0,5	0,7	0	1,5	0,75	0,5	0,75

Tab. 1 Parametry pro zeminy, beton a štěrk

Tab. 1 Properties of soils, concrete and gravel

Parametr	Pískovec	Jílový till	Hutněný jílový till	Těžený štěrk (95 %)
Tečný modul pružnosti [MPa]	413	84,7	46,5	87,8
Tečný objemový modul [MPa]	248	46,5	18,1	46,5
Úhel vnitřního tření [°]	50	37	32	41

Tab. 2 Reprezentativní hodnoty modulů a úhlu vnitřního tření

Fig. 2 Representative values of moduli and angle of internal friction

kovaly v zemní stratigrafii pod tratí přibližně 9 m mocnou vrstvu velmi tuhého jílového tillu (sediment ledovcového původu) s příměsí štěrku střední plasticity s obsahem vody 16 %, který je uložen na dobře stmeleném pískovcovém skal-

ním podloží. Till je štěrkovitý, pískovitý a prachovitý šedohnědé barvy, podíl balvanů byl ověřen při vrtání.

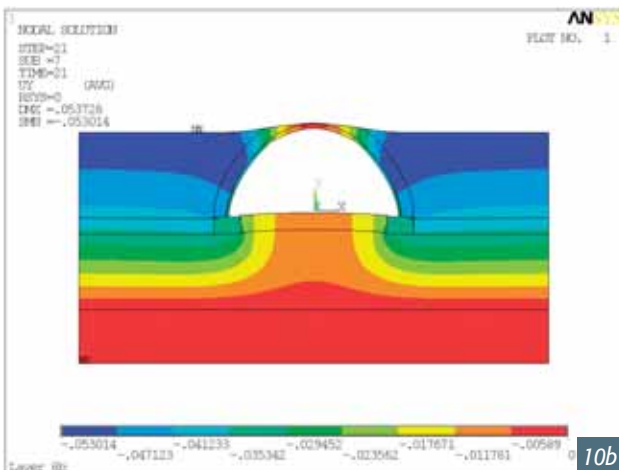
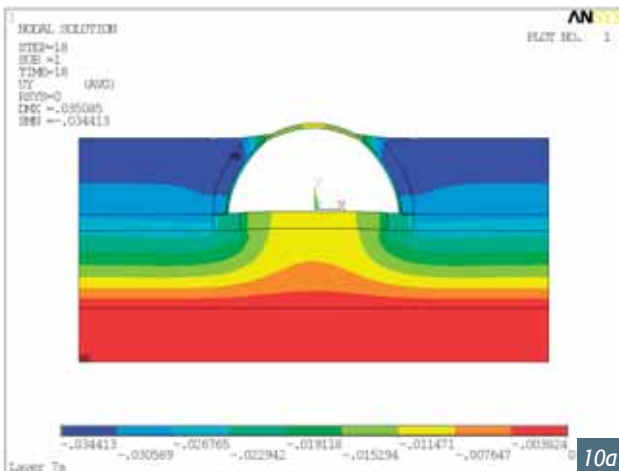
V tabulce 1 jsou prezentovány hodnoty doporučené Geotechnical Services Section of Alberta Transportation and Utili-

Obr. 7 Příčný řez přesýpaným tunelem  
Fig. 7 Arch cross section

Obr. 8 Schéma složení zásypu  
Fig. 8 Backfill types

Obr. 9 Výpočtový model přesýpaného tunelu  
Fig. 9 Mathematical model of buried structure

Obr. 10 Svislé posuny  $u_y$  [m] (model Drucker-Prager), a) vrstva zásypu 7, b) definitivní stav  
Fig. 10 Vertical displacement (model DP), a) layer 7, b) final stage



## RSTAB

Program pro výpočet rovinných i prostorových prutových konstrukcí

## RFEM

Program pro výpočet konstrukcí metodou konečných prvků

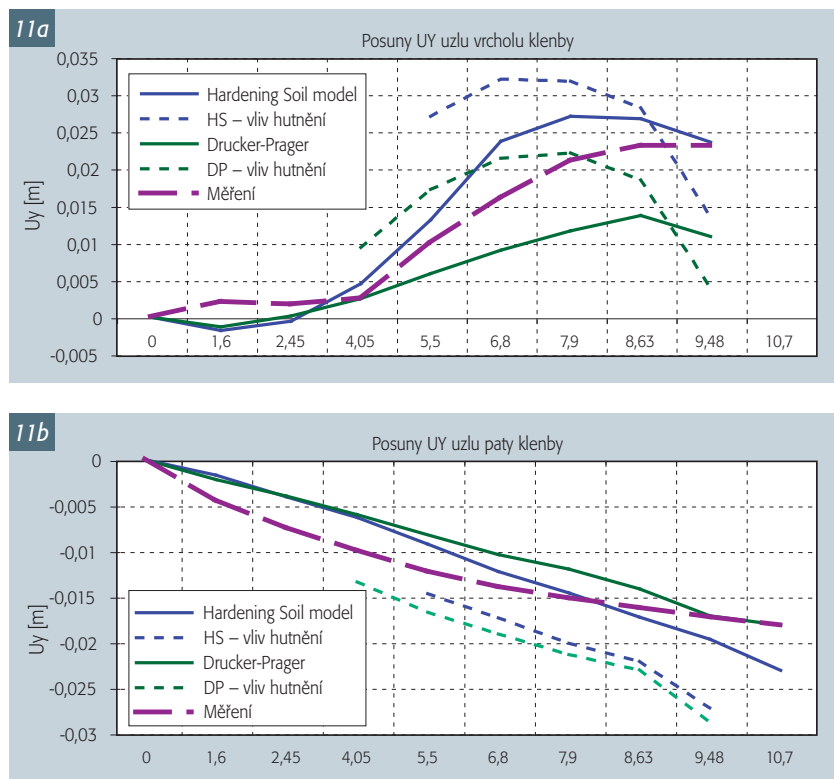
**Navrhování podle nových evropských norem**

**Demoverze zdarma ke stažení**  
[www.dlupal.cz](http://www.dlupal.cz)

- Řada přídatných modulů
- Rozsáhlá knihovna profilů
- Snadné intuitivní ovládání
- 6 500 zákazníků ve světě
- Nová verze v českém jazyce
- Zákaznické služby v Praze

Ing. Software Dlubal s.r.o.  
Anglická 28, 120 00 Praha 2  
Tel.: +420 222 518 568  
Fax: +420 222 519 218  
E-mail: info@dlupal.cz

**Statika, která Vás bude bavit ...**



Obr. 11 Porovnání naměřených a vypočítaných posunů v průběhu zasypávání  
Fig. 11 Comparison of measured and calculated displacements during backfilling

Obr. 12 a) napětí  $\sigma_y$  [kPa] – definitivní stav (model HS), b) napětí  $\sigma_x$  [kPa] – definitivní stav (model HS)

Fig. 12 a) stress  $\sigma_y$  [kPa] – final stage (model HS), b) stress  $\sigma_x$  [kPa] – final stage (model HS)

Obr. 13 Porovnání naměřených a vypočítaných zemních tlaků v průběhu zasypávání  
Fig. 13 Comparison of measured and calculated soil pressures during backfilling

Obr. 14 Změna tuhosti 1. vrstvy zásypu v průběhu zasypávání  
Fig. 14 Change of stiffness in the 1<sup>st</sup> layer of backfill during backfilling

ties pro zeminy v původním výpočtovém modelu NLSSIP, v tabulce 2 jsou uvedeny reprezentativní hodnoty tečného Youngova modulu, tečného objemového modulu a úhlu vnitřního tření pro zeminy kolem klenby. Tyto hodnoty byly vypočítány pro minimální a maximální hlavní napětí při atmosférickém tlaku 10,33 t/m<sup>2</sup>

dle vztahu pro materiálový model Duncan-Chang [2].

#### SROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ

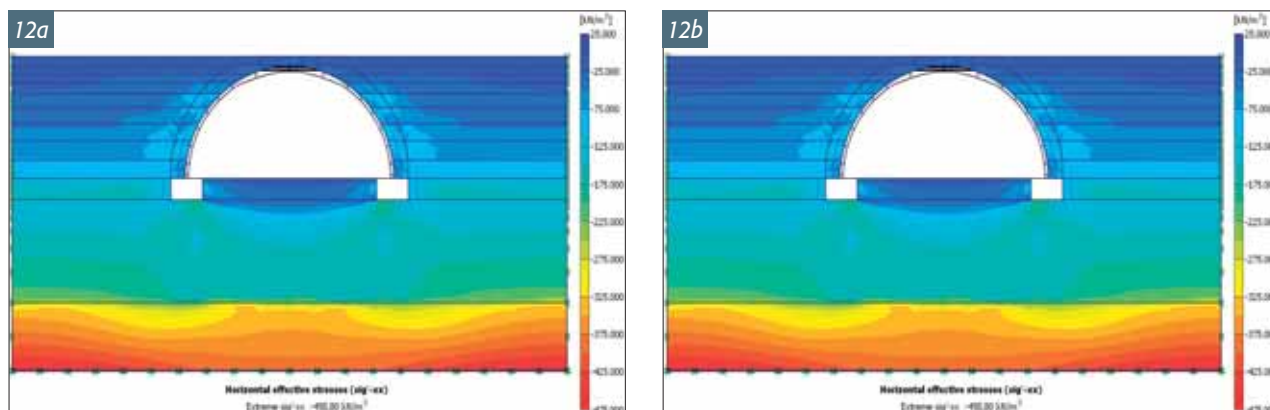
V průběhu výstavby byly geodeticky měřeny svislé posuny v patě klenby (obr. 9 bod P) a ve vrcholu klenby (bod V). Po délce tunelu byly ve dvou řezech na povrch

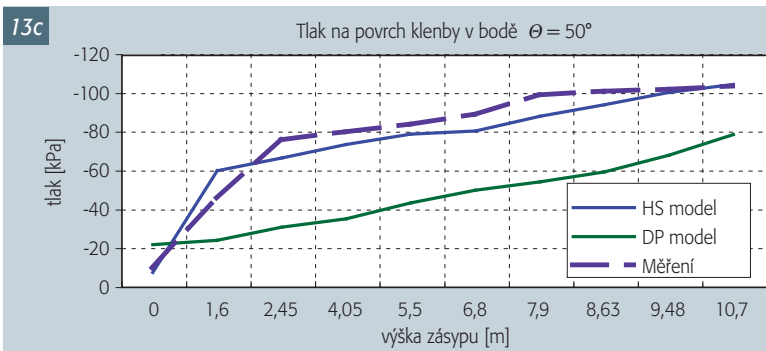
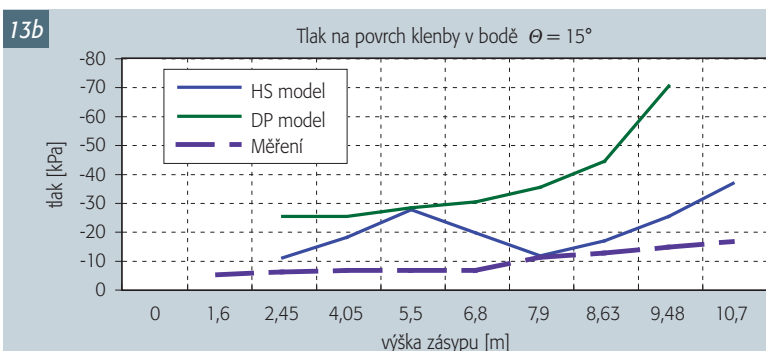
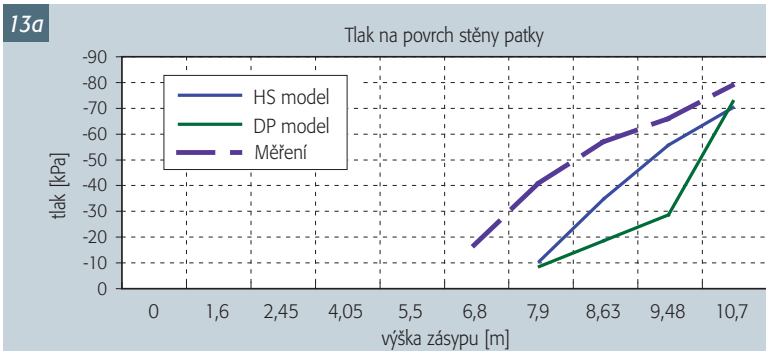
#### Literatura:

- [1] Houšť V, Stráský J.: Tenkostěnné přesypané konstrukce. Etapová zpráva projektu FI-IM5/128 „Nové progresivní konstrukce z vysokohodnotného betonu“, Etapa 1. Brno, VUT FAST, 2009
- [2] Montgomery J, Morison R. M.: Design and construction of a buried precast prestressed concrete arch, PCI Journal, Vol. 38, No.1, 1993
- [3] Herle I.: Základy matematického modelování v geomechanice, Univerzita Karlova, Praha 2003
- [4] Jirásek M, Zeman J.: Přetváření a porušování materiálů. Praha, 2008
- [5] Budhu M.: Soil mechanics and foundations, John Wiley & Sons, 2007
- [6] Craig R. F.: Soil mechanics, Spon Press, London, 2004
- [7] ANSYS Theory Reference release 10.0. Ansys, Inc., SAS IP, Inc., 2006
- [8] Plaxis Material Models Manual release 9.0. A. A. Balkema, Rotterdam, Brookfield
- [9] Barták J, Buček M.: Zemní tlaky na tenkostěnné ostění přesypávaných staveb, Katedra geotechniky FSV ČVUT v Praze
- [10] Duncan J. M., Seed R. B.: Compaction – induced earth pressures under KO – conditions, Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 112, No. 1, 1986

klenby osazeny tlakové měřiče „PG“, které zaznamenávaly zemní tlak na kontaktu ostění a zásypu. V řezech byly měřiče po výšce klenby osazeny ve dvou bodech (15 a 50°) a na stěnu patky (obr. 7, 9).

Ze srovnání vypočítaných posunů modelu je patrný stejný trend deformací v průběhu fází výstavby s daty naměřenými





na konstrukci při výstavbě. Hodnoty svislých posunů v patě klenby jsou téměř stejné. Odchylna 5 až 10 mm od výsledné polohy vrcholu klenby ve výpočtovém modelu je pravděpodobně způsobena rozdílnou tuhostí reálné betonové klenby a klenby ve výpočtovém modelu. Ve výpočtovém modelu byla tuhost upra-

vena efektivním modulem pružnosti, při reálném postupu výstavby byla tenkostěnná klenba zřejmě porušena množstvím trhlin, a tím ještě snížena její tuhost.

Na obr. 12 jsou prezentovány geostatické a horizontální napětí v zemině  $\sigma_x$  a  $\sigma_y$  vypočítané modelem Hardening Soil.

Působení zemního tlaku generované

ve výpočtovém modelu vykazuje stejný trend jako tlak na povrch klenby naměřený v průběhu zasypávání tunelu. Větší shody s naměřenými hodnotami dosahuje model Hardening Soil. Ideálně pružno-plastický model DP lze zpřesnit užitím referenčního deformačního modulu pro jednotlivé vrstvy v závislosti na hloubce.

V reálném zemním tělese je tuhost závislá na stavu napjatosti, což se projevuje nárůstem tuhosti zeminy s hloubkou. V modelu Hardening Soil byl sledován nárůst tuhosti v první vrstvě zásypu 5 m od klenby při postupném zasypávání (obr. 14).

### ZÁVĚR

Provedená podrobná analýza betonové přesypané klenby metodou konečných prvků s využitím pružno-plastických materiálových modelů Drucker-Prager a Hardening Soil poměrně přesně vystihla chování reálné stavby přesypaného tunelu u Obed v Kanadě. Prezentovaný postup výpočtu s využitím konstitutivních vztahů pro matematické modelování může být využit pro pokročilé analyzování tenkostěnných přesypaných objektů při požadavcích na úsporu stavebních nákladů započítáním interakce konstrukce se zeminou zásypu při přenosu zatížení.

Výsledky naměřené v průběhu výstavby přesypaného tunelu byly převzaty z [2].

*Za poskytnutí cenných informací a odborné literatury z oblasti geotechniky autoři děkují Ing. Lumíru Mičovi, Ph.D., z Ústavu geotechniky FAST VUT v Brně.*

*Příspěvek vznikl v rámci řešení grantového projektu FI-IM5/128 „Nové progresivní konstrukce z vysokohodnotného betonu“ Ministerstva průmyslu a obchodu.*

*Ing. Vladimír Houšf  
tel.: 541 147 877, fax: 549 250 218  
e-mail: houst.v@fce.vutbr.cz*

*Prof. Ing. Jiří Stráský, DSc.  
tel.: 541 147 845  
e-mail: strasky.j@fce.vutbr.cz  
Stráský, Hustý a Partneři, s. r. o.  
Bohunická 50, 619 00 Brno  
tel.: 547 101 882, fax: 547 101 881  
e-mail: jstrasky@shp.eu, www.shp.eu*

*oba: ÚBZK FAST VUT v Brně  
Veveří 95, 662 37 Brno  
www.fce.vutbr.cz*

