VÝPOČET ROZLOŽENÍ VLHKOSTI V PORÉZNÍCH MATERIÁLECH
NUMERICAL ANALYSIS OF MOISTURE DISTRIBUTION IN POROUS MATERIALS

PETR ŠTEMBERK, TOMÁŠ KREJČÍ, JAROSLAV KRUIS, VLADIMÍR KŘÍSTEK

Článek se zabývá numerickým modelováním rozložení vlhkosti v porézním materiálu v čase. Jsou uvedeny základní matematické vztahy, jejich řešení a implementace do konečněprvkového programu SIFEL. Jako příklady užití zhotoveného programu jsou ukázány vyšetřování prostupu vody stěnou, vzlínání vlhkosti ve stěně a vysušování stěny, která byla zatopena.
The paper deals with numerical modeling of moisture distribution in porous materials over time. The basic mathematical relations are given along with their solution and implementation to finite element code SIFEL. Examples of application of the finite element code are shown in analysis of moisture transfer in a wall, drying of a flooded wall and moisture rise.

Stavební konstrukce jsou často vystavovány prostředím, která ovlivňují množství vody obsažené uvnitř struktury materiálu. Takovými konstrukcemi jsou například podzemní stěny, nechráněné venkovní stěny v zátopové oblasti nebo pilíře mostů umístěné ve středním pruhu dálnic, kde voda vstupující do struktury materiálu zpravidla obsahuje nečistoty a příměsi agresivních látek, které mohou narušit celistvost materiálu a následně ovlivnit životnost konstrukce. Nevratné poškození může být také způsobeno zmrznutím obsažené vody. Beton je příkladem porézního materiálu, u kterého sice při jeho vzniku nastává plná saturace, avšak nadměrné množství volné vody a její pohyb uvnitř již plně vyvinuté struktury není nikterak žádoucí. Vzhledem k tomu, že betony běžné kvality vykazují otevřenou strukturu, je množství volné vody a její pohyb přímo ovlivňován okolním prostředím, a to jeho relativní vlhkostí a teplotou. Numerický nástroj popisovaný v tomto článku byl vyvinut pro vyšetřování prostupu vlhkosti porézním materiálem, jako je většina běžně používaných stavebních materiálů, kdy je právě brán v úvahu vliv relativní vlhkosti, teploty a případně i vliv vnějšího tlaku. Materiálové modely, které jsou užity v tomto numerickém nástroji, vycházejí z teoretických úvah popisovaných v několika publikacích, např. [1, 2, 3]. Použití výpočetního modelu je ilustrováno čtyřmi příklady vysychání a nasákání stěny.

FYZIKÁLNÍ PODSTATA PŘENOSU VLHKOSTI A JEHO MATEMATICKÝ POPIS

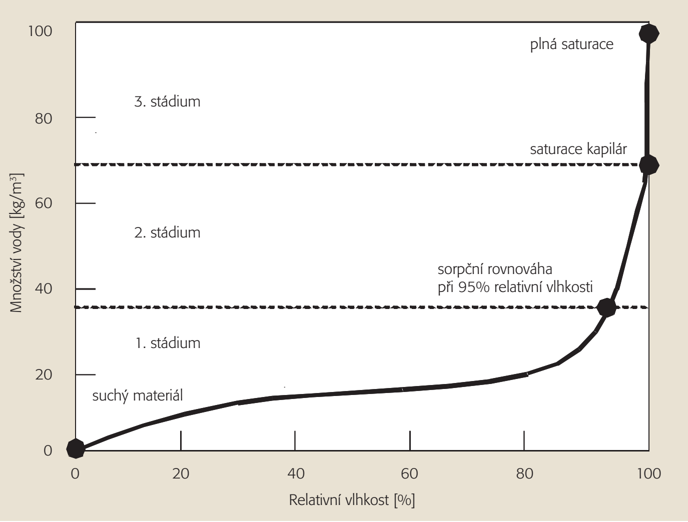
Vlhkost se ve stavebních materiálech nachází ve formě páry, vody, ledu anebo vrstvičky vody adsorbované na povrchu pórů. Tyto formy se důsledně nerozlišují. Množství vody obsažené v materiálu je popsáno pouze jejím celkovým množstvím. Vztah mezi relativní vlhkostí a množstvím vody je popsán retenční křivkou vlhkosti. Retenční křivka vlhkosti běžného stavebního materiálu, jako je např. beton nebo zdivo, se skládá ze tří částí (obr. 1). První část odpovídá sorpční izotermě do relativní vlhkosti zhruba 95 %. Ve druhé části postupně dochází k plné saturaci kapilár, což však neznamená, že veškeré póry jsou vyplněny vodou. K tomu dochází později až ve třetí části, kde neexistuje přímý vztah mezi množstvím vody a relativní vlhkostí, což je též patrné ze tvaru retenční křivky vlhkosti, která je po plné saturaci kapilár svislá. Hlavními vnitřními hybnými mechanizmy přenosu vlhkosti jsou difúze vodní páry a transport vody vlivem rozdílných kapilárních tlaků způsobených tzv. menisky, které mají stálou snahu se v kapilárách narovnat. Z vnějších vlivů to jsou rozdílné hydraulické tlaky, gradient tlaku vzduchu, teplota a gravitace.

Obecně je transport vlhkosti pórovitým materiálem formulován jako sdružená úloha společně s transportem tepla, protože jejich vzájemné ovlivnění nelze zanedbat. Tok vlhkosti J se obecně skládá z toku ovlivněného gradientem koncentrace vlhkosti, což vyjadřuje Fickův zákon difúze, a toku ovlivněného gradientem teploty T, známého jako Soretův tok. Podobně je tepelný tok q složen z toku ovlivněného gradientem teploty T řízeného Fourierovým zákonem a tokem ovlivněným gradientem koncentrace vlhkosti, známým jako Dufourův tok. Tyto závislosti se vyjádří vztahy

$$J = -a_{ww}\,\mathrm{grad}\,w - a_{wT}\,\mathrm{grad}\,T, \qquad (1)$$

$$q = -a_{Tw}\,\mathrm{grad}\,w - a_{TT}\,\mathrm{grad}\,T, \qquad (2)$$

kde v případě betonu w by bylo množství volné vody, která není chemicky vázána. a_{ww}, a_{wT}, a_{Tw} a a_{TT} jsou koeficienty odpovídající jednotlivým závislostem, pro které obecně platí $a_{wT} \neq a_{Tw}$. K rovnicím (1) a (2) přijímáme předpoklad nedeformovaného skeletu betonu. S výjimkou vzniku velkých trhlin je tato hypotéza zcela pravdivá ze dvou důvodů. Za prvé, objemová stlačitelnost vody v betonu je mnohem vyšší než objemová stlačitelnost celého betonu, a tudíž relativní změna objemu pórů, která je řádově stejná jako objemové deformace betonu, nemůže



Obr. 1 Příklad retenční křivky vlhkosti
Fig. 1 An example of moisture retention curve

ve vodě vyvinout žádné výrazné tlaky, a to ani v případě plné saturace. A za druhé, teplo vyvinuté prací napětí v betonu je téměř vždy zanedbatelné.

Sdružená úloha vedení tepla a vlhkosti je nestacionární problém, který je popsán dvěma bilančními rovnicemi

$$\rho \frac{\partial w}{\partial t} = -\operatorname{div}\left(J\right), \tag{3}$$

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + h_w \frac{\partial w}{\partial t} = z - \operatorname{div}\left(q\right), \tag{4}$$

ve kterých vystupují toky tepla a vlhkosti ze vztahů (1) a (2). Druhý člen na levé straně rovnice (4) vyjadřuje množství tepla spotřebovaného při fázových změnách. Eventuální zdroj tepla je označen z. Prostorová diskretizace metodou konečných prvků (MKP) převádí rovnice (3) a (4) na soustavu obyčejných diferenciálních rovnic ve tvaru

$$Cv + Kd = f\,, \tag{5}$$

kde C je matice kapacity, K je matice vodivosti, d je vektor uzlových neznámých, v je vektor derivací uzlových neznámých podle času a f je vektor obsahující příspěvek od zdrojů a okrajových podmínek. Rovnici (5) je třeba diskretizovat v čase, což se provádí podle vztahů

$$d_{n+1} = d_n + \Delta t v_{n+\alpha}\,, \tag{6}$$

$$v_{n+\alpha} = (1-\alpha) v_n + \alpha v_{n+1}\,, \tag{7}$$

kde dolní indexy vyjadřují čísla časových kroků. Dosazením aproximací (6) a (7) do rovnice (5) vychází výsledná soustava algebraických rovnic ve tvaru

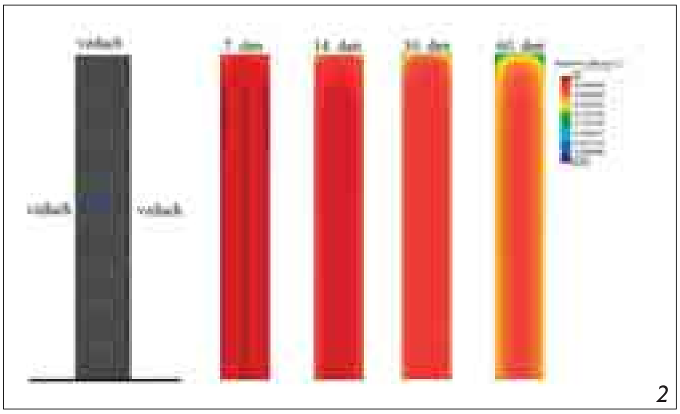
$$\begin{aligned}(C + \Delta t \alpha K) v_{n+1} &= \\ = f_{n+1} - K(d_n + \Delta t(1\text{-}\alpha)\, v_n)\,, \end{aligned} \tag{8}$$

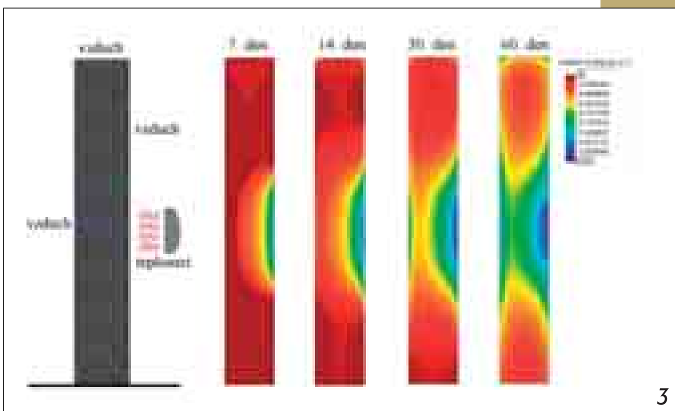
ze kterého se vypočítají časové derivace uzlových hodnot. Samotné uzlové hodnoty se získají z rovnic (6) a (7).

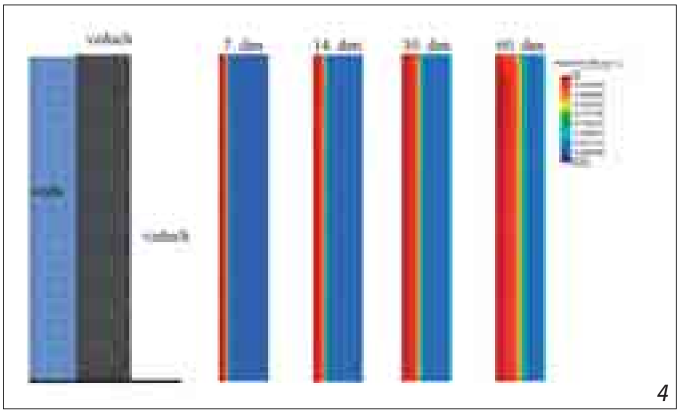
Implementace do programového systému SIFEL

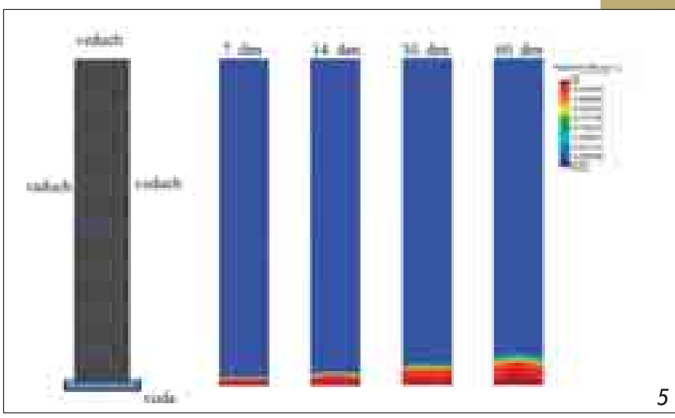
Na Fakultě stavební ČVUT v Praze je vyvíjen programový systém SIFEL (angl. SImple Finite ELements), ve kterém jsou nejnovější trendy a poznatky numerického modelování transportu tepla a vlhkosti využívány ve spojení s MKP. V současnosti je do programu implementováno několik modelů sdruženého přenosu tepla a vlhkosti. Jedná se zejména o fenomenologický přístup podle Künzela a Kiessla [3] a dva mikromechanické modely vycházející z práce Lewise a Schreflera [4] a z Tenchevovy teorie popsané v [5]. Tyto modely byly testovány a vyzkoušeny na několika jednoduchých jedno a dvojrozměrných úlohách a dále pak rozšířeny a zobecněny pro úlohy trojrozměrné.

Diskretizací transportního problému pomocí MKP dostáváme nesymetrický systém nelineárních rovnic. Pro řešení nelineární úlohy je nezbytné aplikovat Newton–Raphsonův algoritmus. Tento fakt výrazně zvyšuje nároky nejen na počítačové zpracování, ale i na vybavení počítače (rychlost procesoru, velikost paměti). Mění se způsob ukládá-









Obr. 2 Vysychání stěny za běžných klimatických podmínek
Fig. 2 Drying of wall under ordinary outside conditions

Obr. 3 Vysychání stěny za běžných klimatických podmínek a použití teplometu
Fig. 3 Drying of wall under ordinary outside conditions and using a heater

Obr. 4 Nasákání z jedné strany zatopené stěny
Fig. 4 Soaking of wall flooded on one side

Obr. 5 Vzlínání vlhkosti ve stěně
Fig. 5 Moisture rise in wall

ní matic v systému algebraických rovnic, mění se způsob jejich řešení a narůstá doba výpočtu. Jako velmi výhodné řešení se ukazuje použití paralelního programování [6].

Fenomenologický model podle Künzela a Kiessla [3] zavádí v materiálovém bodě dvě neznámé veličiny, φ – relativní vlhkost [-] a T – absolutní teplotu [K]. Výhodou modelu je jeho použití při analýze stavebních konstrukcí za běžných klimatických podmínek a snadné a rychlé uplatnění fyzikálních vlastností materiálů zjištěných v laboratoři. Tento model byl v programu SIFEL rozšířen o model vývinu hydratačního tepla v betonu a o statisticky zpracovaný soubor klimatických podmínek pro Prahu (zdroj ČHMÚ). Mikromechanický model podle Lewise a Schreflera zavádí jako neznámé tři veličiny p_c – pórový kapilární tlak [Pa], p_g – pórový tlak v plynné fázi [Pa] a T – absolutní teplotu [K]. Model autorů Tenchev, Li a Purkiss zavádí jako neznámé tři veličiny ρ_v – koncentraci vodní páry [kg/m^3], p_g – pórový tlak v plynné fázi [Pa] a T – absolutní teplotu [K]. Složité mikromechanické přístupy (model [4] byl vyvíjen na Dipartimento di Costruzioni e Trasporti, Facoltà di Ingegneria, Università degli Studi di Padova, model [5] byl vylepšen a rozšířen na Department of Civil Engineering, University of Glasgow) jsou používány zejména pro modelování betonových konstrukcí zatížených vysokými teplotami.

Příklady užití

Pro tepelně-vlhkostní analýzu betonové stěny byl použit zjednodušený model, který vychází z mikromechanického přístupu Lewise a Schreflera [4]. Zjednodušení spočívá v redukci řídicích mechanizmů přenosu tepla a vlhkosti. Původní zastoupení plynné fáze porézního média – vodní pára a suchý vzduch je zredukováno pouze na vodní páru. „Nosná média" jsou pouze vodní pára, voda a teplo. Tento model byl rovněž rozšířen o soubor klimatických okrajových podmínek.

Tepelně vlhkostní analýza je tvořena čtyřmi studiemi:

- vysychání stěny za běžných klimatických podmínek bez vlivu oslunění a působení větru (obr. 2),
- proces vysychání za běžných klimatických podmínek jako v předchozí studii, navíc simulace působení tepelného zářiče na střed stěny (obr. 3),
- simulace procesu nasákání, kdy je stěna z jedné strany zatopena, hydrostatický tlak působící na povrch stěny není do výpočtu zahrnut, na povrchu je uvažována pouze přítomnost vody (plné nasycení povrchu stěny) (obr. 4),
- model nasákání od paty stěny (obr. 5).

Ve všech analýzách je uvažována betonová stěna o výšce 3 m a tloušťce 450 mm a je použito stejných materiálových parametrů, které odpovídají běžnému konstrukčnímu betonu. Za zmínku stojí hodnoty permeability vodní páry $\delta = 2{,}5.10^{-12}$ až $1{,}0.10^{-11}$ kgm/s Pa, hydraulické vodivosti $k = 1{,}0.10^{-17}$ až $1{,}0.10^{-16}$ kgm/s, tepelná vodivost $\lambda = 2{,}0$ W/m K a specifické teplo $c = 880$ J/kg K.

Z rozboru výsledků je vidět dlouhodobý, ale významný proces vysychání a nasákání betonu. U procesu vysychání je patrné výrazné zrychlení použitím zářiče nebo teplometu. Z časových důvodů a počítačových nároků bylo nutné přejít z původně plánované trojrozměrné úlohy na úlohu dvojrozměrnou. Stěna byla modelována 13 500 čtyřúhelníkovými prvky s lineárními bázovými funkcemi. Počet uzlů byl 13 846. Simulace prvních 60 d vysychání nebo nasákání stěny trvala zhruba 3 d na počítači Pentium 4 3,2 GHz, a to z důvodu malého časového kroku (někdy pouze jedna minuta vzhledem ke klimatickým podmínkám).

Závěr

Použitelnost popisovaného numerického nástroje, který je součástí programového systému SIFEL, je podstatně širší než příklady uvedených aplikací. Lze jej např. použít pro vyšetřování vlhkosti zděných anebo kamenných stěn. Jeho pomocí by také bylo možné optimalizovat rozložení teplometů a dobu jejich spuštění s ohledem na denní dobu a během dne se měnící cenu energie tak, aby byla stěna po zatopení vysušena za co nejkratší dobu, avšak za rozumnou cenu. Protože je popisovaný model součástí systému SIFEL, který obsahuje nástroje pro řešení úloh mechaniky, bylo by též možné řešit problémy, které vyžadují další sdružování úloh. Příkladem může být vyšetřování odezvy dynamicky namáhané konstrukce se zahrnutím vlivu degradace materiálu způsobené průnikem agresívních látek do jeho struktury. Takové úlohy jsou samozřejmě podstatně náročnější na zpracování, nicméně plně odpovídají svou složitostí a dobou řešení významnosti vyšetřovaných problémů, jako je např. určování zbytkové životnost.

Příspěvek byl vypracován za finanční podpory GAČR, projekt 103/05/2227.

Doc. Ing. Petr Štemberk, Ph.D.
tel.: 224 354 364
e-mail: stemberk@fsv.cvut.cz

Ing. Tomáš Krejčí, Ph.D.
tel.: 224 354 309
e-mail: krejci@cml.fsv.cvut.cz

Doc. Ing. Jaroslav Kruis, Ph.D.
tel.: 224 354 369
e-mail: jk@cml.fsv.cvut.cz

Prof. Ing. Vladimír Křístek, DrSc.
tel.: 224 353 875
e-mail: kristek@fsv.cvut.cz

všichni: Fakulta stavební ČVUT v Praze
Thákurova 7, 166 29 Praha 6

Text článku byl posouzen odborným lektorem.

Literatura:

[1] *Bažant Z. P., Thonguthai W.:* Pore pressure in heated concrete walls: theoretical prediction, Magazine of Concrete Research, 31(107)/1979, str. 67–76

[2] *Krejčí T.:* Time–dependent behavior of concrete and other porous materials, ČVUT, Praha, disertační práce, 2003

[3] *Künzel H. M., Kiessl, K.:* Calculation of heat and moisture transfer in exposed building components, Int. J. Heat Mass Transfer, 40/1997, str. 159–167

[4] *Lewis R. W., Schrefler B. A.:* The finite element method in static and dynamic deformation and consolidation of porous media, John Wiley & Sons, Chiester-Toronto, 1998, 492 stran

[5] *Tenchev R. T., Li L. Y., Purkiss, J. A.:* Finite element analysis of coupled heat and moisture transfer in concrete subjected to fire, Numerical Heat Transfer, Part A, 39/2001, str. 685–710

[6] *Kruis J.:* Domain decomposition methods for distributed computing, Saxe-Coburg Publications, Stirling, Scotland, UK, 2006