

Pružné priehyby betónových prvkov

Elastic Deflections of Concrete Elements

Terézia Nürnbergerová, Martin Križma, Ján Hájek, František Hájek

Afinná závislosť medzi krátkodobým celkovým a pružným priehybom a koeficient affinity zo skúšok nosníkových dosiek, železobetónových a čiastočne predpätých nosníkov I a T prierezu. Afinná závislosť medzi pružným a celkovým priehybom od účinku priečnych síl.

Affine connection between short-term total and elastic deflection and affinity coefficient obtained from short-term tests of one-way slabs, reinforced and partially prestressed beams of I and T shape is described. Affine connection between elastic and total deflection induced by shear forces is also shown.

Posudzovanie betónových prvkov podľa medzných stavov používateľnosti sa stalo, zo všeobecne známych dôvodov, v posledných rokoch nevyhnutnosťou. Na jednej strane sú to dôvody vyplývajúce z používania vysoko kvalitných materiálov – betónu a výstuže, ktoré vedú k navrhovaniu štíhlejších konštrukcií, pri ktorých je medzný stav pretvorenia často rozhodujúci. Na strane druhej, niektoré poruchy stavieb spôsobené nadmernými deformáciami tiež viedli k potrebe vypracovania výpočtových modelov umožňujúcich ich presnejšie stanovenie vrátane reologických vplyvov.

Dalším kritériom pri posudzovaní najmä stavebných dielcov je veľkosť trvalých deformácií. A to nielen z hľadiska skúšobníctva, kde určenie priehybov po odľahčení má význam pri posudzovaní vlastností železobetónových dielcov na základe zaťažovacích skúšok, ale toto kritérium môže byť dôležité v prípadoch jednorázového pretáženia stávajúcich konštrukcií. Tento problém nie je nový, pretože otázkou veľkosti priehybov po odľahčení sa už zaoberal napr. Emperger a kol. [1], ktorý zhrnul viacero dovtedy vykonaných skúšok. Konštatoval, že zostatkový priehyb po úplnom odľahčení sa rovná (0,2-0,3)-násobku priehybu dosiahnutého tesne pred odľahčením. J. Hájek [2] odvodil závislosť medzi sekantovou poddajnosťou pri prvom zaťažení a poddajnosťami po odľahčení v 1., 2. a 3. zaťažovacom cykle zo skúšok železobetónových dosiek s trojnásobným odľahčením z rôznych hladín zaťaženia na minimálnu hladinu. Uviedol však, že parametre týchto závislostí treba overiť experimentálne a to nielen skúškami dosiek, ale aj iných typoch betónových prvkov.

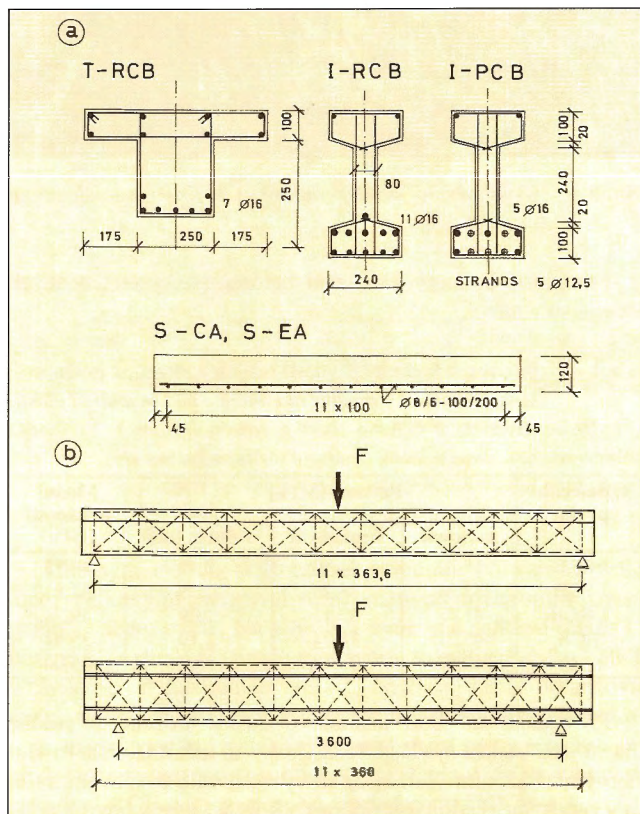
Na ÚSTARChU SAV sme preto v r. 1988 odskúšali sériu železobetónových dosiek na krátkodobé zaťaženie s odľahčovacími cyklami [3] a pokračovali sme skúškami železobetónových a predpätých nosníkov I a T prierezu. Skúšky nosníkov umožnili sledovať aj vplyv šmykových síl na veľkosť priehybov po odľahčení.

Skúšobné prvky a metodika skúšok

Pre stanovenie celkových a zostatkových priehybov betónových prvkov sa využili jednak výsledky skúšok nosníkových dosiek z konca osemdesiatych rokov [2], [3], jednak súčasné výsledky skúšok nosníkov prierezu I a T, ktoré sú realizované na Ústave stavebníctva a architektúry SAV v Bratislave v rámci spoločného grantového projektu VEGA č. 2/4086/97-99 so Stavebnou fakultou STU v Bratislave. Treba poznamenať, že termín celko-

vý, resp. zostatkový priehyb sa v tomto článku používa pre krátkodobé priehyby, tj. bez reologických účinkov.

Priečne rezy skúšobných prvkov, spôsob ich vystuženia a bočný pohľad na skúšobné prvky sú na obr. 1. Odkúšalo sa 8 nosníkových dosiek s rozpätím 3,6 m.



Obr. 1 – Priečne rezy, vystuženie skúšobných prvkov a rozmiestnenie meracích základní / Cross-section, reinforcement of tested elements and position of measuring bases

Štyri dosky – ďalej ich budeme označovať S-EA, boli zhotovené na báze ťaženého dunajského kameniva, 4 na báze drveného andezitového kameniva - S-CA. Výstuž tvorili zvárané siete KARI s pozdĺžnymi drôťmi prierezu ϕ W8 mm a priečnymi prúťmi ϕ W6 mm, osová vzdialenosť drôtov bola 100 a 200 mm. Priemerné charakteristiky výstuže – dohodnutá medza sklzu $f_{s0,2} = 677$ MPa, priemerná pevnosť v ťahu $f_{st} = 719$ MPa.

Z množstva, v súčasnosti skúšaných nosníkov, sme pre vyhodnotenia vybrali tie, ktoré sa jednak odlišovali typom prierezu - I - prierez (I-RCB, I-PCB), T- prierez (T-RCB) a ohybovou štíhlosťou (pomer geometrických parametrov l/h , l je rozpätie nosníka, h je výška). Ohybová štíhlosť nosníkov I - prierezu je 7,5, ohybová štíhlosť železobetónového nosníka T-RCB (reinforced concrete beam) je 11,4. Navyše nosník I-PCB (prestressed concrete beam) bol čiastočne predpätý. Stupeň predpätia podľa Naamana [4] bol 0,614. Priemerné vlastnosti povrchovo upravených prúťov betonárskej výstuže všetkých nosníkov boli – medza sklzu $f_{sy} = 454$ MPa, pevnosť v ťahu $f_{st} = 649$ MPa,

modul pružnosti $E_s = 213$ GPa. Mechanické vlastnosti ocele použitej na strmienky zodpovedali vlastnostiam hlavnej ťahovej výstuže. Vlastnosti predpínacích lán nominálneho priemeru $\Phi 12,5$ mm boli - $f_{pt} = 1700$ MPa, $E_p = 202$ GPa. Pohľad na usporiadanie skúšky v laboratóriu je na obr. 2.



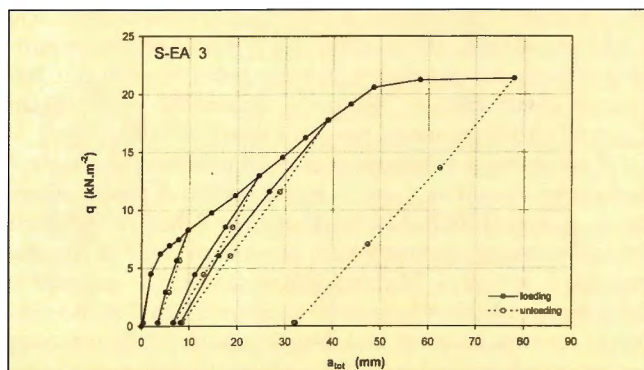
Obr. 2 – Usporiadanie skúšky (nosníky) / *Experimental set-up (beams)*

Priemerné hodnoty vlastností betónu všetkých skúšaných prvkov sú v tab. 1.

Tab. 1 – Priemerné hodnoty pevnosti betónu a modulov pružnosti / *Mean values of strengths of concrete and moduli of elasticity*

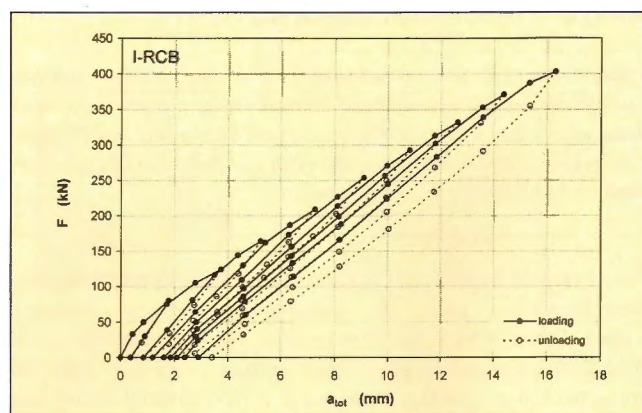
Označenie prvku	Pevnosť [MPa]			Modul pružnosti [GPa]
	kocková	hranolová	v dostr. ťahu	
I-RCB	55,32	44,80	2,42	40,83
I-PCB	52,34	38,25	2,35	37,81
T-RCB	41,43	33,11	2,09	39,74
S-CA	45,21	38,24	2,19	35,94
S-EA	40,60	33,17	2,07	35,00

Pri zaťažovaní boli nosníkové dosky uložené v polohe „na stojato“, takže aj vlastná tiaž dosky sa nahrádzovala rovnomerným zatažením. Zataženie sa vyvodzovalo zvyšovaním tlaku v zatažovacej poduške, pričom pôsobilo na celý povrch dosiek. Pri skúškach bol použitý zmiešaný zatažovací režim – tuhý režim (pri zatažovaní je riadiacou veličinou priehyb) na prvej vzostupnej vetve, mäkký na ostatných vetvách namáhania. Spôsob zatažovania skúšobných dosiek je uvedený v [3], pre názornosť na obr. 3 uvádzame vzťahy medzi zatažením a priehybom skúšobnej dosky S-EA 3.



Obr. 3 – Závislosť zataženie x priehyb z výsledkov skúšok dosiek / *Load versus deflection relationship from the results of the tests of the slabs*

Skúšobné nosníky boli namáhané silou F pôsobiacou v strede rozpätia. Bol použitý tuhý zatažovací režim a to pre všetky vzostupné, i zostupné vetvy. Riadiacou veličinou bol snímaný posuv zatažovacieho hydraulického zataženia. Merané zatažovacie stupne (sledovanie charakteristík procesu rozvoja trhlín a meranie pretvorenia betónu) pri všetkých vzostupných aj zostupných vetvách odpovedali stupňom s rovnakým priehybom. Spôsob zatažovania je zrejmy z obr. 4, kde sú vzťahy medzi priehybom v strede rozpätia a zatažovacou silou. Miesta na vetvách označené krúžkami (plné krúžky na zatažujúcich, prázdne na odľahčujúcich vetvách hysterézných slučiek) znamenajú merané miesta.



Obr. 4 – Závislosť zatažovacia sila x priehyb z výsledkov skúšok nosníkov / *Loading force versus deflection relationship from the results of the tests of the beams*

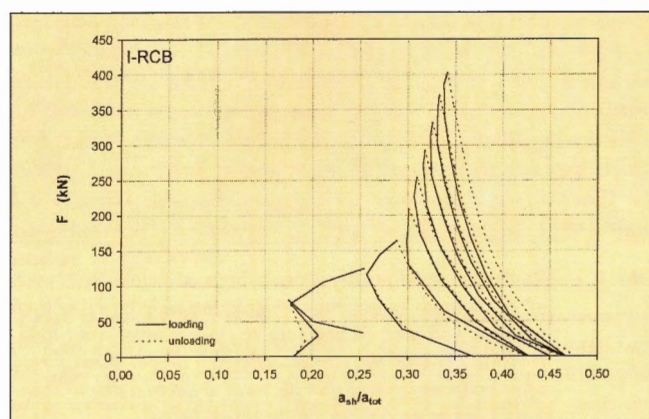
Skúška nosníka T – prierezu bola ukončená dosiahnutím medze sklzu ťahanej výstuže, čo odpovedalo hodnote zatažovacej sily $F = 245$ kN a riadiacemu posuvu valca $a_{hc} = 44$ mm. Skúšky nosníkov I – prierezu boli obmedzené kapacitou zatažovacieho zariadenia $F_{max} = 400$ kN, takže skúšky boli prerušené pri hladine zataženia $\gamma = 0,74$ pre I-PCB, resp. $\gamma = 0,68$ pre I-RCB. Keďže vlastná tiaž nosníkov a zatažovacieho hydraulického valca boli vzhľadom na dosiahnuté zataženie nepatrné, bolo možné ich v ďalších úvahách zanedbať.

Pri každom zatažovacom stupni skúšobných prvkov sa zaznamenávali zmeny odmerných základní ťahaného a tlačeneho okraja. Navyše pri nosníkoch boli zaznamenávané aj zmeny základní vzájomne sa križujúcich, vzostupných a zostupných diagonál. Súčasne sa zaznamenával priehyb prvkov pomocou priehybomerov, ktoré boli umiestnené pozdĺž prvkov a sledovali sa charakteristiky procesu rozvoja trhlín. Základne pri ťahanom a tlačenej okraji spolu so základniami diagonál tvoria fiktívnu priehradovú sústavu. Styčnice priehradovej sústavy nosníkov sú vyznačené na obr. 1b. Vyhodnotenie zmien priehradovej sústavy pomocou Williot - Mohrových translokačných obrazcov v ďalšom umožňuje rozdeliť celkové priehyby na priehyby spôsobené ohybovými momentami a priehyby spôsobené priečnymi silami. Metóda je podrobne uvedená v [5].

Výsledky skúšok

Ako sme uviedli vyššie, na obr. 3 je závislosť medzi rovnomerným zatažením a priehybom v strede rozpätia určená zo skúšok dosiek, a na obr. 4 závislosť medzi zatažovacou silou a priehybom nosníka. Pri doskách sme vykonali tri odľahčovacie cykly na rôznych (resp. na rovnakých) hladinách zataženia so záverečným odľahčením po dosiahnutí medze sklzu. Keďže z výsledkov skúšok dosiek vyplynulo, že obalová krivka závis-

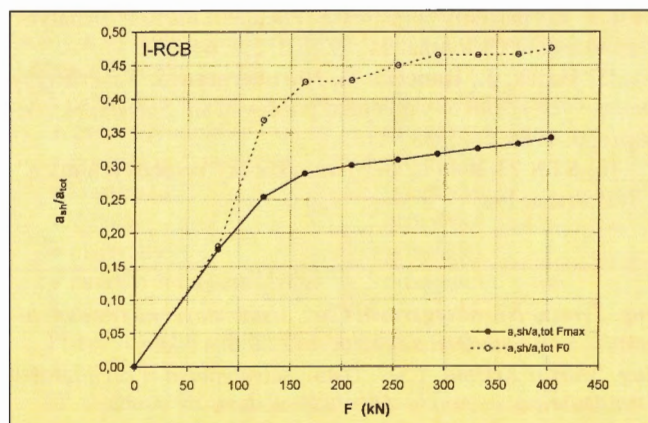
losti zataženie × priehyb zostáva rovnaká bez ohľadu na počet × odľahčenie, volili sme pri nosníkoch odľahčovanie po každom druhom zatažovacom stupni čo predstavovalo 8 – 9 odľahčovacích cyklov. Pri nosníku T prierezu posledné tri odľahčovacie cykly sa uskutočnili z hladiny zataženia zodpovedajúcej medzi sklzu výstuže.



Obr. 5 – Závislosť medzi zatažovacou silou F a pomerom priehybu od účinku priečných síl ku celkovému priehybu a_{shear}/a_{tot} / Relationship between the loading force F and the ratio of the shear induced deflections to the total deflections a_{shear}/a_{tot}

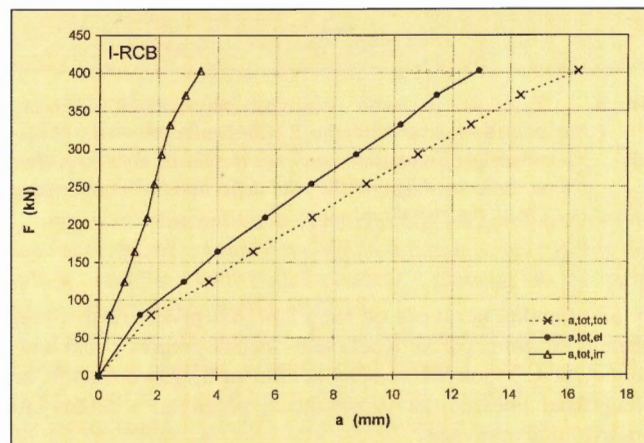
Z nameraných dĺžkových pretvorení na odmerných základniach pozdĺž horného a dolného okraja nosníkov, ktoré na seba nadväzovali, ako aj v skrížených diagonálach sa pomocou Williot - Mohrových translokačných obrazcov určili celkové priehyby, ako aj priehyby od účinku ohybových momentov a priečných síl. Na obr. 5 je závislosť medzi zatažovacou silou a pomerom priehybu od účinku priečných síl ku celkovému priehybu pre nosník I-RCB.

Z obrázka vidieť, že tento pomer vzrastá so stúpajúcim zatažením, a že pomer šmykového priehybu ku celkovému je po odľahčení väčší ako na začiatku odľahčovania. Názejnejšie je to vidieť na obr. 6, kde sú vynesené závislosti pomeru šmykového priehybu ku celkovému priehybu a_{shear}/a_{tot} od zatažovacej sily,



Obr. 6 – Pomer priehybu od účinku priečných síl ku celkovému priehybu a_{shear}/a_{tot} na začiatku odľahčovania (plná čiara) a po odľahčení (čiarkovaná čiara) v závislosti na maximálnej sile v cykle F_{max} / The ratio of the shear induced deflections to the total deflections a_{shear}/a_{tot} at the beginning of unloading (full line) and after unloading (dashed line) versus the maximal force F_{max} in a cycle

pri ktorej sa začalo s odľahčovaním. Plnou čiarou s plnými krúžkami je to pomer a_{shear}/a_{tot} pri F_{max} , kde F_{max} je sila na začiatku odľahčovania a čiarkovanou čiarou s prázdnyimi krúžkami pomer a_{shear}/a_{tot} po odľahčení z tejto sily. Zo závislostí vynesenej na obr. 6 vyplýva, že trvalý priehyb od účinku šmykových síl je väčší ako trvalý priehyb od účinku ohybových momentov a ďalej, že šikmé trhliny po odľahčení zostávajú viac otvorené ako ohybové (zvislé) trhliny. Tieto závislosti mali podobný priebeh aj pre predpätý nosník a pre nosník T prierezu. V prípade nosníka T-RCB sa pri troch posledných cykloch, uskutočnených z hladiny zodpovedajúcej medzi sklzu výstuže, pomer a_{shear}/a_{tot} nemenil.



Obr. 7 – Celkový, pružný a trvalý priehyb v závislosti od sily F_{max} na začiatku odľahčovania / Total, elastic and irreversible deflection versus force F_{max} at the beginning of unloading

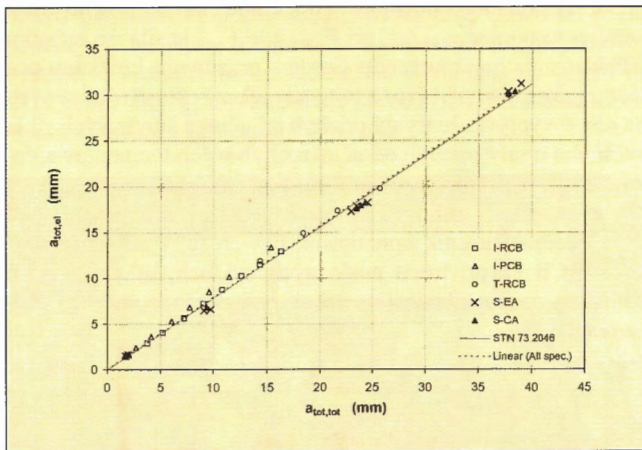
Hlavným cieľom skúšobného programu bolo zistiť vzťah medzi celkovými a trvalými, resp. pružnými priehybmi v danom odľahčovacom cykle. Na obr. 7 sú vynesené celkové (čiara 1), pružné (2) a trvalé (3) priehyby v strede rozpätia nosníka I-RCB v závislosti od maximálnej sily F_{max} od ktorej začalo odľahčovanie. Je vidieť, že vzájomný pomer medzi pružnými a celkovými, resp. medzi trvalými a celkovými priehybmi zostáva zachovaný až do dosiahnutej vysokej hladiny zataženia (0,68) a v prípade nosníka I-RCB tieto pomery sú v priemere 0,789, resp. 0,211.

Pomer pružného a celkového priehybu všetkých sledovaných prvkov sa pohyboval v pomerne úzkom rozmedzí – pozri tab. 2. Z tabuľky vidieť, že tento pomer je o niečo nižší pre šmykové priehyby a pre prvky, ktoré sa porušovali dosiahnutím medze sklzu výstuže.

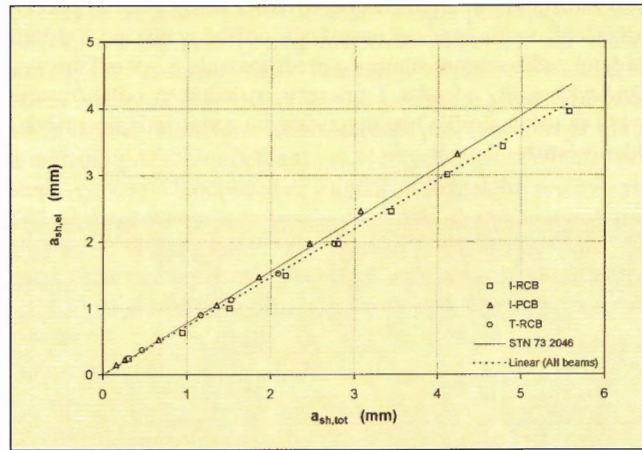
Tab. 2 – Koefficienty lineárnej regresie závislosti medzi pružným a celkovým priehybom / Coefficients of the linear regression of the relationship between elastic and total deflection

Skúšobný prvok	Výsledný priehyb		Priehyb od momentov		Priehyb od priečn. síl	
	a_e/a_{tot}	r^2	a_e/a_{tot}	r^2	a_e/a_{tot}	r^2
I-RCB	0,7963	0,9994	0,8374	0,9994	0,7118	0,9988
I-PCB	0,8779	0,9998	0,9080	0,9998	0,7911	0,9916
T-RCB	0,7914	0,9974	0,8004	0,9973	0,7272	0,9980
S-CA	0,7815	0,9957				
S-EA	0,7758	0,9973				

Na obr. 8 sú symbolmi zakreslené dvojice (celkový priehyb, pružný priehyb) získané zo skúšok všetkých prvkov, okrem dvojíc priehybov nameraných po dosiahnutí medze sklzu výstuže. Je vidieť, že body reprezentujúce príslušné dvojice ležia praktic-



Obr. 8 – Závislosť pružného priehybu po úplnom odľahčení od celkového priehybu pred odľahčením pre všetky skúšané prvky / Relationship between the elastic deflection after entire unloading and the total deflection before unloading for all the tested specimens



Obr. 9 – Závislosť medzi pružným priehybom od účinku priečných síl po úplnom odľahčení a celkovým priehybom od účinku priečných síl pred odľahčením zo skúšok nosníkov / Relationship between the elastic deflection due to shear forces after entire unloading and the total deflection due to shear forces before unloading for the tested beams

ky na priamke, nezávisle od toho ktorému prvku, resp. ktorej hladine zataženia patria. Koeficient lineárnej regresie mal hodnotu 0,7864. Vysoký korelačný koeficient 0,9955 dokazuje, že predpoklad lineárnej závislosti medzi pružnými a celkovými priehybmi je oprávnený.

Ako už bolo uvedené vyššie, skúšané nosníky mali rôznu ohybovú štvŕhosť, resp. vystuženie a preto podiel šmykových priehybov na výsledných priehyboch bol rôzny. V tab. 3 sa nachádzajú hodnoty pomeru šmykového priehybu ku výslednému priehybu na hladine prevádzkového zataženia a pri maximálnej dosiahnutej sile.

Tab. 3 – Pomer šmykového priehybu k výslednému priehybu / Ratio of the shear induced deflection to the total deflection

Skúšobný prvok	Pomer šmykového priehybu ku celkovému	
	Prevádzkové zataženie	Maximálna dosiahnutá sila
I-RCB	0,30	0,342
I-PCB	0,19	0,280
T-RCB	0,08	0,118

Na obr. 9 je vynesená rovnaká závislosť, tj. medzi pružnými priehybmi po úplnom odľahčení a priehybmi pred odľahčením pre priehyby od účinkov priečných síl. I keď hodnoty na obr. 9 majú väčší rozptyl ako výsledné priehyby na obr. 8, dá sa povedať, že aj pre šmykové priehyby existuje lineárna závislosť medzi pružnými a celkovými priehybmi, a to bez ohľadu na ich veľkosť. Koeficient tejto závislosti je o niečo nižší – 0,7337, korelačný koeficient je 0,9929.

Záver

Z uvedených výsledkov možno jednoznačne usúdiť, že existuje afinita priehybov pred a po odľahčení. Súčiniteľ afinity β sa dá

s dostatočnou presnosťou uvažovať hodnotou 0,78. Pružné priehyby po odľahčení možno určiť ako β násobok priehybov tesne pred odľahčením.

Výskum bol čiastočne podporovaný slovenskou grantovou agentúrou pre vedu VEGA (grant č. 2/4086/99).

Literatúra:

- [1] Emperger, F. a kol.: Handbuch für Eisenbetonbau, 1. Band. W. Ernst u. Sohn, Berlin, 1912.
- [2] Hájek, J.: Experimentálne overovanie vlastností betónu a betónových konštrukcií. In: Zhodnocení vývoje betónového staviteľství v ČSSR. Dům techniky ČSVTS, Praha, 1987, s. 141-150.
- [3] Hájek, J., Nürnbergerová, T.: Unloading branches of load-deflection relationships of one-way slabs. In: Colloquium on actual problems of concrete structures (dedicated to the memory of Academician Karol Havelka). Slovak Technical University, Bratislava, 1991, s. 127-132.
- [4] Naaman, A., Siriakorn, A.: Serviceability based design of partially prestressed beams. Part 1: Analytic formulation. PCI Journal 24, 1979, č. 2, s. 64-89.
- [5] Hájek, J., Hanečka Š., Nürnbergerová, T.: Priehyby betónových nosníkov od účinku priečných síl. Stavebnický časopis 33, 1985, č. 2, s. 87-113.
- [6] STN 73 2046 „Zatěžovací zkoušky betonových dílců“, ÚNM Praha, 1987.

Ing. Terézia Nürnbergerová, CSc., Ústav stavebníctva a architektúry SAV, Dúbravská cesta 9, 842 20 Bratislava

Ing. Martin Križma, CSc., Ústav stavebníctva a architektúry SAV, Dúbravská cesta 9, 842 20 Bratislava

Prof. Ing. Ján Hájek, DrSc., Adámiho 4, 841 05 Bratislava

Doc. Ing. František Hájek, CSc., Katedra betónových konštrukcií a mostov SvF STU, Radlinského 11, 813 68 Bratislava