

# ZAVÁDĚNÍ EN 1992-1-1: „NAVRHOVÁNÍ BETONOVÝCH KONSTRUKCÍ“ DO PRAXE - MEZNÍ STAVY ÚNOSNOSTI PŘI PORUŠENÍ SMYKEM, KROUCENÍM A PROTLAČENÍM

## INTRODUCTION OF EN 1992-1-1 TO PRACTICE - ULTIMATE LIMIT STATES: SHEAR, TORSION, PUNCHING

SERIÁL  
EN 1992

JIŘÍ KRÁTKÝ,  
JAROSLAV PROCHÁZKA

*Příspěvek je pokračováním částí uveřejněných v předchozích číslech časopisu [8], [13], [15]. V tomto příspěvku je upozorněno na vyšetřování betonových vyztužených prvků namáhaných smykem, kroucením a protlačením.*

*This paper follows the introductory parts published in the previous numbers of this journal [8], [13], [15]. In this paper attention is drawn to investigation of reinforced concrete members subjected to shear, torsion and punching.*

### PRVKY NAMÁHANÉ SMYKEM

Při určování únosnosti železobetonových a předpjatých průřezů namáhaných smykem dochází oproti ENV 1992-1-1 [1] k některým změnám týkajícím se především smykové únosnosti prvků bez smykové výztuže a zavedení pouze jedné metody výpočtu smykové únosnosti prvků se smykovou výztuží (oproti dvěma alternativním metodám uvedeným v ENV). Vztahy uvedené v prEN 1992-1-1 [4] byly upraveny tak, aby je bylo možné použít i pro vyšší třídy betonu zavedené v této normě.

### Mezní posouvající síla u prvků bez smykové výztuže

Většina železobetonových prvků bez smykové výztuže se porušuje smykem za ohybu, tj. v šikmém průřezu, kde se smyková trhlina vyvinula z trhliny ohybové a posouvající síla je na mezi únosnosti přenášena tlačnou oblastí průřezu na konci smykové trhliny, tj. tlačným pásem vznikajícího (podle způsobu zatížení) oblouku či vzpěradla s táhlem tvořeným po-

délnou betonářskou výztuží. Podle prEN 1992-1-1 [4] se určí smyková únosnost železobetonových prvků bez smykové výztuže namáhaných ohybem ze vztahu

$$V_{Rd,cm} = C_{Rd,c} k (100\rho_l f_{ck})^{1/3} b_w d \quad (51)$$

kde  $C_{Rd,c}$  je součinitel, který podle doporučení uvedeného v prEN 1992-1-1 je dán vztahem

$$C_{Rd,c} = 0,18 / \gamma_c \quad (52)$$

v NP je možno vztah pro  $C_{Rd,c}$  upravit,  $\gamma_c$  je dílčí součinitel spolehlivosti betonu závisící na uvažované návrhové situaci (základní, nebo mimořádné),  $k$  součinitel výšky průřezu  $d$  [mm] daný vztahem

$$k = 1 + (200/d)^{1/2} \leq 2,0, \quad (53)$$

( $100\rho_l$ )<sup>1/3</sup> součinitel vlivu podélného vyztužení, kde  $\rho_l$  je stupeň vyztužení stanovený z podmínky:

$$\rho_l = A_{sl} / (b_w d) \leq 0,02, \quad (54)$$

kde  $A_{sl}$  je plocha tahové výztuže [mm<sup>2</sup>], která je od uvažovaného svislého průřezu protažena alespoň o délku  $d$  a dále je řádně ukotvena – viz obr. 22,  $d$  účinná výška průřezu [mm],  $b_w$  nejmenší šířka průřezu [mm] v jeho tahové oblasti.

Vliv tříd betonu na smykovou únosnost je ve vztahu (51) vystižen zavedením hodnoty  $f_{ck}^{1/3}$  vycházející z charakteristické pevnosti betonu v tlaku  $f_{ck}$ . Pokud do vztahu (51) dosadíme  $f_{ck}$  v MPa = N/mm<sup>2</sup> a rozměry  $b_w$ ,  $d$  v mm, obdržíme smykovou únosnost  $V_{Rd,cm}$  v N.

Vztah (51) byl odvozen z poměrně reprezentativního počtu zkoušek prostých nosníků při porušení posouvající silou [16]. Porovnání experimentálních a vypočítaných hodnot smykové únosnosti ukázalo lepší shodu u vztahu (51) než u původ-

ního vztahu uvedeného v ENV 1992-1-1.

Poněvadž smyková únosnost prutového prvku bez smykové výztuže by podle vztahu (51) klesla na nulu pro nevyztužený prvek ( $\rho_l = 0$ ), byla opět na základě zkoušek [17] odvozena minimální smyková únosnost slabě vyztužených prvků z podmínky

$$V_{Rd,c} \geq v_{min} b_w d \quad (55)$$

kde  $v_{min}$  je minimální ekvivalentní smyková pevnost [MPa] betonového prvku při rovnoměrném rozdělení návrhového mezního smykového napětí  $\tau_{Rd} = v_{min}$  po průřezu  $b_w d$ ; podle doporučení uvedeného v prEN 1992-1-1 je

$$v_{min} = 0,035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2}, \quad (56)$$

v NP je možné použít i odlišný vztah pro  $v_{min}$ .

Pokud je železobetonový prvek namáhan kromě smykem za ohybu ještě normálovou silou, zmenšuje se jeho smyková únosnost v případě, že návrhová normálová síla v průřezu je tahová ( $N_{Ed} < 0$ ) a naopak zvětšuje se, pokud je normálová síla od zatížení či předpětí tlaková ( $N_{Ed} > 0$ ). Vliv normálové (síly vyvolané vynuceným přetvořením lze zanedbat), popř. předpínací síly na smykovou únosnost je možné vyjádřit vztahem:

$$V_{Rd,cm} = 0,15 \sigma_{cp} b_w d \quad (57)$$

kde  $\sigma_{cp} = N_{Ed} / A_c \leq 0,2f_{cd}$  [MPa] a  $A_c$  je plocha celého betonového průřezu.

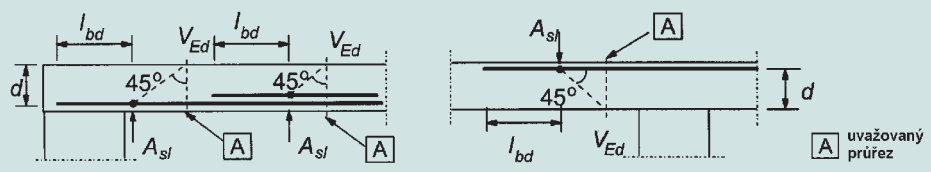
Celková smyková únosnost průřezu je

$$V_{Rd,c} = V_{Rd,cm} + V_{Rd,cm} \quad (58)$$

takže po dosazení dostaneme vztah uvedený v prEN 1992-1-1

$$V_{Rd,c} = [C_{Rd,c} k (100\rho_l f_{ck})^{1/3} + 0,15 \sigma_{cp}] b_w d. \quad (59)$$

Současně se upraví i minimální hodnota smykové únosnosti podmínkou:



Obr. 22 Definice  $A_{sl}$  ve vztahu (51)

Fig. 22 Definition  $A_{sl}$  in expression (51)

$$V_{Rd,c} \geq (v_{\min} + 0.15 \sigma_{cp}) b_w d. \quad (60)$$

Vztahy (59) a (60) tedy platí i pro předpjaté prvky bez smykové výztuže v průřezích, ve kterých mohou vzniknout trhliny od ohybu, tj. tam kde tahové napětí betonu v krajních vláknách od ohybu přestoupí při mezním stavu únosnosti hodnotu

$$\sigma_{ct} \geq f_{ctd}. \quad (61)$$

V opačném případě, tj. tam kde lze očekávat, že ohybové trhliny v předpjatém prvku nevzniknou, může být na mezi únosnosti rozhodující vznik smykových trhlin od hlavního napětí v tahu. Takové případy nastávají u podpor prostě podepřených předpjatých tuhých desek, kde se hlavním napětím v tahu porušují stěny redukované tloušťky mezi otvory. V těchto oblastech platí pro smykovou únosnost vztah odvozený z klasického vzorce odvozeného v teorii pružnosti pro hodnotu  $\sigma_{c1} = f_{ctd}$  v těžišti betonového průřezu

$$V_{Rd,c} = [(f_{ctd})^2 + \alpha_1 \sigma_{cp} f_{ctd}]^{1/2} \cdot I_b / S \quad (62)$$

kde  $I$  je moment setrvačnosti průřezu,  $S$  statický moment části průřezu nad těžišťovou osou,  $\alpha_1$  součinitel závislý na poloze průřezu v koncové oblasti prvku:

- dodatečně předpjatého  $\alpha_1 = 1,0$ ,
  - předem předpjatého  $\alpha_1 \leq 1,0$ ,
- $\sigma_{cp}$  normálové napětí v těžišti průřezu pro  $N_{Ed} = N_p > 0$  (tlak), tj.  $\sigma_{cp} = N_p / A_c$ .

Posouzení smykové únosnosti podle vztahu (62) se nemusí provádět v průřezích bližších k podpoře, než je bod průsečíku střednice prvku a šikmého průřezu vy-

cházejícího z líce uložení pod úhlem 45°.

Smyková únosnost železobetonových prvků bez smykové výztuže také *vzrůstá v blízkosti podpor vlivem svislých tlakových napětí od přímého zatížení*, která způsobí, že betonové tlakové diagonály mají strmější sklon a tudíž i větší únosnost. Toto zvýšení únosnosti se podle zkoušek [18] projevuje v průřezích od líce uložení do vzdálenosti  $x = 2d$  při přímém spojitým (rovnoměrném) zatížení a  $x = 2,5d$  při přímém působení osamělých břemen umístěných až do této vzdálenosti, pokud podélná tahová výztuž je řádně zakotvena za lícem uložení. Toto zvýšení smykové únosnosti je v normě prEN 1992-1-1 vyjádřeno bezpečně do vzdálenosti  $2d$  od líce uložení součinitelem

$$\beta = 2d / x \leq 4,0, \quad (63)$$

kterým se ve vztahu (58) vynásobí veličina  $V_{Rd,cm}$ , přičemž musí být splněna podmínka

$$V_{Rd} = \beta V_{Rd,cm} + V_{Rd,cm} \leq 0,5 v f_{cd} b_w d, \quad (64)$$

kde  $v$  je součinitel únosnosti tlakových diagonál, který se určí ze vztahu

$$v = 0,6 (1 - f_{ck} [\text{MPa}] / 250). \quad (65)$$

### Mezní posouvající síla u prvků se smykovou výztuží

Výpočet smykové únosnosti železobetonových prvků se smykovou výztuží podle prEN 1992-1-1 vychází z metody analogie se staticky určitou přímopásovou příhradovinou – viz obr. 23.

U příhradového modelu se může měnit sklon tlakových diagonál, tj. úhel  $\theta$ , který diagonály svírají s taženým pásem (podélnou výztuží). Pro mezní stav únosnosti ve smyku je pak rozhodující buď únosnost

smykové výztuže v šikmé trhlíně, která má stejný sklon jako tlaková diagonála, nebo únosnost samotné tlakové diagonály. Únosnost smykové výztuže lze odvodit z příhradové analogie nebo rovnováhy sil v šikmé smykové trhlíně, za předpokladu dosažení návrhové pevnosti smykové výztuže  $f_{ywd}$ , stejně jako u předběžné ENV 1992-1-1. Úplně obdobná je i situace u tlakových diagonál, jejichž únosnost je závislá na návrhové pevnosti betonu v tlaku  $f_{cd}$  upravené součinitelem  $v$  a dále na úhlu jejich sklonu  $\theta$ .

Dále uvedeme nejběžnější případ železobetonového prvku vyztuženého svislou smykovou výztuží (svislými třmínky). Návrhová únosnost svislých třmínků roste též s hodnotou  $\cotg \theta$  podle vztahu

$$V_{Rd,s} = A_{sw} f_{ywd} z \cotg \theta / s, \quad (66)$$

je však omezena únosností tlakových diagonál, která se zmenšuje na rozdíl od únosnosti smykové výztuže s rostoucí hodnotou  $\cotg \theta > 1,0$ , podle vztahu

$$V_{Rd,max} = v f_{cd} b_w z / (\tg \theta + \cotg \theta) = v f_{cd} b_w z \cotg \theta / (1 + \cotg^2 \theta) \quad (67)$$

kde  $A_{sw}$  je plocha všech větví jednoho třmínku,  $f_{ywd}$  návrhová pevnost smykové výztuže,  $s$  rozteč jednotlivých třmínků,  $z$  rameno vnitřních sil v průřezu, které lze zavést přibližnou hodnotou  $z = 0,9d$ ,  $b_w$  minimální šířka průřezu mezi taženým a taženým pásem – viz obr. 23,  $v$  součinitel daný vztahem (65),  $\theta$  úhel sklonu tlakových diagonál, který by měl splňovat doporučený vztah (68), který lze v NP upravit.

$$1 \leq \cotg \theta \leq 2,5, \quad (68)$$

Pro zajištění dostatečného přetvoření (duktility) při smykovém namáhání železobetonového prvku se požaduje, aby smyková výztuž vyhovovala podmínce

$$A_{sw} f_{ywd} / (b_w s) \leq 0,5 v f_{cd} \quad (69)$$

Podmínku (69) lze napsat ve tvaru

$$\tau_{Rd,w} \leq 0,5 v f_{cd} \quad (70)$$

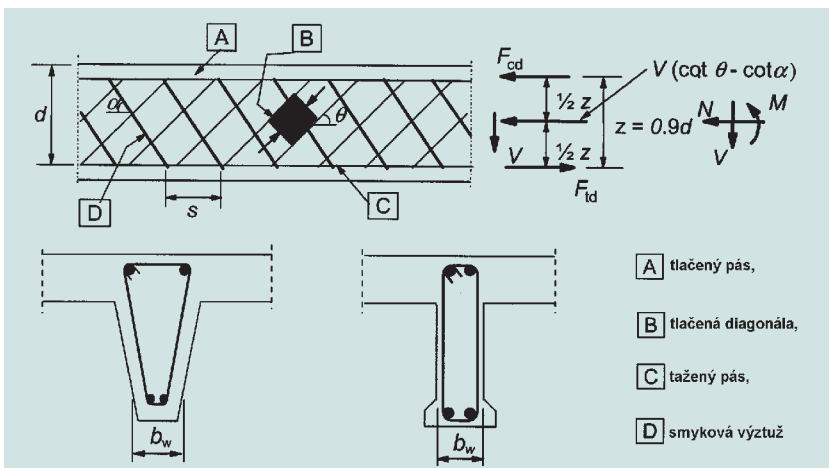
kde  $\tau_{Rd,w}$  je ekvivalentní mezní smykové napětí betonového prvku se smykovou výztuží, které lze vyjádřit vztahem

$$\tau_{Rd,w} = \rho_w f_{ywd} \quad (71)$$

kde  $\rho_w$  je stupeň smykového vyztužení daný vztahem

$$\rho_w = A_{sw} / (b_w s). \quad (72)$$

Obr. 23 Příhradový model a označení pro železobetonové prvky  
Fig. 23 Truss model and notation for shear reinforced members



Z hlediska minimálního smykového vyztužení musí platit podmínka

$$V_{Rd,s} \geq V_{Rd,c} \quad (73)$$

tj. únosnost prvku se smykovou výztuží nemůže klesnout pod únosnost téhož prvku bez smykové výztuže.

Vztah (66) lze napsat s přihlédnutím ke vztahům (71) a (72) ve tvaru

$$V_{Rd,s} = \tau_{Rd,w} b_w z \cotg \theta \quad (74)$$

Při posouzení navrženého prvku se smykovou výztuží je vhodné zvolit sklon tlakových diagonál tak, aby platila rovnice

$$V_{Rd,s} = V_{Rd,max} \quad (75)$$

Po dosažení vztahů (74) a (67) dostaneme rovnici

$$\tau_{Rd,w} b_w z \cotg \theta = v f_{cd} b_w z \cotg \theta / (1 + \cotg^2 \theta) \quad (76)$$

odkud

$$\cotg \theta = (v f_{cd} / \tau_{Rd,w} - 1)^{1/2}, \quad (77)$$

přičemž  $\cotg \theta$  musí splňovat podmínku (68).

Po stanovení hodnoty  $\cotg \theta$  lze určit  $V_{Rd,s}$  ze vztahu (66) a při splnění podmínky spolehlivosti pro posouvající sílu od návrhového zatížení  $V_{Sd}$  v daném průřezu:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd,s} \quad (78)$$

Lze považovat smykové vyztužení za vyhovující.

Při návrhu smykové výztuže je vhodné vycházet z předpokladu, že rozhodují tlakové diagonály, a položit

$$V_{Sd} = V_{Rd,max} \quad (79)$$

Po dosažení vztahu (67) a úpravě dostaneme rovnici

$$\tau_{Sd,w} = v f_{cd} \cotg \theta / (1 + \cotg^2 \theta) \quad (80)$$

kde  $\tau_{Sd,w}$  je ekvivalentní rovnoměrné smykové napětí v betonovém průřezu od návrhového zatížení, které je též omezeno podmínkou

$$\tau_{Sd,w} = V_{Sd} / (b_w z) \leq 0,5 v f_{cd} \quad (81)$$

Dosažením vztahů (81) a (77) do rovnice (80) lze odvodit kvadratickou rovnici

$$\tau_{Sd,w}^2 = \tau_{Rd,w}^2 v f_{cd} - \tau_{Rd,w}^2 \quad (82)$$

a z ní potřebné mezní smykové napětí smykové výztuže betonového prvku

$$\tau_{Rd,w} = 0,5 v f_{cd} - [(0,5 v f_{cd})^2 - \tau_{Sd,w}^2]^{1/2} \quad (83)$$

a posléze potřebný stupeň smykového vyztužení

$$\rho_w = \tau_{Rd,w} / f_{ywd} \quad (84)$$

Uvedený způsob návrhu smykové výztuže však platí pouze, pokud ze vztahu (77) vyjde doporučené omezení ( $\cotg \theta \leq 2,5$ ). Při větších vypočtených hodnotách  $\cotg \theta$  je třeba uvažovat pouze připsanou mezní hodnotu (např.  $\cotg \theta = 2,5$ ) a stupeň smykového vyztužení určit ze vztahu (74) při zachování rovnice

$$V_{Sd} = V_{Rd,s} \quad (85)$$

Pro doporučené omezení  $\cotg \theta = 2,5$  pak platí  $\tau_{Rd,w} = \tau_{Sd,w} / 2,5$  a  $\rho_w = \tau_{Sd,w} / 2,5 f_{ywd}$ .

Z uvedeného porovnání plyne, že únosnost tlakových diagonál a tudíž i smyková únosnost prvku se přizpůsobuje rostoucímu stupni smykového vyztužení zvětšování sklonu (úhlu  $\theta$ ) diagonál, který sledují i smykové trhliny na mezi únosnosti, čímž roste únosnost diagonál podle vztahu (67).

Obdobně jako u svislé smykové výztuže lze postupovat i pro železobetonové prvky se šikmou smykovou výztuží (šikmé třmínky nebo ohyby) s upravenými vztahy pro únosnost

$$V_{Rd,sy} = A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha z \cdot (\cotg \theta + \cotg \alpha) / s; \quad (86)$$

pro zajištění dostatečné smykové ductility je požadováno

$$\tau_{Rd,w} = A_{sw} f_{ywd} / b_w s \leq 0,5 v f_{cd} \sin \alpha / (1 - \cos \alpha); \quad (87)$$

přičemž maximální smyková únosnost prvku je dána únosností tlakové diagonály

$$V_{Rd,max} = v f_{cd} b_w z (\cotg \theta + \cotg \alpha) / (1 + \cotg^2 \theta) \quad (88)$$

U předpjatých prvků, na které působí předpínací síla  $N_p > 0$ , se s růstem této síly smyková únosnost  $V_{Rd,max,p}$  nejprve zvětšuje, pak se ustálí na maximální hodnotě, a nakonec opět klesá s tím, jak se normálová síla blíží únosnosti prvku v tlaku. V prEN 1992-1-1 je tento průběh únosnosti vyjádřen na základě zkoušek [19] pomocí součinitele  $\alpha_c$ , kterým se vynásobí maximální smyková únosnost

Obr. 24 Břemena působící ve vzdálenosti  $a_v \leq 2d$  od líce uložení

Fig. 24 Loads applied at the distance  $a_v \leq 2d$  from the edge of a support

$V_{Rd,max}$  železobetonového prvku, takže platí obdobně k (67) nebo (88)

$$V_{Rd,max,p} = \alpha_c V_{Rd,max} \quad (89)$$

kde  $\alpha_c$  je součinitel, pro který jsou doporučeny vztahy

$$\alpha_c = 1 + \sigma_{cp} / f_{cd} \quad \text{pro } 0 \leq \sigma_{cp} \leq 0,25 f_{cd} \quad (90a)$$

$$\alpha_c = 1,25 \quad \text{pro } 0,25 f_{cd} \leq \sigma_{cp} \leq 0,5 f_{cd} \quad (90b)$$

$$\alpha_c = 2,5 (1 - \sigma_{cp} / f_{cd}) \quad \text{pro } 0,5 f_{cd} \leq \sigma_{cp} \leq 1,0 f_{cd} \quad (90c)$$

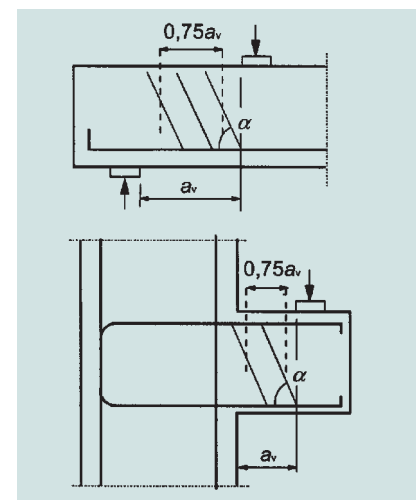
kteřé mohou být v NP upraveny.  $\sigma_{cp}$  je normálové napětí v tlaku v těžišti betonového průřezu  $A_c$ , přičemž  $\sigma_{cp} = N_p / A_c$ . Pro předpjaté platí tedy všechny uvedené vztahy pro železobetonové prvky s tím rozdílem, že pokud se v nich vyskytuje součinitel  $v$ , připojí se ještě součinitel  $\alpha_c$ .

Při přímém zatížení osamělými břemeny působícími ve vzdálenosti  $a_v \leq 2d$  od líce uložení (viz obr. 24) lze opět na základě zkoušek [20], stejně jako u prvků bez smykové výztuže, využít zvýšené smykové únosnosti průřezu podle vztahu (64) a přičíst vliv veškeré smykové výztuže  $\Sigma A_{sw}$  protínající smykovou trhlínu v 3/4 střední oblasti vzdálenosti osamělého břemene od líce uložení, podle vztahu doplněného podmínkou

$$V_{Rd} = \beta V_{Rd,cm} + V_{Rd,cm} + \Sigma A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha \leq V_{Rd,max,p} \quad (91)$$

#### PRVKY NAMÁHANÉ KROUCENÍM

Prvky betonových konstrukcí namáhané kroucením lze podle významu kroucení na zajištění rovnováhy konstrukce rozdělit do dvou kategorií:



1) Prvky, u kterých namáhání kroucením má podružný význam, protože s přihlédnutím k celkovému uspořádání konstrukce, kroucení nerozhoduje o rovnováze nosné soustavy. Tuhost prvku v kroucení totiž značně poklesne po vzniku trhlin, např. u obvodového průvlaku (obr. 25). Při dimenzování není tedy třeba takové prvky vyšetřovat na účinky kroucení.

2) Prvky, u kterých namáhání kroucením je významné, neboť rozhoduje o rovnováze konstrukce. Např. obvodový průvlak montované konstrukce (obr. 26a), trám s jednostranně připojenou konzolovou deskou (obr. 26b). Takové prvky je nutné dimenzovat na účinky kroucení.

### Chování kroucených prvků a způsoby jejich porušení

#### • Kroucené prvky do vniku trhlin

Výsledky zkoušek ukazují, že železobetonový nosník namáhaný kroutícím momentem  $T$  se chová až do vzniku trhlin přibližně jako pružný. Velikost a rozdělení napětí se však neshoduje úplně s teoretickými výsledky stanovenými pro nosník homogenní. Pro železobetonový nosník lze hodnotu maximálního smykového napětí od kroucení uprostřed delší strany ( $h$ ) průřezu určit ze vztahu

$$\tau_{t,max} = T / W_t \quad (92)$$

kde  $W_t$  je modul průřezu v kroucení; např. pro obdélníkový průřez je

$$W_t = [1 / (3 + 2b / h)] b h^2$$

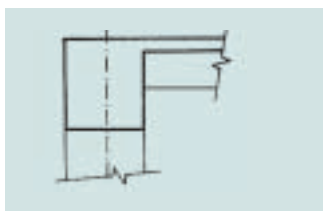
( $b$  je kratší strana průřezu).

#### • Kroucené prvky po vzniku trhlin

Zvyšuje-li se namáhání nosníku na kroucení, vznikají v důsledku napětí v hlavním tahu od kroucení  $\sigma_{1t}$  šikmé trhliny (obr. 27) svírající se střednicí prvku úhel přibližně 45°. Tyto trhliny vznikají v místech, kde je  $\tau_{t,max}$ , tj. kolem středu delší strany prvku. S rostoucím zatížením se trhliny prodlužují k hranám a přecházejí do kratších stran.

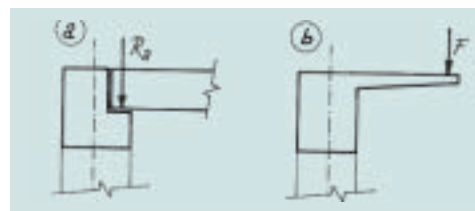
U prvků nevyztužených na kroucení je vznik těchto tahových trhlin zároveň mezi porušení prvku. Pokud je však prvek opatřen výtuzí schopnou převzít hlavní tahy od kroucení, je mezi porušení prvku buď stav, kdy tato výtuzí dosáhne meze kluzu a dojde k nadměrnému zkrucování prvku, nebo (při silném vyztužení) případ, kdy hlavní tlakové napětí dosáhne pevnosti betonu v tlaku a dojde k drcení betonu.

Účinky kroucení se však navíc zpravidla kombinují s účinky posouvajících sil a po-



Obr. 25 Obvodový průvlak s jednostranně připojenou stropní konstrukcí.

Fig. 25 Spandrel beam with one-sided connected floor structure



Obr. 26 Kroucené prvky: a) obvodový průvlak montované konstrukce, b) trám se zatíženou konzolovou deskou

Fig. 26 Torsional elements: a) spandrel beam of prefabricated structure, b) beam with loaded cantilever

př. ohybových momentů. Většinou rozhoduje kombinace posouvajících sil a kroutících momentů.

### Výpočet porušení betonového prvku kroucením

#### • Smyková síla vyvozená kroucením

Smykový tok ve stěně průřezu namáhaného čistým kroucením lze stanovit (s přihlédnutím k Bredtovu vzorci) ze vztahu

$$\tau_{t,i} t_{ef,i} = \frac{T_{Ed}}{2A_k} \quad (93)$$

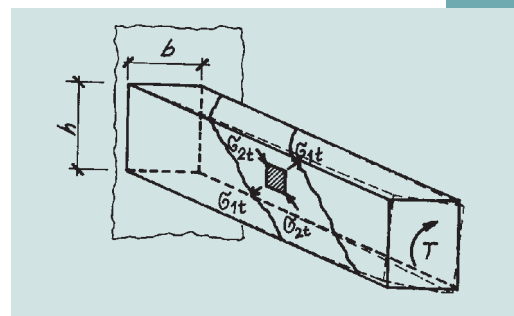
Smyková síla  $V_{Ed,i}$  ve stěně  $i$  vyvozená kroucením je

$$V_{Ed,i} = \tau_{t,i} t_{ef,i} z_i \quad (94)$$

kde  $T_{Ed}$  je návrhová hodnota kroutícího momentu vyvozeného zatížením (viz obr. 28);  $A_k$  plocha uzavřená střednicemi stěn průřezu, včetně ploch vnitřních otvorů;  $\tau_{t,i}$  smykové napětí ve stěně  $i$ ;  $t_{ef,i}$  účinná tloušťka stěny; lze ji uvažovat rovnou  $A/u$ , ale nemá být menší než dvojnásobek vzdálenosti mezi okrajem průřezu a střednicí podélné výtuzi; u průřezů s otvory ne však více než je tloušťka stěny průřezu;  $A$  celková plocha průřezu ohraničeného vnějším obvodem (tedy včetně ploch vnitřních otvorů);  $u$  vnější obvod průřezu;  $z_i$  délka střednice stěny  $i$  definovaná jako vzdálenost mezi průsečíky střednic přilehlých stěn.

#### • Smyková výtuzí na kroucení (třmínky)

Požadovaná příčná výtuzí na účinky kroucení a posouvající síly pro průřezy oslabené otvory i bez nich, může být stanovena za předpokladu superpozice obou účinků při uvažování stejného sklonu tlakových diagonál  $\theta$ , stanoveného pro posouvající sílu. Limitní hodnoty  $\theta$  platné pro smyk při porušení posouvající silou jsou stejné i v případě kombinovaného účinku smyku od posouvající síly a kroucení.



Obr. 27 Deformace a trhliny nosníku namáhaného na kroucení

Fig. 27 Deformation and cracks of the beam subjected to a torsional moment

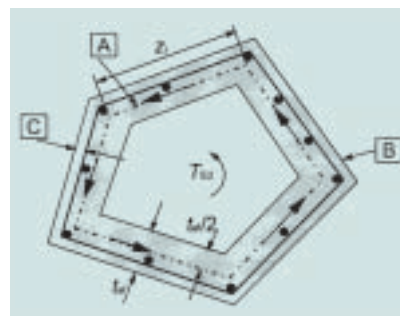
#### • Maximální únosnost ve smyku

Maximální únosnost prvku namáhaného posouvající silou a kroucením je dána únosností tlavených diagonál. Aby nebyla přestoupena tato únosnost, musí být splněna následující podmínka:

- u průřezů bez otvorů

Obr. 28 Označení a definice krouceného průřezu, A – střednice; B – Vnější okraj účinného průřezu, obvod  $u$ ; C – krytí

Fig. 28 Notations and definitions of the cross section subjected to a torsional moment, A – centre line; B – outer edge of effective cross section, circumference  $u$ ; C – cover



$$\left(\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,max}}\right)^2 + \left(\frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}}\right)^2 \leq 1,0 \quad (95)$$

- u průřezů s otvory

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,max}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}} \leq 1,0 \quad (96)$$

kde  $T_{Ed}$  je návrhová hodnota kroutícího momentu,  $V_{Ed}$  návrhová hodnota posouvající síly,  $T_{Rd,max}$  návrhový mezní kroutící moment stanovený podle vztahu

$$T_{Rd,max} = 2 v \alpha_c A_k t_{ef,i} \sin \theta \cos \theta, \quad (97)$$

v,  $\alpha_c$  viz vztahy (65), (90),  $V_{Rd,max}$  maximální mezní únosnost posouvající síly – viz (67) nebo (88), (89).

• **Podélná výtuzň na kroucení**

Nutná průřezová plocha podélné výtuzň na kroucení  $\Sigma A_{s,l}$  může být stanovena ze vztahu

$$\frac{\Sigma A_{s,l} f_{yd}}{u_k} = \frac{T_{Ed}}{2A_k} \cos \theta \quad (98)$$

kde  $u_k$  je obvod plochy  $A_k$ ;  $f_{yd}$  návrhová hodnota meze kluzu podélné výtuzň  $A_{s,l}$ ;  $\theta$  úhel sklonu tlačných diagonál – viz vztah (68).

V tlačném pásu může být podélná výtuzň redukována úměrně s ohledem na působící tlakovou sílu. V taženém pásu podélná výtuzň musí být přidána k ostatní výtuzň. Podélná výtuzň musí být rozdělena po délce strany  $z_i$ ; u malých průřezů může být soustředěna na koncích této

délky. Pro přibližně obdélníkové průřezy bez otvorů je možno navrhnout minimální ohybovou výtuzň, pokud je splněna podmínka

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,c}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,c}} \leq 1,0 \quad (99)$$

kde  $T_{Rd,c}$  je kroutící moment stanovený při uvažování  $\tau_{ti} = f_{ctd}$ ;  $V_{Rd,c}$  posouvající síla na mezi únosnosti přenášena pouze betonem.

**PRVKY NAMÁHANÉ PROTĚČENÍM**

Při určování únosnosti železobetonových a předpjatých průřezů namáhaných protěčením dochází oproti ENV 1992-1-1 [1] k některým změnám týkajícím se především názvosloví, kde místo pojmů „kritický průřez, kritický obvod“ se používá „kontrolovaný průřez, kontrolovaný obvod“, při čemž dochází ke změně v umístění základního kontrolovaného průřezu na protěčení a jeho hledání u základových patek, dále dochází k upřesnění vlivu ohybových momentů na smykové namáhání při protěčení a změny v označování smykového napětí – pozor: **nyní se smykové napětí označuje stejně jako dříve posouvající síla vztahená na jednotku délky, tedy značkou  $v$ .**

**Smyková únosnost lokálně podepřených desek bez smykové výtuzň u vnitřních sloupů**

Při určování této únosnosti se vychází z charakteristické pevnosti betonu  $f_{ck}$  obdobně jako u smyku. Návrhová hodnota smykové pevnosti betonu při porušení protěčením je dána vztahem

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} k (100\rho_l f_{ck})^{1/3} \leq v_{min}, \quad (100)$$

kteřý byl opět odvozen z poměrně reprezentativního počtu zkoušek protěčením [21], [22]. Uvedený vztah se dobře shoduje se vztahem (51), zde se však jedná o smykovou pevnost. Při výpočtu součinitele  $k$  se zde účinná výška desky  $d$  stanoví jako aritmetický průměr účinných výšek  $d_y$  a  $d_z$  ve dvou navzájem kolmých směrech, tj.  $d = (d_y + d_z)/2$ , a dále stupeň výtuzň  $\rho_l$  se stanoví jako geometrický průměr stupňů výtuzň  $\rho_{ly}$  a  $\rho_{lz}$  ve dvou navzájem kolmých směrech při uvažování desky o šířce rovné šířce sloupu a trojnásobku tloušťky desky  $d$  po každé stra-

ně, přičemž  $\rho_l = (\rho_{ly} \cdot \rho_{lz})^{1/2} \leq 0,02$ .

Minimální hodnota smykové pevnosti betonu v protěčení  $v_{min}$  omezuje návrhovou hodnotu  $v_{Rd,c}$  zdola a lze ji uvažovat obdobně jako při porušení prvků posouvající silou – viz vztah (56).

Mezní posouvající sílu při porušení protěčením u železobetonové desky bez smykového výtuzň lze stanovit ze vztahu

$$V_{Rd,c} = v_{Rd,c} u_i d \geq v_{min} u_i d \quad (101)$$

kde  $u_i$  je délka kontrolovaného obvodu u protěčení. U lokálně podepřených desek bez smykové výtuzň na protěčení se zpravidla kontroluje obvod délky  $u_1$  základního kontrolovaného průřezu, kteřý má sice stejný tvar jako v ENV 1992-1-1, ale je veden ve vzdálenosti  $2d$  od líce sloupu – viz obr 29.

Pokud je lokálně podepřená železobetonová deska bez smykové výtuzň namáhána ještě tlakovou normálovou silou, lze zvýšit smykovou pevnost betonu  $v_{Rd,c}$  a  $v_{min}$  ve vztahu (101) o hodnotu

$$v_{Rd,cs} = 0,10 \sigma_{cp}, \quad (102)$$

kde  $\sigma_{cp} = (\sigma_{cy} + \sigma_{cz})/2$ ,  $\sigma_{cy}$ ,  $\sigma_{cz}$  jsou normálová napětí betonu v kontrolovaném průřezu na protěčení ve směru  $y$ ,  $z$  ( $\sigma_c > 0$  značí tlak). Při tom platí vztah

$$\sigma_{cy,z} = N_{E_{dy,z}} / A_{cy,z} \quad (103)$$

kde  $N_{E_{dy,z}}$  je příslušná normálová (popř. předpínací) síla, kteřá působí při vnitřních sloupech na celý uvažovaný deskový pruh, avšak při obvodových sloupech jen na šířku příslušného kontrolovaného průřezu,  $A_{cy,z}$  plocha betonového průřezu definovaného u příslušné normálové síly  $N_{E_{dy,z}}$ .

**Smyková únosnost lokálně podepřených desek se smykovou výtuzň u vnitřních sloupů**

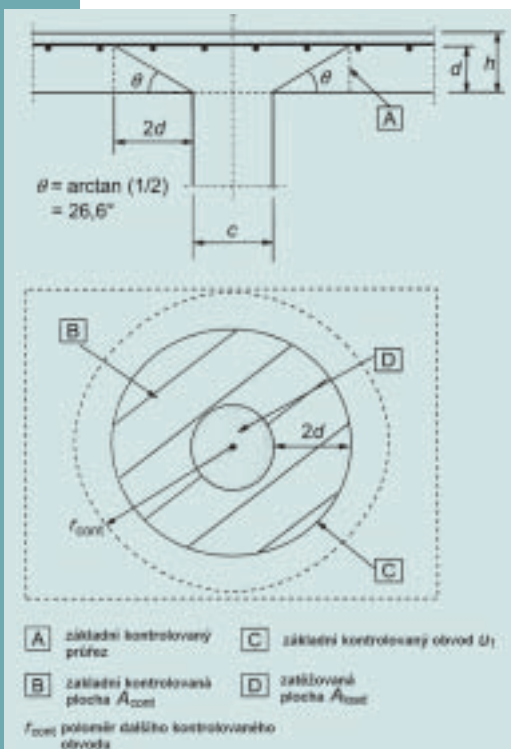
Smyková únosnost desky se smykovou výtuzň se stanoví ze vztahu

$$v_{Rd,cs} = 0,75 v_{Rd,c} + 1,5(d/s_r) \cdot (A_{sw} / u_i d) f_{ywd,ef} \sin \alpha \quad (104)$$

kde  $A_{sw}$  je plocha smykové výtuzň umístěné na kontrolovaném obvodu  $u_i$  okolo sloupu,  $s_r$  radiální rozteč obvodů smykového výtuzň,  $f_{ywd,ef}$  efektivní návrhová pevnost smykové výtuzň na protěčení, kteřá se určí ze vztahu

$$f_{ywd,ef} [\text{MPa}] = 250 + 0,25 d \leq f_{ywd} \quad (105)$$

a  $\alpha$  je úhel, kteřý svírá smyková výtuzň se střednicovou rovinou desky. Pokud smy-



Obr. 29 Model pro ověření smykové únosnosti při porušení protěčením  
Fig. 29 Verification model for punching shear at ultimate limit state

kovou výztuž na protlačení tvoří ohyby v jedné řadě, lze do vztahu (104) dosadit za poměr  $d / s_f$  hodnotu 0,67.

Uvedené redukce pevnosti betonu  $v_{Rd,c}$  a pevnost výztuže  $f_{ywd}$  ve vztazích (104) a (105) je zdůvodňována tím, že po vytvoření smykových trhlin a při jejich rozvírání dochází k snižování podílu betonu na únosnosti a u smykové výztuže v rozsahu smykového kužele nemusí být všude zajištěno plné kotvení [23]. Proto se též požaduje, aby první vrstva smykového vyztužení ležela ve vzdálenosti  $0,3 d$  až  $0,5 d$  od líce sloupu a radiální rozteč obvodů vrstev smykového vyztužení nebyla větší než  $0,75 d$ , obr. 31.

Mezní posouvající síla při porušení protlačení desky se smykovou výztuží na obvodu  $u_1$  základního kontrovaného průřezu

$$V_{Rd,cs} = v_{Rd,cs} u_1 d \quad (106)$$

je však omezena tlakovou únosností smykového kužele těsně u líce podporujícího sloupu, tj. podmínkou

$$V_{Rd,cs} \leq V_{Rd,max} = v_{Rd,max} u_0 d, \quad (107)$$

kde  $v_{Rd,max}$  je maximální smyková pevnost,

$$v_{Rd,max} = 0,5v f_{cd},$$

kde  $v = 0,6 (1 - f_{ck} / 250)$ ,  $u_0$  účinný obvod sloupu, který u vnitřního sloupu se rovná jeho skutečnému obvodu a u okrajového, popř. rohového sloupu se příslušně redukuje.

### Podmínky spolehlivosti lokálně podepřené desky v protlačení

Posouzení se provádí porovnáním smykového napětí od návrhového zatížení  $v_{Ed}$  s návrhovou smykovou pevností  $v_{Rd}$  na kontrovaném obvodu kritického průřezu. Toto posouzení se provádí u desk se smykovou výztuží alespoň ve třech kritických průřezích podle následujících podmínek

a) těsně u líce sloupu na obvodu  $u_0$

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,max} \quad (108)$$

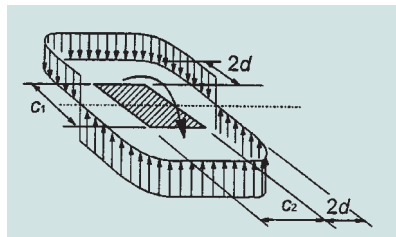
b) na obvodu  $u_1$  základního kontrovaného průřezu

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,cs} \quad (109)$$

c) na vnějším účinném obvodu  $u_{outf}$  kontrovaného průřezu, kde již není třeba smykové výztuže

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,c} \quad (110)$$

Smykové napětí vyvolané posouvající sí-



Obr. 30 Rozdělení smykového napětí od nevyrovnaného momentu u spojení vnitřního sloupu a desky

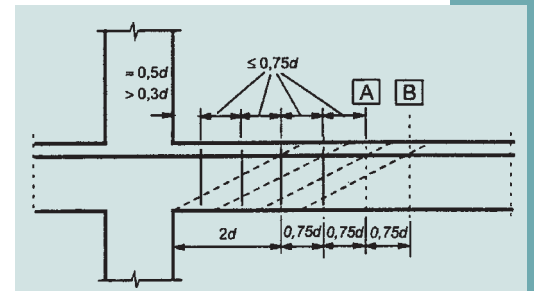
Fig. 30 Shear distribution due to an unbalanced moment at a slab-internal connection

lou na protlačení  $V_{Ed}$  od návrhového zatížení na kontrovaném obvodu  $u_1$  je

$$v_{Ed} = \beta V_{Ed} / (u_1 d), \quad (111)$$

kde  $\beta$  je součinitel nesymetrického protlačení, který při symetrickém porušování se uvažuje  $\beta = 1,0$  a v ostatních případech  $\beta > 1,0$ .

Pro konstrukce, u kterých boční stabilita nezávisí na rámovém působení styčnic mezi deskami a sloupy, a pokud se rozpětí sousedních polí neliší více jak o 25 %, lze použít přibližné hodnoty  $\beta$ , které byly uvedeny již v [1], které však mohou být upraveny v NP. V ostatních případech uvádí prEN 1992-1-1 [4] podrobný postup stanovení součinitele  $\beta$  v závislosti na výstřednosti posouvající síly  $V_{Ed}$  vnášející do sloupu ohybový moment  $M_{Ed}$  za předpokladu, že smykové napětí se po



Obr. 31 Kontrolovaný průřez B, ve kterém není zapotřebí smyková výztuž

Fig. 31 Control perimeter B at which shear reinforcement is not required

obvodu základního kontrovaného průřezu rozdělí podle zásad plastického chování tj. rovnoměrně – viz obr. 30.

Při stanovení vnějšího obvodu  $u_{outf}$  kritického průřezu, ve kterém se posuzuje podmínka (110) požaduje prEN 1992-1-1 [4], aby tento průřez ležel ve vzdálenosti  $1,5 d$  od posledního obvodu smykové výztužení – viz obr. 31.

Tento příspěvek byl vypracován za podpory výzkumného záměru MSM 210000001.

Prof. Ing. Jaroslav Procházka, CSc.

Doc. Ing. Jiří Krátký, CSc.

Kat. beton. konstr. a mostů, FSv ČVUT

Thákurova 7, 166 29 Praha 6

tel.: 224 354 633, fax: 233 335 797

e-mail: proch@beton.fsv.cvut.cz

### Literatura

- [15] Zavádění EN 1992: „Navrhování betonových konstrukcí“ do praxe – Mezní stavy únosnosti při namáhání ohybem s případnou normálovou silou, účinky druhého řádu; in Beton TKS, ročník 3, č. 3/2003, str. 48–53
- [16] König G., Fischer J.: Model Uncertainties concerning Design Equations for the Shear Capacity of Concrete. Members without Shear Reinforcement. CEB Bulletin 224, July 1995, s. 49–100
- [17] Aster H., Koch R.: Schubtragfähigkeit dicker Stahlbetonplatten. Beton- und Stahlbetonbau, 1974/11
- [18] Regan P. E.: Enhancement of shear resistance in short shear spans of reinforced concrete. Evaluation of UK recommendations and particularly of BD-44/95, University of Westminster, London, 1998, s.15
- [19] Walraven J. C.: Shear in prestressed concrete, CEB-Bulletin d'Information, Nr. 180, 1987, s.144
- [20] Asin M.: The behavior of reinforced concrete deep beams, PhD-Thesis, Delft University of Technology, The Netherlands 2000
- [21] Kinnunen S., Nylander H.: Punching of concrete slabs without shear reinforcement. Transactions of the royal Institute of Technology, Stockholm, CE 3, Nr. 158, 1960
- [22] Hallgren M.: Punching shear tests on reinforced high strength concrete slabs. KTH Stockholm. Technical Report 1994, Nr. 14. Structural Mechanics
- [23] Regan P. E.: Ultimate Limit States Principles, Model Code Text Book, Part 7.4 Punching, in fib-Bulletin 2, Structural Concrete, July 1999, Vol. 2, s. 202–223