

DOPORUČENÍ PRO PŘESNĚJŠÍ URČENÍ ÚČINKŮ DOTVAROVÁNÍ A SMRŠŤOVÁNÍ BETONU PŘI VÝPOČTECH PODLE ČSN 731201

Možnosti upřesnění predikce účinků dotvarování a smršťování betonu při výpočtech podle ČSN 731201 použitím nově vytvořené internetové stránky. Získání výstižných hodnot součinitele dotvarování a deformací vyvolaných smršťováním betonu na základě moderního modelu B3. Podstatné usnadnění výpočtu použitím volně přístupné internetové stránky.

Analýza účinků dotvarování a smršťování betonu je nutná u všech významnějších betonových staveb. Podle v současné době platné ČSN 731201 je v čl. 2.1.6.4. poměrné délkové přetvoření betonu ε_b v časovém intervalu $\langle t_1, t_2 \rangle$ od časově neproměnného napětí betonu σ_b , které začalo působit v okamžiku t_1 , dáno vztahem

$$\varepsilon_b = \frac{\sigma_b}{E_b} + \frac{\sigma_b}{E_b} \varphi(t_2, t_1), \quad (1)$$

kde E_b je modul pružnosti betonu ve stáří 28 dnů, $\varphi(t_2, t_1)$ součinitel dotvarování daný vztahem

$$\varphi(t_2, t_1) = \varphi(t_2) - \varphi(t_1), \quad (2)$$

$\varphi(t) = \varphi_{ef} (1 - e^{-0,074t})$
 φ_{ef} základní hodnota součinitele dotvarování zohledňující z mnoha faktorů pouze druh prostředí (mokrý, vlhký, běžný, suchý), popř. vliv zvýšeného podílu záměsové vody.

Tento postup je založen na překonané teorii stárnutí (Dischingerově), používané před desítkami let, podle které hodnota součinitele dotvarování – jak je patrné ze vztahu (2) – je rozdílem funkčních hodnot téže funkce. Všechny křivky vyjadřující součinitel dotvarování lze proto získat z původní (pro $t = 0$) pouhým svislým posunutím. Jde o značné zjednodušení, které je jedním z důvodů špatné výstižnosti tohoto modelu. Když se betonový prvek odtíží, potom podle principu superposice se odčítá od původní křivky příslušná část; tedy podle této teorie se zachovává přetvoření, které je v dalším čase konstantní. Je tedy zřejmé, že tato teorie – kromě řady dalších nedostatků – zanedbává vratnost části přetvoření, což zřejmě není v souladu se skutečností.

Kromě jediné výhody, spočívající v proveditelnosti analytických řešení s výsledky v uzavřeném tvaru (neboť úloha bylo možno převést na diferenciální rovnice), nemá teorie stárnutí žádné jiné přednosti. Není použitelná pro beton zatížený ve vyšším stáří, nezahrnuje shora zmíněný jev zpožděné pružnosti, není schopna vystihnout stav po odtížení, vůbec nerespektuje nejvýznamnější parametry (složení betonu a jeho pevnost, tvar průřezu, vlhkostránské relace, atd.) a zejména její shoda s výsledky rozsáhlých souborů zkoušek je špatná.

V Příloze 4 této normy (viz též Změna 2 ČSN 731201) je uveden postup – svou strukturou připomínající americký model použitý v doporučeních ACI [3] – pro poněkud výstižnější výpočet, poplatný názorům sedmdesátých let (neboť už tehdy bylo zřejmé, že teorie stárnutí není výstižná). Podle tohoto postupu je poměrné délkové přetvoření betonu ε_b v časovém intervalu $\langle t_{e1}, t_{e2} \rangle$ od časově neproměnného napětí betonu σ_{b1} , které začalo působit v okamžiku t_{e1} , dáno vztahem

$$\varepsilon_b = \frac{\sigma_{b1}}{E_b(t_{e1})} + \frac{\sigma_{b1}}{E_b(t_{e1})} \varphi(t_{e2}, t_{e1}), \quad \text{kde} \quad (3)$$

$E_b(t_{e1})$ je modul pružnosti betonu v okamžiku t_{e1} , $\varphi(t_{e2}, t_{e1})$ součinitel dotvarování daný vztahem

$$\varphi(t_{e2}, t_{e1}) = \varphi_{ef} \frac{(t_{e2} - t_{e1})^{0,6}}{10 + (t_{e2} - t_{e1})^{0,6}} t_{e1}^{-0,12}, \quad (4)$$

φ_{ef} základní hodnota součinitele dotvarování betonu, zohledňující náhradní tloušťku průřezu, průměrnou relativní vlhkost vzduchu v obklopujícím prostředí, popř. vliv zvýšeného množství záměsové vody,

t_{e1} náhradní stáří betonu zohledňující teplotu a druh cementu (portlandský, s vysokou počáteční pevností).

Ani tento postup však není schopen respektovat složení betonu (množství cementu, kameniva, vodní součinitel), jeho pevnost, dobu a způsob ošetřování apod.

Podobná situace jako při stanovení součinitele dotvarování je i v popisu smršťování betonu.

Je zřejmé, že základní podmínkou dosažení výstižných výsledků výpočtové analýzy dlouhodobého působení konstrukcí je použití vhodného modelu dotvarování a smršťování betonu. Vzhledem k tomu, že dotvarování a smršťování betonu jsou velmi složité jevy zahrnující interakci řady faktorů na různých úrovních mikrostruktury, které jsou ovlivňovány mnoha proměnnými účinky, je matematické vyjádření vývoje těchto jevů nutně dosti složité. To však nesmí být na závadu, neboť na začátku nového tisíciletí taková banalita jako je pracnost ručního vyčíslování vzorců nemůže být rozhodujícím měřítkem přístupu k výpočtu vlivů tak závažných jevů jako dotvarování a smršťování betonu u významnějších betonových staveb nesporně je.

Z mnoha hledisek jako velmi dokonalý a pro použití ve výpočtech velmi vhodný se jeví model B3 [1,2], který vykazuje vynikající shodu s rozsáhlými soubory publikovaných výsledků zkoušek. Variační koeficienty odchylek výsledků teoretické predikce od výsledků zkoušek jsou

RECOMMENDATION FOR MORE ACCURATE PREDICTION OF EFFECTS OF CREEP AND SHRINKAGE OF CONCRETE ACCORDING TO THE CZECH STANDARD ČSN 731201

v případě modelu B3 mnohem menší než je tomu u jiných modelů (např. u modelu ACI Committee 209 [3], nového GZ modelu [4], CEB-FIP modelu 1990, jakož i u zastaralých modelů uvedených v ČSN 731201). Dále, model B3 – díky své struktuře jako jediný – snadno umožňuje aktualizaci svých parametrů na základě výsledků krátkodobých měření provedených na betonu použitým v konstrukci, nebo na betonu jehož použití je v konstrukci zamýšleno.

Jedinou překážkou rozšíření modelu B3 pro používání v běžné projektové praxi je složitost jeho matematického vyjádření (která – jak bylo shora poznamenáno – je pro dosažení realistických výsledků nevyhnutelná) a výpočetní pracnost. Pro potenciálního řešitele to nejprve znamená důkladné seznámení se s modelem B3 a nastudování a pochopení jeho složitého a rozsáhlého popisu (což nepochybně znamená nezanedbatelný časový nárok); následné vyčíslení vztahů použitím běžných výpočetních prostředků pak vyžaduje pro jeden případ zhruba jednu hodinu práce.

Pro odstranění tohoto nedostatku a zpřístupnění modelu B3 pro nejširší praktické použití byla proto vytvořena internetová stránka

www.fsv.cvut.cz/~kristek

Tato internetová stránka je **volně přístupná** a činí výpočet vlivů dotvarování a smršťování betonu velmi snadným, prakticky vylučuje omyly při vyčíslování složitých vzorců a nevyžaduje specializovanou kvalifikaci řešitele.

Použití této internetovské aplikace je velmi jednoduché. Po spuštění internetovského prohlížeče (Microsoft Internet 4.0 a vyšší nebo Netscape Navigator 4.0 a vyšší) se zobrazí titulní strana, obsahující dva odkazy na výpočet v SI jednotkách nebo v jednotkách amerických. Nás zajímají SI jednotky, klikneme tedy na tento odkaz. Následuje další strana, která obsahuje formulář, do kterého je třeba zadat vstupní údaje v souladu s požadavky modelu B3, a to (v dalším je pro beton používán ve značkách mezinárodně používaný index „c“, místo dříve používaného indexu „b“):

Údaje o geometrii:

tvár betonového prvku: deska, válec, kvádr,

koule, krychle

průřezová plocha prvku [mm²]

obvod průřezu prvku [mm]

Údaje o době ošetřování a zatížení betonu:

ošetřování: – t_0 dní

stání betonu:

– t dní ve vyšetřovaném okamžiku (pokud neznáme a jedná-li o stanovení maximální hodnoty přetvoření dosadíme $t = 36500$ dní, což odpovídá asi 100 rokům)

– t' dní v okamžiku zatížení (pokud neznáme a nebude-li konstrukce zatížena dříve než za 28 dní od jejího vybetonování, dosadíme $t' = 28$)

Údaje o způsobu ošetřování:

propařování; uložení ve vodě; ve formě (bednění)

Materiálové údaje:

cement [kg/m³]^{*)}; voda [kg/m³]^{*)}; kamenivo [kg/m³]^{*)}

Třída betonu [MPa]	Transportbeton Množství [kg/m ³]			Beton pro výrobu prefabrikátů Množství [kg/m ³]		
	Cement	Voda	Kamenivo	Cement	Voda	Kamenivo
20	330	164	1940	–	–	–
25	375	166	1935	300	150	1820
30	380	169	1930	310	152	1810
35	385	172	1925	320	154	1810
40	430	176	1920	380	162	1770
45	–	–	–	410	167	1750
50	–	–	–	440	173	1740

druh cementu:

I/ portlandský

II/ s nízkou počáteční pevností

III/ s vysokou počáteční pevností

28 denní válcovou pevnost betonu f'_c [MPa], kterou lze stanovit s přihlednutím k:

ČSN 73 2400

$f'_c = 0,8 (R_{98} [\text{MPa}] + 5)$,

kde R_{98} je zaručená (normová) krychelná pevnost betonu

ČSN P ENV 206

$f'_c = f_{ck} [\text{MPa}] + 5$,

kde f_{ck} je charakteristická válcová pevnost betonu

Údaje o obklopujícím prostředí:

průměrná relativní vlhkost vzduchu v obklopujícím prostředí v %^{**)}

Prostředí	Relativní vlhkost
Suché	20 %
Běžné uvnitř budov	50 %
Volné prostranství	80 %
Vlhké	90 %
Mokré	100 %

Údaje o zatížení:

napětí betonu vyvozené zatížením v [MPa]^{****)}

*) **) ****) viz poznámky na str. 35

Tab. 1

Doporučené množství cementu, vody a kameniva

Tab. 1

Recommended amount of cement, water and aggregate

Tab. 2

Doporučené hodnoty relativních vlhkostí

Tab. 2

Recommended values of relative humidity

Použití uvedené internetové stránky zpřístupňuje nejvýstižnější model pro predikci dotvarování a smršťování betonu pro všechna pracoviště s možností připojení na internet. Vzhledem k možnosti získání výstižných výsledků touto cestou mnohem snadněji než ručním vyčíslováním vztahů, nabízí se použití takto zpřístupněného modelu B3 pro všechny výpočty účinků dotvarování a smršťování, zejména pro řešení všech významnějších betonových staveb.

PŘÍKLAD

Úkolem je určit hodnotu součinitele dotvarování trámu obdélníkového průřezu (průřezová plocha 125 000 mm², obvod průřezu 1500 mm) z betonu C 25/30 s 28-denní válcovou pevností $f_c^1 = 30$ MPa. Stáří betonu ve vyšetřovaném okamžiku je $t = 365$ dní, prvek bude odbedněn po čtyřech dnech. Do prvku bude vneseno napětí 10 MPa ve stáří betonu $t' = 7$ dní. Relativní vlhkost prostředí je 75 %. Složení betonové směsi: 190 kg voda, 404 kg portlandský cement, 1757 kg kamenivo (viz obr. 1a).

Po zadání požadovaných vstupních údajů se zobrazí výstupní tabulky zobrazené na obr. 1b, které obsahují řadu výsledků. Nás zajímá součinitel dotvarování, který má pro řešený příklad hodnotu $\phi = 1,656$.

Při výpočtu hodnoty přetvoření vyvozeného časově neproměnným napětím σ_c , které začalo působit v okamžiku t' , je nutno použít modul pružnosti $E_c(t')$; tedy se postupuje podle vztahu

$$\varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_c(t)} + \frac{\sigma_c}{E_c(t')} \phi \quad (5)$$

Mezi výsledky získanými použitím internetové stránky najdeme též hodnotu funkce poddajnosti v dotvarování $J(t, t')$ (compliance function), pomocí níž je možno určit velmi výhodně přímo hodnotu přetvoření od napěťových účinků, tj. souhrnnou úplnou hodnotu deformace odpovídající součtu krátkodobého "pružného" přetvoření a dlouhodobého přetvoření vyvolaného dotvarováním. Jednouše platí

$$\varepsilon_c(t, t') = J(t, t') \sigma_c \quad (6)$$

(v řešeném příkladu v tabulce výsledků nacházíme $J(t, t') = J(t = 365, t' = 7) = 122,15 \cdot 10^{-6}/\text{MPa}$).

Tímto postupem se zcela vyloučí možnost častého nedorozumění spočívající v použití vzájemně si nepřislouchujících hodnot součinitele dotvarování ϕ a modulu pružnosti E , neboť vztah [6] vůbec s modulem pružnosti neoperuje.

Při použití internetové stránky je deformaci $\varepsilon_c(t, t')$ samozřejmě možno získat rovnou; vztah [6] je při zadaném zatěžujícím napětí v tabulce výsledků již vyčíslen (viz předposlední řádek tabulky – v řešeném příkladu je – pro zatěžující napětí $\sigma_c = 10$ MPa – hodnota deformace $\varepsilon_c(t = 365, t' = 7) = 1221,59 \cdot 10^{-6}$).

Prezentovaná internetová stránka poskytuje současně též hodnoty deformace vyvolané smršťováním betonu (v tabulce výsledků řešeného příkladu nacházíme $\varepsilon_{sh} = 193,09 \cdot 10^{-6}$).

Poslední řádek tabulky výsledků poskytuje hodnotu celkové deformace, tj. součet deformací vyvolaných dotvarováním a smršťováním (v řešeném příkladu dostáváme $\varepsilon(t = 365, t' = 7) = 1414,68 \cdot 10^{-6}$).

INPUT TABLE		PARTIAL RESULTS	
GEOMETRY		FACTORS AND CONSTANTS	
Cross-section area [mm ²]	125 000	Constant k_1 [day/cm ²]	3 250
Cross-section perimeter [mm]	1 500	Humidity dependence k_2	0.578
Shape factor (inf.sq.prisim), k_3	1.25	Time dependence $S(t)$	0.466
MATERIAL		Size dependence (τ_{sh}) [days]	1410
Cement content [kg/m ³]	404	Effective cross-sect. thickness [mm]	166 666
Water content [kg/m ³]	190	ELASTIC MODULUS E	
Aggregate content [kg/m ³]	1757	At 28 days [MPa] – by ACI formula	25 929
Cement (type I), α_{ci}	1	At time $t = 365$ days [MPa]	27 944
28-day stand.cyl.comp.strength [MPa]	30	At time $t_0 + \tau_{sh} = 4 + 1410$ days [MPa]	28 077
TIME		FUNCTIONS (Creep)	
Curing time t_0 [days]	4	Function q_1	23.139
Concrete age t [days]	365	Function q_2	174.538
Age at loading t' [days]	7	Function q_3	2.476
HUMIDITY AND CURING		Function q_4	7.254
Average relative humidity [%]	75	Function q_5	488.819
Curing cond. factor (cured in water)	1	Function $Q(t, t')$	0.326
STRESS		Function $H(t)$	0.883
Stress at loading [MPa]	10	Function $H(t')$	0.988

Obr. 1a
Zobrazení
zadaných hodnot

Fig. 1a Display of
input table

FINAL OUTPUT TABLE

SHRINKAGE	Ultimate shrinkage [in 10E-6]	-717.24
	Time dependence on ultimate shrinkage [in 10E-6]	-715.66
	Shrinkage at time $t = 365, (t_0 = 4), \epsilon_{sh}$ [in 10E-6]	193.09
	95% confidence limit $\epsilon_{sh}(t, t_0) * (1 + 0.67)$	322.46
	95% confidence limit $\epsilon_{sh}(t, t_0) * (1 - 0.67)$	63.72
CREEP	Basic compliance function $C_a(t = 365, t' = 7)$ [in 10E-6/MPa]	88.25
	Compliance funct. due to drying $C_a(t = 365, t' = 7, t_0 = 4)$ [in 10E-6/MPa]	10.76
	Compliance function $J(t = 365, t' = 7)$ [in 10E-6/MPa]	122.15
	95% confidence limit $J(t, t') * (1 + 0.45)$	177.13
	95% confidence limit $J(t, t') * (1 - 0.45)$	67.18
	Creep coefficient $\phi(t = 365, t' = 7)$	1.656
STRAIN	Strain due to load $\epsilon_c(t = 365, t' = 7)$ [in 10E-6]	1221.59
	Total strain $\epsilon(t = 365, t' = 7)$ [in 10E-6]	1414.68

Obr. 1b Zobrazení výsledků z internetovského prohlížeče

Fig. 1b Display of final output table on screen

Tyto tabulky zobrazené internetovským prohlížečem lze též vytisknout. Texty zadání i výsledků jsou zatím v anglickém jazyce, připravuje se i jejich české znění.

Obdobná internetová stránka se připravuje i pro postup výpočtu součinitele dotvarování podle připravované EN 1992-1-1.

ZÁVĚR

Navržený postup podstatně usnadňuje výpočty účinků dotvarování a smršťování betonu, a proto může na všech úrovních plně nahradit veškeré vyčíslování málo výstižných a zastaralých vzorců uvedených v Příloze 4 ČSN 731201. Proč počítat pracně s použitím zastaralých vztahů, když to jde snadno a současně výstižně?

Uvedené výsledky byly získány v rámci řešení Výzkumných záměrů č. MSM 210000001 a MSM 210000003 zpracovávaných Stavební fakultou ČVUT v Praze a grantového projektu č. 103199/0122 uděleného Grantovou agenturou ČR.

Prof. Ing. Jaroslav Procházka, CSc.,

ČVUT – fakulta stavební, Thákurova 7, 166 29 Praha 6,
tel.: 02 2435 4633, fax: 02 311 7362,
e-mail: jaroslav.prochazka@fsv.cvut.cz

Prof. Ing. Vladimír Křístek, DrSc.,

ČVUT – fakulta stavební, Thákurova 7, 166 29 Praha 6,
tel.: 02 2435 3875, fax: 02 311 7362,
e-mail: kristek@fsv.cvut.cz

Ing. Vojtěch Petřík,

ČVUT – fakulta stavební, Thákurova 7, 166 29 Praha 6,
tel.: 02 243 54631, fax: 02 311 7362,
e-mail: bela@fsv.cvut.cz

Literatura:

- [1] Bazant, Z.P., Baweja, S., in collaboration with RILEM Committee TC 107-GCS: Creep and Shrinkage Prediction Model for Analysis and Design of Concrete Structures – Model B3 (RILEM Recommendation), Materials and Structures, Paris 1995, 28, 357 – 365, with Errata, Vol. 29, (March 1996), p. 126
- [2] Bazant, Z.P., Baweja, S.: Creep and Shrinkage Prediction Model for Analysis and Design of Concrete Structures: Model B3, distributed at ACI Paris Chapter Workshop, April 6, 1998; also ACI Special Publication Creep and Shrinkage of Concrete, A. Al-Manaseer, Editor, 2000, (in press)
- [3] Prediction of Creep, Shrinkage and Temperature Effects in Concrete Structures, Reported by Committee 209, ACI 209R-92
- [4] Gardner, N.J.: Design Provisions for Shrinkage and Creep of Concrete, presented and distributed at ACI Paris Chapter Workshop, April 6, 1998
- [5] Šmerda, Z., Křístek, V.: Dotvarování a smršťování betonových prvků a konstrukcí, SNTL Praha 1978
- [6] Neville, A.M., Dilger, W.H. and Brooks, J.J.: Creep of plain and structural concrete, Construction Press, London and New York, 1983
- [7] Petřík, V., Křístek, V.: Praktická pomůcka pro výpočet vlivů smršťování a dotvarování betonu, Sborník konference Betonářské dny 2000

Poznámky:

^{*)} Pokud nejsou známy přesnější údaje o použitém množství cementu, vody a kameniva je možné použít údajů uvedených v Tab. 1, vyplývajících ze současné praxe (výroba ve stacionárních betonárnkách). Při tomto je nutné přihlídnout k tomu, zda se jedná o transportbeton, nebo beton používaný ve výrobních prefabrikátů (požadavky na větší počáteční pevnosti).

^{**)} Pokud neznáme hodnoty průměrné relativní vlhkosti vzduchu v obklopujícím prostředí, lze použít hodnot uvedených v Tab 2.

^{***)} Model dává věrohodné výsledky cca do napětí 0,45 f_c.