

# ZAVÁDĚNÍ EN 1992-1-1: „NAVRHOVÁNÍ BETONOVÝCH KONSTRUKCÍ“ DO PRAXE - MEZNÍ STAVY PORUŠENÍ PŘI NAMÁHÁNÍ OHYBEM S PŘÍPADNOU NORMÁLOVOU SILOU, ÚČINKY DRUHÉHO ŘÁDU

SERIÁL  
EN 1992

## INTRODUCTION OF EN 1992-1-1 TO PRACTICE - ULTIMATE LIMIT STATES: BENDING WITH OR WITHOUT AXIAL FORCE, SECOND ORDER EFFECTS

JAROSLAV PROCHÁZKA

*Príspevok je pokračovaním častí uverejnených v predchádzajúcich číslach tohto časopisu [8], [13]. V tejto časti je upozorneno na vyšetrovanie betonových vyztužených prúžkov namáhaných ohybom s prípadnou normálovou silou a štíhlych tlačných prvků.*

*This paper follows the introductory parts published in the previous numbers of this journal [8], [13]. In this part attention is drawn to investigation of reinforced concrete cross sections subjected to bending with or without normal force and slender compression members.*

### PRŮŘEZY NAMÁHANÉ OHYBEM S PŘÍPADNOU NORMÁLOVOU SILOU

#### Všeobecně

V dalším bude pojednáno o průřezech v tzv. bezporuchových oblastech B (viz [13]), tj. průřezech, u nichž lze přibližně předpokládat zachování jejich rovinnosti

před a po zatížení. Poruchové oblasti D musí být vyšetřovány např. s použitím analogických přihradových modelů.

Při určování únosnosti železobetonových a předpjatých průřezů se vychází ze stejných předpokladů jaké jsou uvedeny v ENV 1992-1-1 i ČSN 73 1201 (až na hodnoty mezních přetvoření), a to:

- zachovává se rovinnost průřezů,
- poměrné přetvoření soudržné betonářské i předpínací výtuzi v tahu i v tlaku je rovno poměrnému přetvoření v přilehlém betonu,
- pevnost betonu v tahu se zanedbává
- napětí v tlacím betonu se určí z návrhového pracovního diagramu (obr. 2 b, c, event. d viz [8]),
- napětí v betonářské, popř. předpínací výtuzi se určí z návrhových pracovních diagramů (obr. 4, 6 viz [8]),
- při určení napětí v předpínací výtuzi se přihlíží k jejímu počátečnímu poměrnému přetvoření.

V mezních stavech únosnosti je omezeno poměrné přetvoření:

- betonu v tlaku hodnotami  $\epsilon_{cu2}$  nebo  $\epsilon_{cu3}$

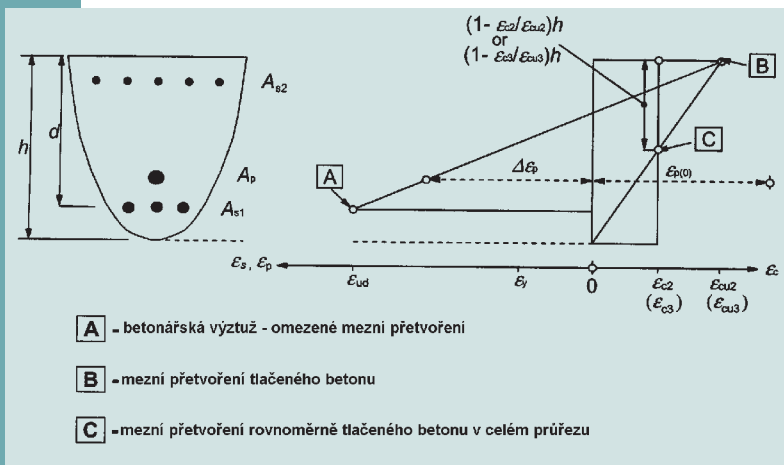
(Tab. 1 viz [8]) v závislosti na tvaru použitého pracovního diagramu betonu (obr. 2 b, c viz [8])

- betonářské, popř. předpínací výtuzi hodnotami  $\epsilon_{td}$  u bilineárních pracovních diagramů se stoupající větví (obr. 4, 6 viz [8]), v případě vodorovné větve lze předpokládat  $\epsilon_{td} = \infty$ .

U železobetonových průřezů namáhaných centrickým zatížením se uvažuje poměrné přetvoření betonu v tlaku  $\epsilon_{c2}$  nebo  $\epsilon_{c3}$  (Tab. 1 viz [8]) v závislosti na tvaru použitého pracovního diagramu betonu. Možné oblasti poměrných přetvoření jsou uvedeny na obr. 14.

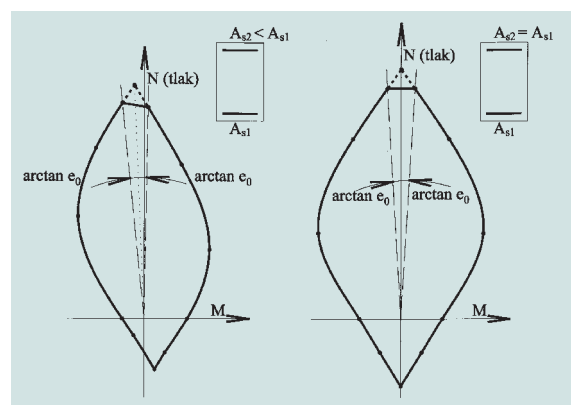
U železobetonových průřezů namáhaných ohybem je nutné, v případech kdy byla použita redistribuce momentů, omezit poměr  $x_u/d$ , tj. poměr výšky tlacené oblasti  $x_u$  k účinné výšce průřezu  $d$ , v závislosti na použité míře redistribuce [13], při čemž poměr  $x_u/d$  nesmí být větší než 0,45 u betonů třídy C50/60 a nižších a 0,35 u betonů třídy C55/67 a vyšších. Uvedeným požadavkem je sledováno zajištění požadovaného plastického přetvo-

Obr. 14 Možná rozdělení poměrných přetvoření v mezním stavu únosnosti  
Fig. 14 Possible strain distribution in the ultimate limit strain



Obr. 15 Interakční diagramy MRd a NRd nesouměrně a souměrně vyztužených obdélníkových průřezů

Fig. 15 Interactive diagrams MRd and NRd of non-symmetrically and symmetrically reinforced rectangular cross-sections



ření oblasti přilehlé k vyšetřovanému průřezu před jejím porušením.

U železobetonových průřezů namáhaných tlakem s případným ohybem je třeba uvažovat minimální výstřednost  $e_0$ , kde  $e_0$  je větší z hodnot  $h/30$  a 20 mm, přičemž  $h$  je výška průřezu. U nesouměrně vyztužených průřezů se tato výstřednost uvažuje od působíště normálové síly na mezi únosnosti při poměrném přetvoření betonu v tlaku  $\varepsilon_{c2}$  nebo  $\varepsilon_{c3}$  po celém průřezu (obr. 15).

## VYŠETŘOVÁNÍ ŠTÍHLÝCH TLAČENÝCH KONSTRUKCÍ

### Základní pojmy

Při vyšetřování štíhlých tlačených konstrukcí je důležité definování a vymezení štíhlých konstrukcí. V EN 1992-1-1 jsou upřesněny nejdůležitější základní pojmy dále uvedené.

**Ztužující a ztužené prvky a systémy.** Konstrukční prvky a systémy, u kterých se při vyšetřování a návrhu předpokládá že přispívají k celkové vodorovné stabilitě konstrukce, jsou ztužující (bracing), ostatní jsou ztužené (braced) – obr. 16. Termíny „konstrukce posuvná a neposuvná – konstrukce s posuvnými a neposuvnými styčníky“, používanými v ENV 1992-1-1 byly opuštěny, neboť jsou matoucí. Každá konstrukce je více nebo méně posuvná; konstrukce klasifikovaná jako posuvná může být stejně tuhá jako neposuvná konstrukce. Proto tyto termíny byly v EN 1992-1-1 nahrazeny termíny „konstrukce neztužená a ztužená (unbraced and braced)“.

**Vzpěr** je termín používaný při porušení vyvolaném nestabilitou prvku nebo konstrukce při jejich perfektně dostředném tlakovém zatížení, bez jakéhokoliv příčné

ho zatížení. Toto je čistě hypotetický případ porušení, protože takto definovaný vzpěr nevystihuje mezní stav reálné konstrukce, a to vzhledem k imperfekcím, případnému příčnému zatížení apod. Pojem je zaveden pouze z důvodu, že jmenovité (nominální) vzpěrné břemeno může být však použito jako parametr v některých zjednodušených metodách vyšetřování účinků druhého řádu. Vzhledem k tomu, že vzpěr představuje hypotetický případ porušení, není tento vzpěr v textu normy používán, vyjma případu jmenovitého vzpěrného břemene.

**Vzpěrné břemeno** je tlakové zatížení při kterém vzniká vybočení; pro osamělé lineárně pružné prvky je synonymem Eulerova břemene.

**Účinná délka** je délka používaná pro popis tvaru průhybové křivky; lze ji definovat též jako vzpěrnou délku, tj. vzdálenost mezi koncovými body kloubově uloženého sloupu zatíženého konstantní dostředně působící tlakovou silou, mající stejný příčný průřez a vzpěrné břemeno jako skutečný prvek.

**Osamělé prvky** jsou samostatné izolované prvky, nebo části konstrukce, které pro účely návrhu lze považovat za osamělé.

**Účinky prvního řádu** vyšetřujeme na nedeformované konstrukci, avšak při zahrnutí geometrické imperfekce. Tyto imperfekce jsou interpretovány jako odchylky ve tvaru sklonění střednice nebo přídatnou výstředností  $e_i$ .

**Účinky druhého řádu** jsou přidavné účinky zatížení vyvolané deformací konstrukce.

**Jmenovitý (nominální) moment druhého řádu** je moment druhého řádu používaný v některých zjednodušených metodách pro stanovení celkového momentu pro návrh příčného průřezu v mezním stavu únosnosti. Může být definován jako rozdíl mezi mezním momentem únosnosti a odpovídajícím momentem prvního řádu. Pokud je mezní bře-

meno vyvoláno nestabilitou před dosažením mezní únosnosti příčného průřezu, pak nominální moment druhého řádu je větší než moment druhého řádu odpovídající ztrátě stability.

### Účinky druhého řádu

U štíhlých tlačených prvků (např. sloupů, stěn, pilot, oblouků, skořepin) a konstrukcí je nutno respektovat rovnováhu na přetvořeném prvku, popř. konstrukci. Prakticky to znamená, že je třeba přihlížet k účinkům prvního i druhého řádu. Přetvoření je třeba vyšetřovat při uvažování příslušných účinků trhlin, nelineárních vlastností materiálů a dotvarování. Dovoluje se však i uvažovat lineární vlastnosti materiálů a počítat s hodnotami redukovaných tuhostí. Tam, kde je to významné, je však nutno při vyšetřování zahrnout účinek ohebnosti připojených prvků a základů (interakce základová půda – konstrukce).

Norma připouští zanedbat účinky druhého řádu, pokud jsou menší než 10 % odpovídajících účinků prvního řádu. Toto je obecné konstatování, zjednodušující kritéria pro praktické navrhování jsou uvedena dále.

### Zjednodušená kritéria pro zanedbání účinků druhého řádu – osamělé sloupy

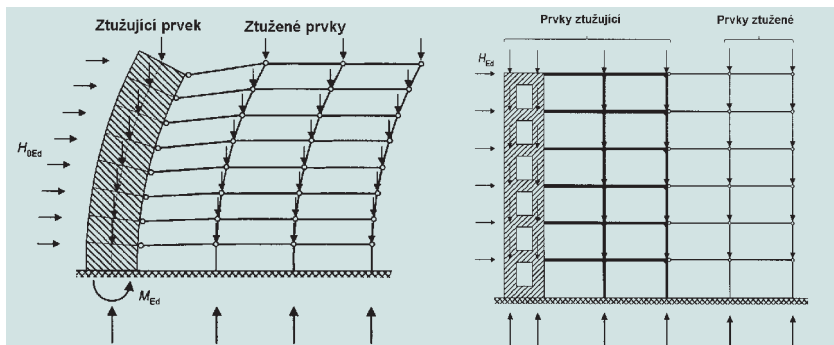
U osamělých prvků lze zanedbat účinek druhého řádu, pokud štíhlost  $\lambda$  je menší než hodnota  $\lambda_{lim}$  daná vztahem

$$\lambda_{lim} = \frac{20ABC}{\sqrt{n}} \quad (30)$$

kde  $A = 1/(1 + 0,2 \phi_{ef})$ , neznáme-li  $\phi_{ef}$ , lze uvažovat  $A = 0,7$ ;  $B = (1 + 2 \omega)^{1/2}$ ; neznáme-li  $\omega$ , lze uvažovat  $B = 1,1$ ;  $C = 1,7 - r_m$ , neznáme-li  $r_m$ , lze uvažovat  $C = 0,7$ ;  $\phi_e$  je účinný součinitel dotvarování, viz vztah (38);  $\omega = A_s f_{yd} / (A_c f_{cd})$  je mechanický stupeň vyztužení;  $A_s$  je průřezová plocha celkové podélné výztuže;  $A_c$  je průřezová plocha betonového průřezu;  $n = N_{Ed} / (A_c f_{cd})$  je poměrná normálová síla;  $r_m = M_{01} / M_{02}$ ;  $M_{01}, M_{02}$  jsou koncové ohybové momenty prvního řádu; přičemž  $|M_{01}| \geq |M_{02}|$ , pokud  $M_{01}$  a  $M_{02}$  vyvozují tah na stejné straně, je  $r_m$  kladné ( $C \leq 1,7$ ), jinak je  $r_m$  záporné ( $C > 1,7$ ), hodnota  $r_m = 1,0$  (tj.  $C = 0,7$ ) má být uvažována v případech:

- ztužených prvků s momenty prvního

Obr. 16 Ztužující a ztužené prvky a systémy  
Fig. 16 Bracing and braced elements and systems



řádu převážně vyvozenými imperfekcemi nebo příčným zatížením,

- neztužených prvků.

Štíhlost u osamělých prvků se stanoví ze vztahu

$$\lambda = \lambda_0 / i \quad (31)$$

kde  $\lambda_0$  je účinná délka a  $i$  je poloměr setrvačnosti betonového průřezu neporušeného trhlínami. Příklady účinné délky pro osamělé prvky s konstantním příčným průřezem jsou uvedeny na obr. 17.

U tlačných prvků pravidelných rámu lze štíhlostní kritérium (vztah (31)) kontrolovat pomocí účinné délky stanovené

- pro ztužené prvky (obr. 17f) ze vztahu

$$l_0 = 0,5l \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{k_1}{0,45 + k_1}\right) \left(1 + \frac{k_2}{0,45 + k_2}\right)} \quad (32)$$

- pro neztužené prvky (obr. 17g) ze vztahu

$$l_0 = l \cdot \max \left\{ \sqrt{1 + 10 \frac{k_1 \cdot k_2}{0,45 + k_1}}; \left[ \left(1 + \frac{k_1}{1 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{1 + k_2}\right) \right] \right\} \quad (33)$$

kde  $k_1, k_2$  jsou poměrné ohebnosti omezující pootočení v koncích 1 a 2 prutu,  $k = (\Theta/M) \cdot (EI/l)$ ;  $\Theta$  je pootočení upnutých prvků vyvozené ohybovým momentem  $M$  (obr. 17f, g);  $EI$  je ohybová tuhost tlačného prvku;  $L$  je světlá vzdálenost tlačného prvku mezi koncovými upnutými.

Pokud připojený tlačný prvek (sloup) ve styčnicku přispívá k pootočení při vybočení, pak má být místo  $EI/l$  ve vztahu pro  $k$  použito  $(EI/l)_a + (EI/l)_b$ ; kde  $a$  a  $b$  představují tlačný prvek (sloup) nad a pod styčnickem. Tuhosti upnutých prvků by měly zahrnovat účinek trhlin, pokud

není prokázáno, že v mezním stavu únosnosti nejsou tyto prvky porušeny trhlínami.

U osamělých prvků s měnící se normálovou silou a/nebo příčným průřezem, lze ve vztahu (31) stanovit účinnou délku pomocí vzpěrného břemene  $N_B$  (vypočteného např. numerickou metodou)

$$l_0 = \pi (EI / N_B)^{1/2} \quad (34)$$

kde  $EI$  je reprezentativní ohybová tuhost a  $N_B$  vzpěrné břemeno vyjádřené pomocí  $EI$ .

### Zjednodušená kritéria pro zanedbání účinků druhého řádu – budovy

U budov se ztužujícími prvky lze účinek druhého řádu zanedbat, pokud je splněna nerovnost

$$F_{V,Ed} \leq 0,1F_{V,B} = 0,1 \frac{F_{V,BB}}{1 + F_{V,BB}/F_{V,BS}} \quad (35)$$

kde  $F_{VB}$  je celkové vzpěrné břemeno zahrnující celkový ohyb a smyk,  $F_{VBB}$  je celkové vzpěrné břemeno pro prostý ohyb a  $F_{VBS}$  je celkové vzpěrné břemeno pro prostý smyk.

Celkové vzpěrné břemeno pro prostý ohyb  $F_{VBB}$  lze stanovit ze vztahu

$$F_{VBB} = \xi \sum EI / L^2 \quad (35a)$$

kde  $\xi$  je součinitel závislý na podlaží, proměně tuhosti, nepoddajnosti vetknutí do základu a rozdělení zatížení,  $\sum EI$  je součet ohybových tuhostí ztužujících prvků v uvažovaném směru, zahrnující případný vliv trhlin a  $L$  je celková výška budovy nad úrovní vetknutí.

Pokud nejsou k dispozici přesnější údaje

pro určení tuhostí, lze pro ztužující prvky s trhlínami použít vztah

$$EI = 0,4 E_{cd} I_c \quad (35b)$$

kde  $E_{cd}$  je návrhová hodnota modulu pružnosti ( $E_{cd} = E_{cm} / \gamma_{cE}$ , kde  $\gamma_{cE} = 1,2$ ),  $I_c$  je moment setrvačnosti ztužujícího prvku neporušeného trhlínami.

Pokud ztužující systém má po výšce konstantní tuhost a celkové svislé zatížení narůstá stejně po podlažích, lze  $\xi$  stanovit ze vztahu

$$\xi = 7,8 \cdot \frac{n_s}{n_s + 1,6} \cdot \frac{1}{1 + 0,7k} \quad (35c)$$

kde  $n_s$  je počet podlaží a  $k$  poměrná poddajnost momentu ve vetknutí do základu.

Poměrnou poddajnost momentu ve vetknutí do základu lze stanovit ze vztahu

$$k = (\Theta/M) \cdot (EI/L) \quad (35d)$$

kde  $\Theta$  je pootočení vyvozené ohybovým momentem  $M$ ,  $EI$  je ohybová tuhost tlačného prvku a  $L$  je celková výška ztužujícího prvku.

Celkové vzpěrné břemeno pro prostý smyk  $F_{VBS}$  lze stanovit ze vztahu

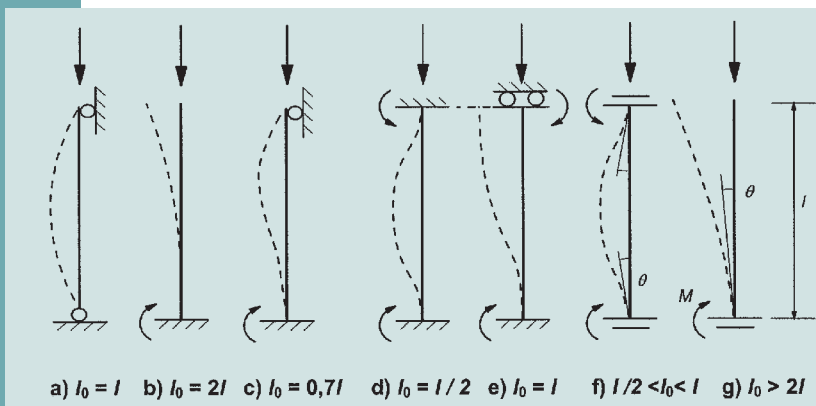
$$F_{VBS} = \sum S \quad (35e)$$

kde  $\sum S$  je celková smyková tuhost ztužujících prvků; lze ji stanovit jako vodorovnou sílu při úhlu zkosení  $\gamma = 1,0$  (obr. 18).

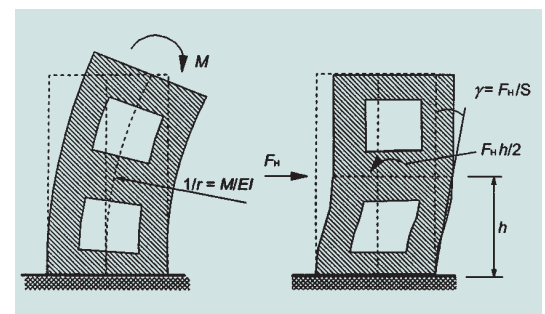
Celková smyková deformace ztužujících prvků je obvykle ovlivňována místními ohybovými deformacemi (obr. 18); proto pokud nepočítáme přesněji, trhliny mohou být při výpočtu  $S$  uvažovány stejným způsobem jako při výpočtu  $EI$  (vztah (35b)).

U budov se ztužujícími prvky bez

Obr. 17 Příklady různých způsobů vybočení a odpovídajících účinných délek  
Fig. 17 Examples of various buckling forms and appropriate effective lengths



Obr. 18 Definice celkových ohybových a smykových deformací ( $1/r$  a  $\gamma$ ) a odpovídajících tuhostí ( $EI$  a  $S$ )  
Fig. 18 Definition of global bending and shear deformation ( $1/r$  and  $\gamma$ ) and the corresponding stiffnesses ( $EI$  a  $S$ )



významných smykových deformací (smykové stěny pouze s případnými velmi malými otvory) lze zanedbat účinky druhého řádu, pokud

$$F_{VEd} \leq 0,1 F_{VBB} \quad (36)$$

kde  $F_{VEd}$  je celkové svislé zatížení ztužených i ztužujících prvků,  $F_{VBB}$  je jmenovité celkové vzpěrné břemeno pro ohyb – vztahy (35a) až (35d).

V případě, že jsou splněny následující podmínky:

- konstrukce není torzně nestabilní, tj. je přiměřeně symetrická,
- smykové deformace jsou zanedbatelné (ve ztužujícím systému sestávajícím převážně ze smykových stěn nejsou velké otvory),
- ztužující prvky jsou tuze vetknuté v základech, tj. jejich pootočení v základech jsou zanedbatelná.
- tuhost ztužujících prvků je přibližně konstantní po jejich výšce,
- celkové svislé zatížení vzrůstá stejně po jednotlivých podlažích, lze vztah (35) převést na vztah

$$F_{V,Ed} \leq 0,31 \cdot \frac{n_s}{n_s + 1,6} \cdot \frac{\sum E_{cd} l_c}{L^2} \quad (37)$$

kde  $F_{VEd}$  je celkové svislé zatížení na ztužené a ztužující prvky,  $n_s$  je počet podlaží,  $L$  je celková výška budovy nad úrovní vetknutí,  $E_{cd}$  je návrhová hodnota modulu pružnosti betonu ( $E_{cd} = E_{cm} / \gamma_{cE}$ , kde  $\gamma_{cE} = 1,2$ ) a  $l_c$  je moment setrvačnosti (průřezu neporušeného trhlinami) ztužujícího prvku.

*Poznámka: Při použití vztahů (36a) až (36d) a uvažování tuhého vetnutí do základu ( $k = 0$ ), obdržíme konstantu 0,31 ve vztahu (37) jako součin 0,1, 0,4, 7,8. Konstanta 0,31 může být nahrazena hodnotou 0,62, pokud je ověřeno, že ztužující prvky nejsou v mezním stavu únosnosti porušeny trhlinami.*

### Účinek dotvarování

Při vyšetřování druhého řádu je třeba uvažovat účinek dotvarování. Vliv trvání zatížení může být uvažován zjednodušeným způsobem pomocí účinného součinitele dotvarování  $\varphi_{ef}$ , který spolu s návrhovým zatížením poskytne deformaci z dotvarování (křivost) odpovídající kvazi-permanentnímu zatížení (obr. 19). Účinný součinitel dotvarování  $\varphi_{ef}$  lze odvodit, předpokládáme-li že přírůstek křivosti od dotvarování, stanovený pomocí součinitele

le dotvarování  $\varphi$  a kvazi-permanentní hodnoty ohybového momentu  $M_{Eqp}$  (MSP), je rovný křivosti stanovené pomocí tohoto účinného součinitele dotvarování  $\varphi_{ef}$  a návrhového ohybového momentu při uvažované návrhové kombinaci zatížení  $M_{Ed}$  (MSU), tedy

$$\varphi \frac{M_{Eqp}}{EI} = \varphi_{ef} \frac{M_{Ed}}{EI} \Rightarrow \varphi_{ef} = \varphi \frac{M_{Eqp}}{E_{Ed}}$$

Abychom nemuseli provádět iteraci a ověřovat stabilitu při kvazi-permanentním zatížení s  $\varphi_{(∞, t0)}$ , můžeme při stanovení  $\varphi_{ef}$  vycházet z ohybových momentů prvního řádu, tedy stanovit  $\varphi_{ef}$  ze vztahu

$$\varphi_{ef} = \varphi_{(∞, t0)} M_{0Eqp} / M_{0Ed} \quad (38)$$

kde  $\varphi_{(∞, t0)}$  je konečný součinitel dotvarování,  $M_{0Eqp}$  je ohybový moment prvního řádu vyvozený kvazi-permanentním zatížením (mezní stav použitelnosti) a  $M_{0Ed}$  je návrhový ohybový moment prvního řádu vyvozený uvažovanou kombinací zatížení (mezní stav únosnosti).

Při použití momentů prvního řádu obdržíme poněkud konzervativní hodnotu  $\varphi_{ef}$ , proto není třeba provádět iteraci. Pokud se poměr  $M_{0Eqp} / M_{0Ed}$  v prvku mění, lze ho stanovit v průřezu s největším ohybovým momentem.

Účinek dotvarování lze zanedbat, tj. položit  $\varphi_{ef} = 0$ , pokud jsou splněny následující tři podmínky:

- $\varphi_{(∞, t0)} \leq 2$
- $\lambda \leq 75$
- $M_{0Ed} / N_{Ed} \geq h$

kde  $M_{0Ed}$  je ohybový moment prvního řádu a  $h$  je výška průřezu v odpovídajícím směru.

### Metody vyšetřování účinků druhého řádu

Dále jsou uvedeny tři základní metody výpočtu účinků druhého řádu:

- 1) Obecná metoda založená na nelineárních výpočtech druhého řádu.
- 2) Zjednodušená metoda výpočtu druhého řádu založená na jmenovitých tuhostech.
- 3) Zjednodušená metoda založená na jmenovité křivosti.

Jmenovité momenty druhého řádu stanovené pomocí zjednodušených metod uvedených ad 2) a 3) jsou někdy větší než by odpovídaly ztrátě stability. Toto je zajištěno tím, že celkový moment je kompatibilní s únosností příčného průřezu.

Metoda uvedená ad 2) může být použi-

ta pro osamělé prvky i celé konstrukce, pokud jsou vhodně určeny hodnoty tuhostí.

Metoda uvedená ad 3) je vhodná pro izolované prvky. Nicméně, s realistickými předpoklady týkajícími se rozdělení křivosti, může být použita také pro konstrukce.

**Obecná metoda** je založena na nelineárním vyšetřování zahrnujícím geometrickou nelinearitu, tj. účinky druhého řádu. Aplikují se zde obecné zásady platné pro nelineární vyšetřování, tj.: musí být splněny podmínky rovnováhy a kompatibility přetvoření za předpokladu dostačujícího nelineárního chování použitých materiálů. V mezních stavech únosnosti musí být ověřena schopnost přenesení nepružných deformací v místních kritických průřezech při uvažování příslušných nejistot. U konstrukcí zatížených převážně staticky, lze účinek předchozího zatěžování obecně zanedbat a lze předpokládat monotónní nárůst intenzity zatížení.

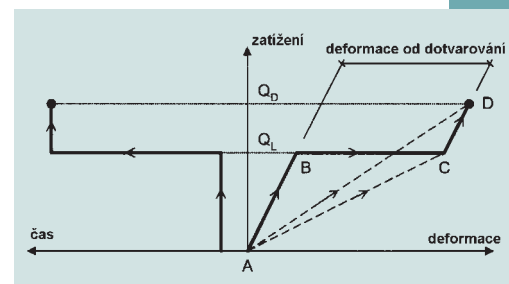
Při nelineárních výpočtech musí být použity pracovní diagramy betonu a výztuže pro výpočet účinků zatížení při uvažování účinku dotvarování betonu. Při použití pracovních diagramů vycházejících z návrhových hodnot, obdržíme z výpočtu přímo mezní zatížení. Při použití pracovního diagramu betonu definovaného v oblasti  $0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{c1}$  vztahem (viz [8])

$$\frac{\sigma_c}{f_{cd}} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta^2}$$

kde  $\eta = \epsilon_c / \epsilon_{c1}$  a  $k = 1,1 E_{cd} \frac{|\epsilon_{c1}|}{f_{cd}}$ , a dosa-

díme za  $f_{cd} = f_{cm} / \gamma_c$ ,  $E_{cd} = E_{cm} / \gamma_{cE}$ ; hodnoty  $\epsilon_{c1}$ ,  $E_{cm}$  a  $f_{cm}$  jsou uvedeny v Tab. 1 viz [8],  $\gamma_{cE}$  viz [8]. Hodnota  $\gamma_{cE}$  bude uvedena v Národní příloze, doporučená hodnota je 1,2.

Obr. 19 Deformace z dotvarování stanovená pomocí součinitele dotvarování  $\varphi$   
Fig. 19 Creep deformation based on creep coefficient  $\varphi$



Pokud nejsou k dispozici přesnější modely, dotvarování může být uvažováno vynásobením všech hodnot přetvoření v pracovním diagramu betonu součinitelem  $(1 + \varphi_{ef})$ , kde  $\varphi_{ef}$  je účinný součinitel dotvarování podle vztahu (38). Příznivý účinek tahového zpevnění betonu může být uvažován, pro zjednodušení výpočtu může být i zanedbán.

Obvykle se předpokládá splnění podmínek rovnováhy a kompatibility přetvoření v jistém počtu příčných průřezů. Zjednodušeně lze stanovit křivost pouze v kritickém příčném průřezu (průřezech) a předpokládat příslušnou změnu křivosti mezi těmito průřezí, tj. podobnou momentu prvního řádu, nebo jiný zjednodušený průběh.

**Zjednodušené metody výpočtu druhého řádu založené na jmenovitých tuhostech** vycházejí z jmenovitých hodnot ohybových tuhostí zohledňujících účinky trhlin při přihlídnutí k vlivu materiálové nelinearity a dotvarování betonu. Takto stanovené hodnoty jmenovitých ohybových tuhostí se též uplatňují u připojených prvků zahrnutých do výpočtu, tj. u trámů, desek nebo základů. Kde je to významné, má být uvažována interakce konstrukce s podložím.

Jmenovitá tuhost má být definována takovým způsobem, aby celkové ohybové momenty a příslušné normálové síly vyplývající z výpočtu mohly být použity pro návrh průřezů v mezním stavu únosnosti. Pro stanovení jmenovitých tuhostí štíhlých tlacených prvků s libovolným příčným průřezem lze použít následující vztah

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s \quad (39)$$

kde  $E_{cd}$  je návrhová hodnota modulu pružnosti betonu, ( $E_{cd} = E_{cm} / \gamma_E$ ),  $I_c$  je moment setrvačnosti betonového průřezu,  $E_s$  je návrhová hodnota modulu pružnosti výztuže,  $I_s$  je moment setrvačnosti výztuže vztážený k těžišti betonového průřezu,  $K_c$  je opravný součinitel zohledňující účinky trhlin, dotvarování betonu atd., a  $K_s$  je opravný součinitel zohledňující příspěvek výztuže.

Za předpokladu, že  $\rho \geq 0,02$  lze uvažovat:

$$K_s = 1,0 \quad (39a)$$

$$K_c = k_1 k_2 / (1 + \varphi_{ef}) \quad (39b)$$

kde  $\rho$  je geometrický stupeň vyztužení  $\rho = A_s / A_c$ ,  $A_s$  je celková plocha výztuže,

$A_c$  je průřezová plocha betonového průřezu,  $\varphi_{ef}$  je účinný součinitel dotvarování,  $k_1$  je součinitel závislejší na charakteristické pevnosti betonu  $f_{cd}$ ,

$$k_1 = (f_{ck} / 20)^{1/2},$$

$k_2$  součinitel závislejší na poměrné normálové síle  $n = N_{Ed} / (A_c f_{cd})$  a na štíhlosti  $\lambda$ ,

$$k_2 = n \lambda / 170 \leq 0,20,$$

pokud není známa hodnota  $\lambda$ , lze uvažovat  $k_2 = n 0,30 \leq 0,20$ .

Zjednodušeně, za předpokladu že  $\rho \geq 0,01$ , lze ve vztahu (39) uvažovat:

$$K_s = 0, \quad (39c)$$

$$K_c = 0,3 / (1 + 0,5 \varphi_{ef}). \quad (39d)$$

Vztahy (39c) a (39d) mohou být použity v prvním přiblížení nebo při zjednodušeném výpočtu nevyžadujícím iteraci, ale musí být zkontrolována platnost nerovnosti  $\rho \geq 0,01$ . Použití vztahu (39a) je často vhodnější než použití vztahu (39c), ale zde je nutná iterace, neboť do výpočtu zahrnujeme i výtzuž.

U staticky neurčitých konstrukcí je třeba uvažovat nepříznivý účinek trhlin v připojených prvcích. Uvedené vztahy (36), (36a) až (36d) pro výpočet tuhostí nelze tedy u těchto prvků použít. Účinek trhlin a vliv tahového ztužení lze uvažovat např. jako při výpočtu přetvoření. Zjednodušeně lze uvažovat tuhosti pro průřez porušené trhlinami a zavést účinný modul pružnosti

$$E_{cd,ef} = E_{cd} / (1 + \varphi_{ef}), \quad (40)$$

kde lze použít hodnotu  $\varphi_{ef}$  stejnou jako u sloupů.

**Praktické metody výpočtu účinků druhého řádu** stanoví celkový návrhový moment (tj. včetně momentu druhého řádu), jako zvětšený ohybový moment získaný z lineárního vyšetřování, ze vztahu

$$M_{Ed} = M_{0Ed} \left[ 1 + \frac{\beta}{(N_B / N_{Ed}) - 1} \right] \quad (41)$$

kde  $M_{0Ed}$  je ohybový moment prvního řádu,  $\beta$  je součinitel závislý na rozdělení momentů prvního a druhého řádu,  $N_{Ed}$  je návrhová hodnota normálové síly,  $N_B$  je vzpěrné břemeno stanovené na základě jmenovité tuhosti.

Pro osamělé prvky s konstantním příč-

ným průřezem a zatížením lze předpokládat, že rozdělení momentů druhého řádu má tvar sinusoidy, pak

$$\beta = \pi^2 / c_0, \quad (41a)$$

kde  $c_0$  je součinitel závislý na rozdělení momentů prvního řádu, např. pro konstantní moment prvního řádu je  $c_0 = 8$ , pro parabolické je  $c_0 = 9,6$  a pro symetrické trojúhelníkové je  $c_0 = 12$ .

U prvku bez příčného zatížení mohou být rozdílné koncové ohybové momenty  $M_{01}$  a  $M_{02}$  nahrazeny ekvivalentním konstantním momentem prvního řádu  $M_{0e}$ . Souhlasně s předpokladem konstantního ohybového momentu prvního řádu pak použijeme  $c_0 = 8$ .

Ekvivalentní ohybový moment prvního řádu  $M_{0e}$  stanovíme ze vztahu

$$M_{0e} = 0,6 M_{02} + 0,4 M_{01} \geq 0,4 M_{02}, \quad (41b)$$

kde  $M_{01}$  a  $M_{02}$  by měly mít stejné znaménko pokud vyvolávají tah na jedné straně prvku, jinak mají znaménko záporné, dále musí platit  $|M_{02}| \geq |M_{01}|$ .

Tam kde vztahy (41a) nebo (41b) nelze použít, nebo při globálním výpočtu některých konstrukcí (např. konstrukcí ztužených smykovými stěnami, kde hlavním účinkem zatížení je ohybový moment ve ztužujících stěnách), lze uvažovat  $\beta = 1$ . Vztah (41) lze pak psát ve tvaru

$$M_{Ed} = \frac{M_{0Ed}}{1 - N_B / N_{Ed}} \quad (42)$$

Další praktická metoda je založena na lineárních výpočtech druhého řádu. Celkové účinky druhého řádu mohou být získány při výpočtu konstrukce zatížené fiktivními vodorovnými silami  $F_{H,Ed}$ , které stanovíme použitím vztahu

$$F_{H,Ed} = \frac{F_{H,0Ed}}{1 - F_{V,Ed} / F_{V,B}} \quad (43)$$

kde  $F_{H,0Ed}$  je vodorovná síla prvního řádu vyozená větrem, imperfekcemi atd.,  $F_{V,Ed}$  je celkové svislé zatížení a ztužující a ztužené prvky,  $F_{V,B}$  je celkové jmenovité vzpěrné břemeno – vztah (35), popř. (35a) pokud nejsou významné smykové deformace. V tomto případě jmenovité hodnoty tuhostí musí zahrnovat vliv dotvarování.

Pokud celkové jmenovité vzpěrné břemeno  $F_{V,B}$  není definováno, lze použít vztah

$$F_{H,Ed} = \frac{F_{H,0Ed}}{1 - F_{H,1Ed} / F_{H,0Ed}} \quad (44)$$

kde  $F_{H,1Ed}$  je fiktivní vodorovná síla dávající stejné ohybové momenty jako svislé zatížení  $N_{VEd}$  působící na deformované konstrukci, vypočtená s přihlédnutím k jmenovitým tuhostem.

Výraz (44) vyplývá z postupných numerických výpočtů, kde účinky svislého zatížení a deformačních přírůstků, vyjádřených ekvivalentními vodorovnými silami, jsou sčítány v postupných krocích. Přírůstky budou tvořit geometrickou řadu po několika krocích. Předpokládáme-li, že toto vznikne již v prvním kroku (což je analogické předpokladu  $\beta = 1$  ve vztahu (41)), pak součet může být vyjádřen vztahem (44). Tento předpoklad vyžaduje, aby hodnoty tuhostí, reprezentující konečný stav deformací, byly stejné ve všech krocích (poznamenejme, že toto je také základní předpoklad výpočtu založeného na jmenovitých tuhostech).

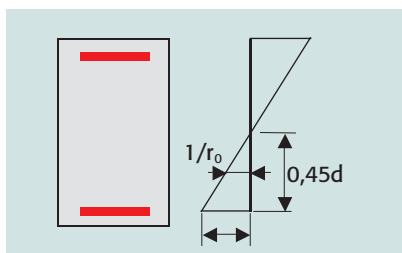
V ostatních případech, např. pokud jsou předpokládány průřezy neporušené trhlinami v prvním kroku a trhliny se objeví v dalších krocích, nebo pokud rozdělení ekvivalentních vodorovných sil se podstatně mění v prvních krocích, pak musí výpočet obsahovat více kroků, dokud nezískáme geometrickou řadu. V případě dvou dalších kroků obdržíme vztah

$$F_{H,Ed} = F_{H,0Ed} + F_{H,1Ed} + \frac{F_{H,2Ed}}{1 - F_{H,3Ed} / F_{H,2Ed}}$$

### Metody výpočtu účinků druhého řádu založené na jmenovité křivosti

Tyto metody jsou vhodné zejména pro osamělé prvky s konstantní normálovou silou a se známou účinnou délkou  $l_0$ . Metody poskytují jmenovitý moment druhého řádu založený na průhybu, který se stanoví z účinné délky a stanovené maxi-

Obr. 20 Křivost  $1/r_0$   
Fig. 20 Curvature  $1/r_0$



mální křivosti. Výsledný návrhový moment se použije pro návrh průřezu namáhaného normálovou silou a tímto ohybovým momentem.

Návrhový moment lze stanovit ze vztahu

$$M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2 \quad (45)$$

kde  $M_{0Ed}$  je ohybový moment prvního řádu zahrnující účinky imperfekcí a  $M_2$  je jmenovitý ohybový moment 2. řádu.

Maximální hodnota  $M_{Ed}$  je závislá na průběhu momentů  $M_{0Ed}$  a  $M_2$  po délce prutu; pro  $M_2$  lze uvažovat parabolický nebo sinusový průběh. U staticky neurčitých prvků  $M_{0Ed}$  je stanoveno pro skutečné okrajové podmínky, zatímco  $M_2$  závisí na okrajových podmínkách účinné délky. Pokud se hodnoty koncových momentů  $M_{01}$  a  $M_{02}$  liší, mohou být nahrazeny ekvivalentním koncovým ohybovým momentem prvního řádu  $M_{0e}$  určeného ze vztahu (41b).

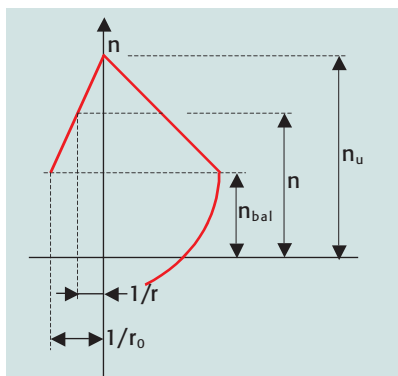
Jmenovitý moment druhého řádu se stanoví ze vztahu

$$M_{02} = N_{Ed} e_2 \quad (46)$$

kde  $N_{Ed}$  je návrhová hodnota normálové síly,  $e_2$  je průhyb  $= (1/r) l_0^2 / c$ ,  $(1/r)$  je křivost,  $l_0$  je účinná délka a  $c$  je součinitel závislý na rozdělení křivosti.

Pro konstantní příčný průřez prvku se používá  $c = 10$  ( $\approx \pi^2$ ). Pokud moment prvního řádu je konstantní, může být uvažována nižší hodnota ( $c = 8$  je dolní limit odpovídající konstantnímu celkovému momentu). Hodnota  $\pi^2$  odpovídá sinusovému rozdělení křivosti, konstantnímu rozdělení křivosti odpovídá hodnota 8. Je třeba poznamenat, že hodnota  $c$  závisí na rozdělení celkové křivosti po účinné délce prvku, kdežto  $c_0$  ve vztahu (41a) závisí na

Obr. 21 Stanovení opravného součinitele  $K_r$   
Fig. 21 Determination of the coefficient  $K_r$



rozdělení křivosti odpovídající pouze momentu prvního řádu.

U prvků s konstantním symetrickým průřezem (včetně výztuže) lze stanovit křivost ze vztahu

$$1/r = K_r K_\phi 1/r_0 \quad (47)$$

kde  $K_r$  je opravný součinitel závislý na normálové síle,  $K_\phi$  je součinitel zohledňující dotvarování,  $1/r_0 = \epsilon_{yd} / (0,45 d)$  (obr. 20),  $\epsilon_{yd} = f_{yd} / E_s$  a  $d$  je účinná výška.

Pokud výztuž není soustředěna u protilehlých okrajů, ale částečně je rozdělena i v rovině rovnoběžné s ohybem, pak  $d$  je dáno vztahem

$$d = 0,5 h + i_s, \quad (48)$$

kde  $i_s$  je poloměr setrvačnosti plochy veškeré výztuže.

Opravný součinitel  $K_r$  (viz obr. 21) může být určen ze vztahu

$$K_r = (n_u - n) / (n_u - n_{bal}) \leq 1 \quad (49)$$

kde  $n = N_{Ed} / (A_c f_{cd})$  je poměrná normálová síla;  $N_{Ed}$  je návrhová hodnota normálové síly;  $n_u = 1 + \omega$ ;  $n_{bal}$  je hodnota  $n$  při maximální momentové únosnosti; lze uvažovat  $n_{bal} = 0,4$ ,  $\omega = A_s f_{yd} / (A_c f_{yd})$ ;  $A_s$  je plocha veškeré výztuže a  $A_c$  je plocha betonového průřezu.

Účinek dotvarování lze vyjádřit pomocí součinitele

$$K_\phi = 1 + \beta_{ef} \phi_{ef} \geq 1 \quad (50)$$

kde  $\beta_{ef}$  je účinný součinitel dotvarování,  $\beta = 0,35 + f_{ck} / 200 - \lambda / 150$  a  $\lambda$  je štiřlost.

*Tento příspěvek byl vypracován za podpory výzkumného záměru MSM 210000001.*

#### Literatura

- [13] Zavádění EN 1992: „Návrhování betonových konstrukcí“ do praxe – Trvanlivost, analýza konstrukce; Beton TKS, ročník 3, č. 2/2003, str. 45-50
- [14] Bo Westerberg: Supporting Document for Section 5.8, 5.9 and Annex D of EN 1992-1, Document CEN/TC 250/SC 2

Prof. Ing. Jaroslav Procházka, CSc.  
Katedra betonových konstrukcí a mostů  
FSv ČVUT v Praze  
Thákurova 7, 166 29 Praha 6  
tel.: 224 354 633; fax: 233 335 797  
e-mail: proch@beton.fsv.cvut.cz