

# Simulace chování konstrukcí

*Simulation of Structural Behaviour*

Jana Margoldová, Vladimír Červenka

Nelineární analýza umožňuje počítačovou simulaci chování železobetonových konstrukcí v navrhovaných či skutečných podmínkách. Použití programů založených na nelineární metodě konečných prvků je demonstrováno na příkladech z inženýrské praxe a ověřováno experimenty.

*A nonlinear analysis enables a computer simulation of the behaviour of reinforced concrete structures in designed or real conditions. Application of the software based on nonlinear FEA is demonstrated on cases from engineering practice and is validated by experiments.*

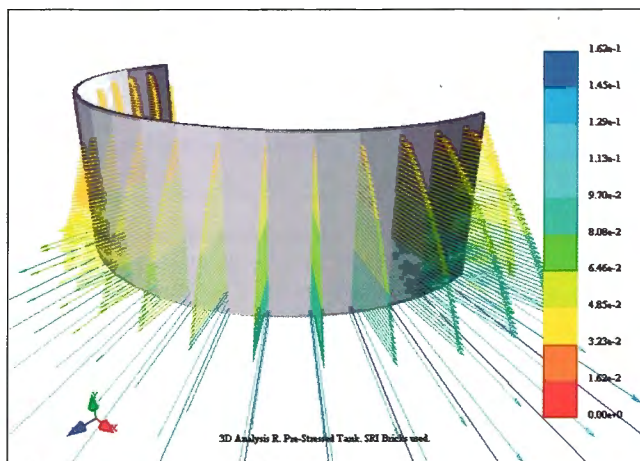
Požadavky stavět krásné, elegantní a technicky náročné konstrukce levně a bezpečně vyžadují používat při jejich návrhu, případně při návrhu jejich detailů, nové prostředky a nástroje. Během 20. století byla postavena celá řada betonových konstrukcí. V současné době je třeba tyto konstrukce z různých důvodů rekonstruovat pro zajištění bezpečnosti jejich dalšího používání. Návrh vhodné rekonstrukce lze zpracovat pouze se znalostí příčin opotřebení či dokonce poškození původní konstrukce. Protože stávající způsoby analýzy konstrukcí neposkytují uspokojivé odpovědi na všechny otázky, hledají se nové cesty řešení.



Obr. 1 – Ukázka železobetonové konstrukce vodojemu / Reinforced concrete structure of tank

Reakcí na tyto požadavky je vývoj počítačových programů, které umožňují simulaci skutečného chování konstrukcí v daných podmínkách. Tento vývoj využívá rozšíření nových výkonných počítačů v inženýrské praxi, vývojové a uživatelské prostředí Windows a zejména nové výsledky výzkumu chování materiálů.

Ve výzkumu chování materiálů bylo dosaženo významných výsledků v oblasti lomové mechaniky, v teorii poškození a v teorii plasticity, které mají velký praktický význam. Například nelineární lomová mechanika poskytuje možnosti realistického vystižení šíření trhlin v betonových konstrukcích. Výpočetní modely trhlin založené na lomové energii jsou objektivní. Jejich základem je poznání, že lomová houževnatost je stejně důležitým parametrem jako tahová pevnost.



Obr. 2 – Způsoby zatížení konstrukce: svislé a vodorovné předpětí, hydrostatický a hydrodynamický tlak / Loading types: – vertical and circumferential pre-stressing, hydrostatic and hydrodynamic pressure

Počítačová simulace chování konstrukce je založena na numerickém modelu konstrukce, který popisuje její geometrii pomocí konečných prvků (KP), konstitutivních modelech chování materiálů konstrukce a nelineárních numerických metodách řešení. Grafické uživatelské prostředí vytváří rámec celému programu, který umožňuje pohodlnou a efektivní práci inženýra.

Cílem článku je seznámit inženýrskou veřejnost s praktickými možnostmi využití počítačové simulace. Uvedené příklady analýz nových i stávajících betonových konstrukcí řešili autoři článku pomocí programů SBETA a ATENA. Program SBETA [1] byl vyvinut již v roce 1991 právě pro nelineární analýzu chování železobetonových konstrukcí a program ATENA [2] je jeho novou generací.

## Použití počítačové simulace

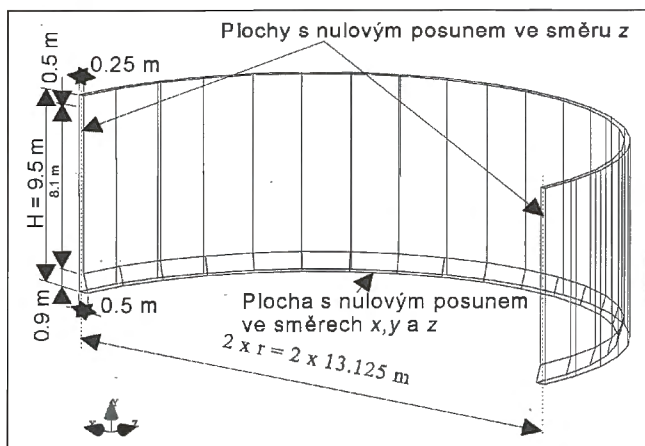
### Návrh konstrukce vodojemu

Japonská firma Oriental Construction Co. použila počítačovou simulaci chování při návrhu železobetonových konstrukcí vodojemů, obr. 1.

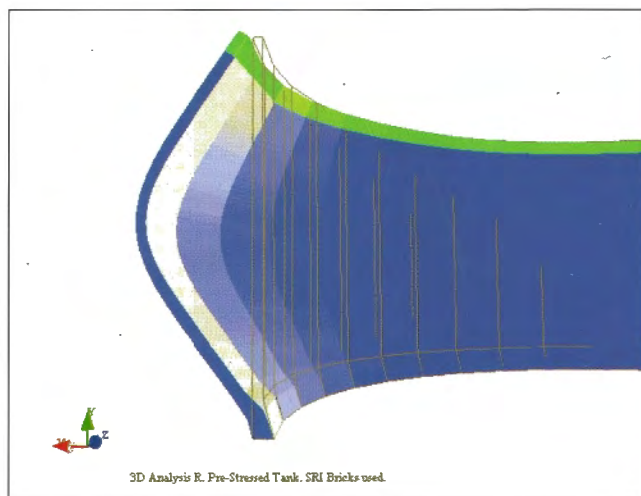
Železobetonová válcová konstrukce vodojemu obsahuje svislou i vodorovnou předpínací výztuž a je zatížena hydrostatickým tlakem vody. Použití osově symetrického řešení však vylučoval požadavek simulace chování konstrukce při extrémním zatížení hydrodynamickým tlakem vody způsobeným zemětřesením, obr. 2.

Pro stanovení mezní únosnosti navrhované konstrukce při spolupůsobení všech zatížení byla provedena úplná 3D semi-dynamická analýza symetrické poloviny konstrukce, obr. 3. Pro numerický model konstrukce byly použity prostorové konečné prvky typu brick a pro popis chování betonu byl vybrán křehko plastický materiálový model.

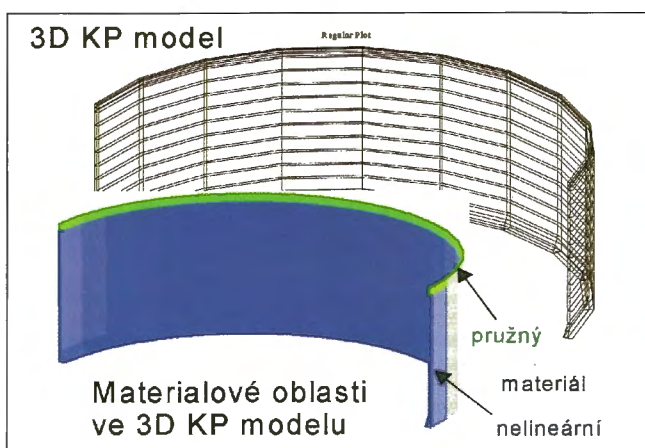
Důležité události probíhající na konstrukci, tj. vznik a šíření trhlin a tečení výztuže, jsou vyznačeny na grafu závislosti zatížení – průhyb na obr. 4.



Obr. 3 a, b – Model konstrukce, a – geometrie 3D modelu, b – rozdělení modelu na konečné prvky a rozdělení na oblasti podle materiálů / *Structural model: a - geometry, b - the 3D FE model and material regions*

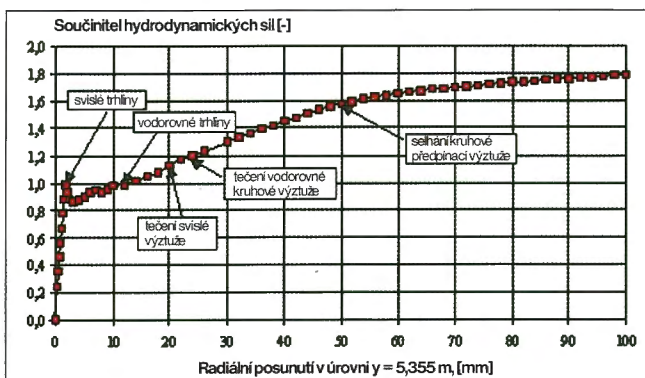


Obr. 5 – Deformovaný tvar průřezu v zatěžovacím kroku 64 / *Deformed shape of the cross-section at load step 64*

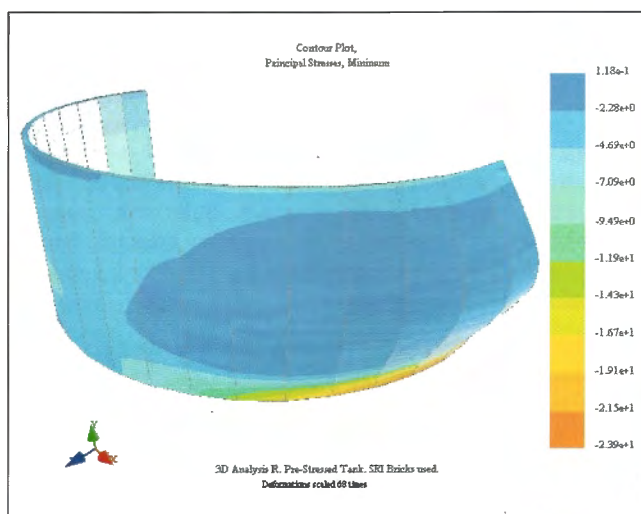


Analýza ukázala, že počáteční svislé trhliny se objevily při radiálním posunu 1,8 mm přibližně uprostřed výšky stěny tanku, v místě největšího posunu. Na obr. 5 – 7 je zobrazeno chování konstrukce při hodnotě radiálního posunutí v tomto místě 100 mm.

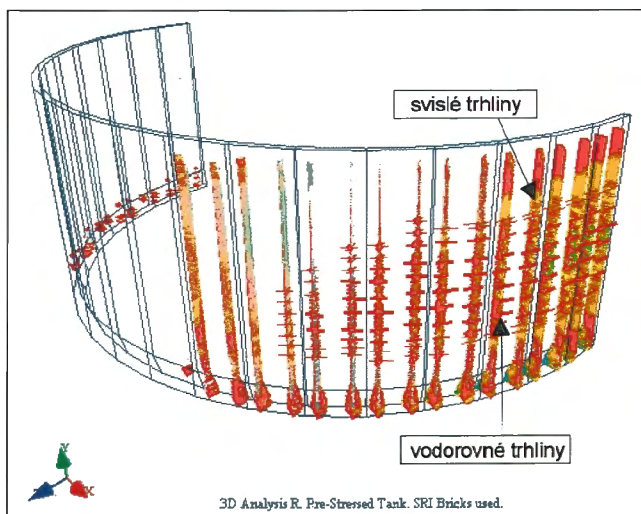
Výsledky analýzy prokázaly požadovanou bezpečnost vojdemu při seismickém zatížení, tj. šířku trhlin pod povolenou mezí, plastické chování na mezi únosnosti a celkovou stabilitu konstrukce. Takové výsledky nejsou dosažitelné při použití předpokladů o pružném chování materiálu.



Obr. 4 – Vztah radiálního posunu a hlavních projevů chování konstrukce / *Relationship of radial displacement and main events for the final analysis*



Obr. 6 – Rozdělení hlavních napětí v zatěžovacím kroku 64 / *Principal stresses at load step 64*



Obr. 7 – Rozdělení svislých a vodorovných trhlin v zatěžovacím kroku 64 / *Crack pattern at load step 64*

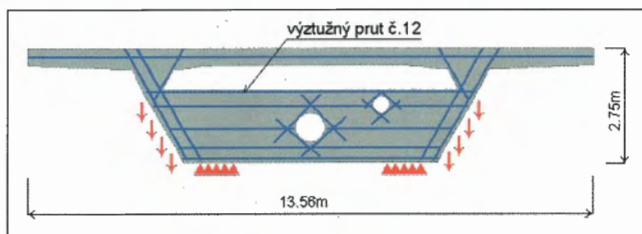


## Rekonstrukce mostu

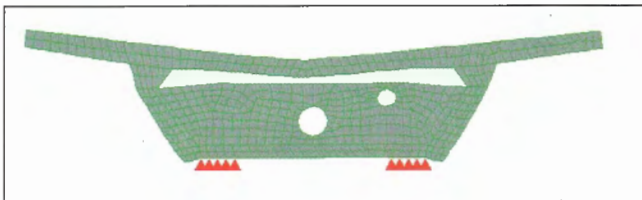
Příkladem úspěšného použití simulace chování konstrukce ve skutečných podmínkách je vyšetřování příčin vzniku poruch na Lindenackerském mostě ve Švýcarsku a následný návrh jeho rekonstrukce, obr. 8, 9.



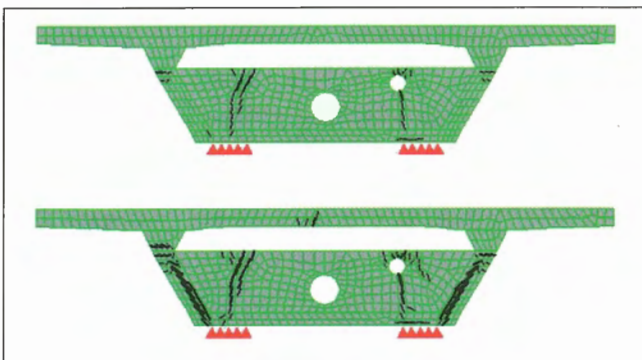
Obr. 8 – Lindenackerský most ve Švýcarsku / Lindenacker bridge in Switzerland



Obr. 9 – Příčný mostní nosník – tvar, výztuž, podpory a zatížení / Cross bridge girder – shape, reinforcement, supports and loads

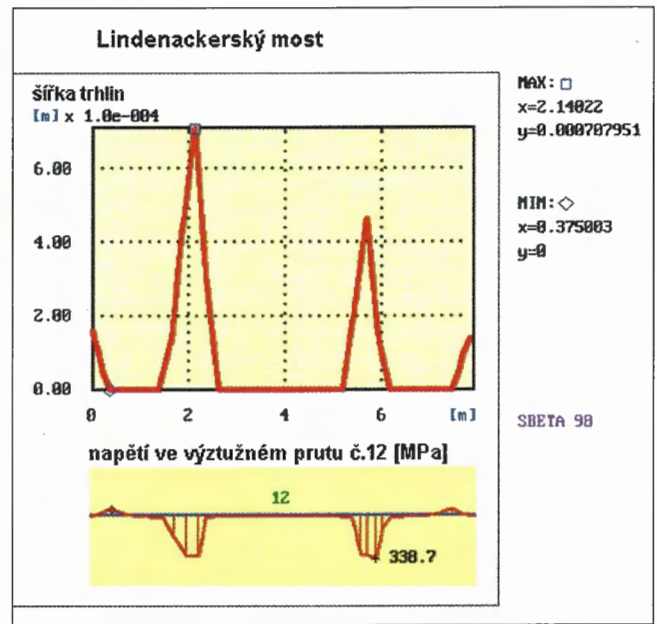


Obr. 10 – Deformovaný tvar nosníku při mezním zatížení / Deformed shape of the bridge girder under the limit loads



Obr. 11 – Obrazy trhlin při provozním a mezním zatížení nosníku / Crack patterns due to service and limit loads

Firma Aegerter & Bosshardt řešila návrh rekonstrukce tohoto 30 let starého mostu. Při pravidelných prohlídkách mostu byly zjištěny trhliny v příčných nosnicích nad podporami. Pro správný návrh rekonstrukce bylo nejprve potřeba zjistit příčiny vzniku těchto trhlin a vyšetřit jejich současné chování. K řešení tohoto kroku použili inženýři firmy program SBETA a simulovali chování příčných nosníků mostu při provozu. Výsledky analýzy ukázaly rozdělení napětí v betonu a v jednotlivých prutech výztuže během všech stádií vzniku a rozvoje trhlin. Vypočtený obraz trhlin byl porovnán se skutečnými trhlinami na konstrukci. Některé z výsledků jsou ukázány na obr. 10, 11 a 12.



Obr. 12 – Rozdělení napětí ve výztužném prutu č.12 (nahore), šířky trhlin, které protíná prut č.12 (dole) / The stress distribution along bar No.12, the crack width distribution along bar No.12

Závěry analýzy potvrdily domněnku o nedostatečném vyztužení příčných nosníků mostu. Při návrhu zpevnění konstrukce byl rovněž použit program SBETA pro posouzení zpevňujících prvků a porovnání odezvy původní a rekonstruované konstrukce.

## Simulace trhlin od účinků koroze

Během procesu koroze výztuže v železobetonu dochází vlivem chemických změn v korodující oceli ke zvětšování jejího objemu. Tato změna objemu způsobuje nárůst tahového napětí v betonu po obvodu výztuže, které vede až ke vzniku trhlin. Cílem popsaného projektu bylo analyzovat způsob porušení železobetonového dutého sloupu kruhového průřezu od účinků koroze podélné výztuže. Sledovány byly zejména vznik, šíření a šířka trhlin.

Tento problém byl původně zkoumán experimentálně pomocí metod zrychlené koroze. Značná obtížnost těchto experimentů rozhodla o doplnění výzkumu o studii numerické simulace vlivu koroze výztuže.

Příčný řez sloupem tvoří mezikruží, obr. 13. Vzhledem k předpokládané symetrii úlohy byla pro numerický model použita pouze jedna čtvrtina průřezu s jedním podélným výztužným prutem. Nabývání objemu výztuže vlivem koroze je modelováno pomocí změny objemového přetvoření rovnoměrně rozdělené po ploše výztuže. Přírůstek přetvoření je definován pro jed-

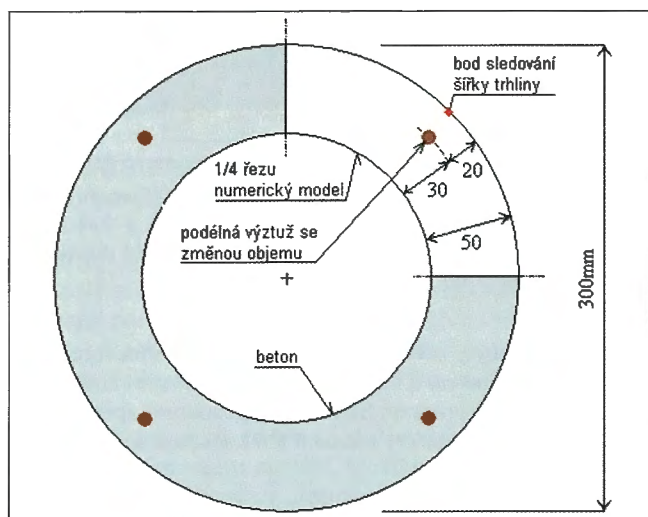
notlivé zatěžovací kroky. Byly provedeny čtyři série výpočtů pro dva průměry výztuže, 7,2 a 9 mm, a dva různé betony, viz. tab. 1.

Tab. 1 – Přehled řešených případů / Summary of solved cases

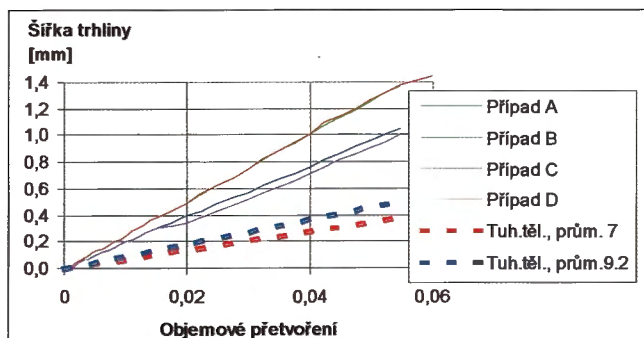
Jméno studie	Vlastnosti betonu				Průměr výztuže $d$ [mm]
	$E_c$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$R_c$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$R_t$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$G_F$ [N/m]	
A	40 000	65	4,27	111	7,0
B	40 000	65	4,27	111	9,2
C	40 000	70	4,21	117	7,0
D	40 000	70	4,21	117	9,2

Grafické zpracování výsledků bylo zaměřeno na popsání procesu vzniku a rozvoje trhlin způsobených nabýváním objemu výztuže. Diagram na obr. 14 ukazuje vztah šířky trhliny ve sledovaném bodu na okraji průřezu (obr. 13) a objemových změn výztuže. Pro porovnání je na diagramu také ukázáno řešení přibližným kinematickým modelem (čárkovaně). Tento model neuvažuje zákony lomové mechaniky a je zřejmě nevhodný pro řešení uvedeného problému. Animace propagace trhlin ve vybraných zatěžovacích krocích je zobrazena na obr. 15.

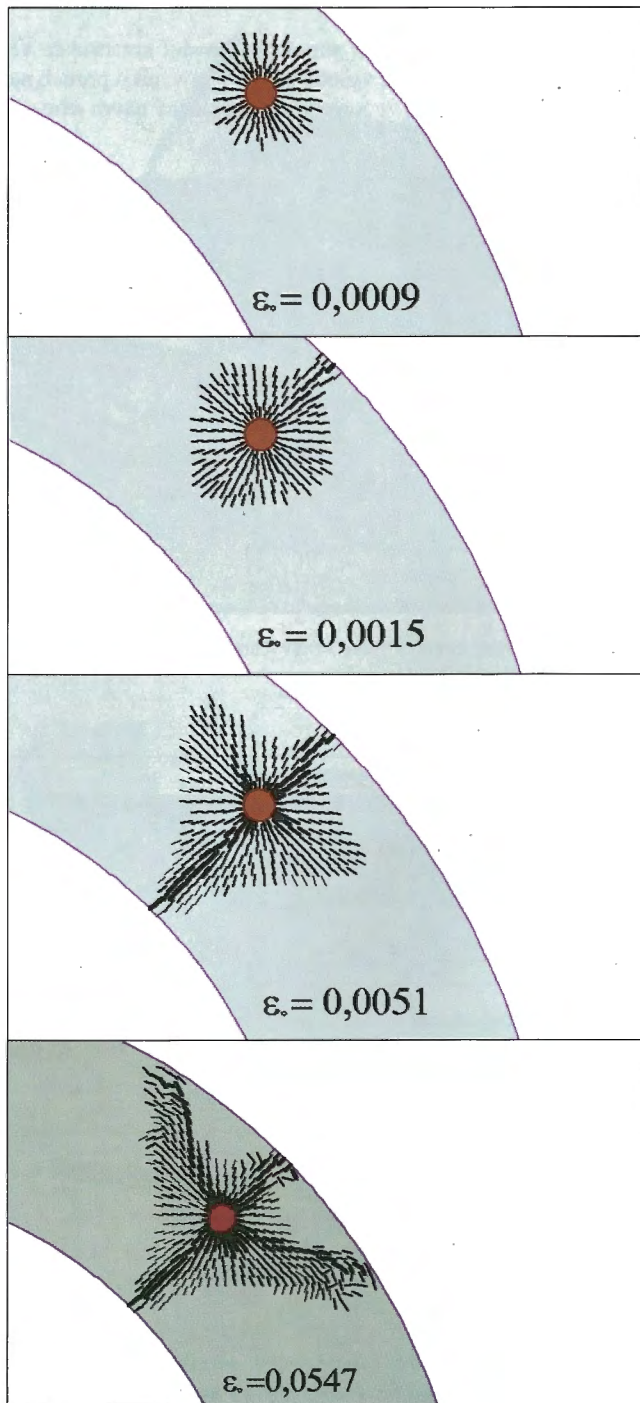
Tato studie je názorným příkladem úspěšného využití lomo- vé mechaniky pro výpočet trhlin. Na základě výsledků analýzy zpracovala japonská firmou Chugoku Electric Power Company nové zlepšené návrhy sloupů elektrického vedení z hlediska zvýšení ochrany výztuže proti korozi.



Obr. 13 – Řez železobetonovým kruhovým sloupem / Reinforced concrete pole cross section



Obr. 14 – Šířka trhliny jako funkce objemových změn výztužného prutu / Relationship crack width – volume strain of the reinforcement bar



Obr. 15 – Postupné šíření trhlin / Crack propagation

## Experimentální ověření

Dříve než je program uvolněn pro komerční použití, je třeba provést řadu ověřovacích výpočtů konstrukcí, jejichž chování je známé. K tomuto účelu se nejlépe hodí konstrukce nebo jejich detaily prověřené experimentálním výzkumem s podrobně zdokumentovanými výsledky.

## Prostý tah

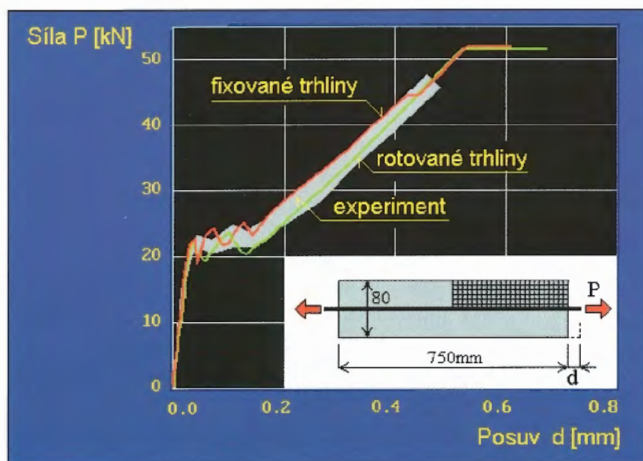
Prvním příkladem ověřovacího výpočtu je jednoduchý případ betonového trámu délky 750 mm, průřezu 80 × 80 mm, s podélnou ocelovou výztuží jedním 12 mm prutem, zatíženého prostým tahem, obr. 16. Cílem výpočtu je prověřit simulaci spolupůsobení betonu a výztuže, tzv. tension stiffening, a výpočet ší-



řek trhlin. Experimentální výzkum prováděl Hartl na univerzitě v Innsbrucku, Rakousko [3].

Vzhledem k symetrii zkoušeného prvku byla numericky modelována pouze jeho čtvrtina, která byla rozdělena pravidelnou sítí na konečné prvky. Pro analýzu byly postupně použity dva modely trhlin, rotované a fixované trhliny, obsažené v programu SBETA. Oba modely jsou podrobně popsány v literatuře [1] a [2].

Shoda výsledků numerické analýzy s experimentálními výsledky je velmi dobrá, obr. 16. Obrazy trhlin získané při výpočtech s použitím rotovaného a fixovaného modelu trhlin jsou na obr. 17. Numerické výsledky tvoří hranice oblasti experimentálně získaných výsledků pro vztah síla – deformace i pro průměrnou šířku trhlin. Experimentálně zjištěná hodnota průměrné šířky trhliny byla 0,16 mm, při použití modelu rotovaných trhlin byla vypočtená hodnota 0,19 mm a při modelu fixovaných trhlin 0,12 mm.



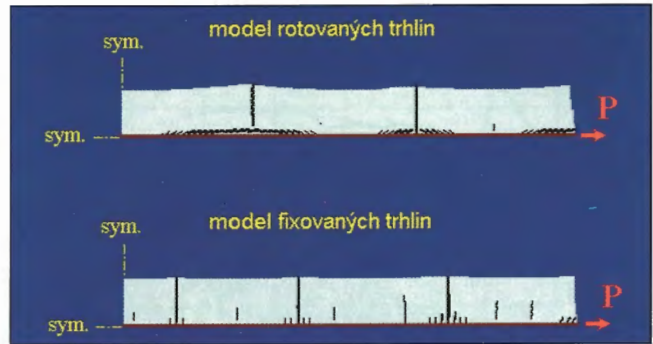
Obr. 16 – Tažený betonový prvek, srovnání výsledků experimentu a analýzy / Reinforced concrete bar in tension, comparison of experimental and numerical results

Z grafických výsledků je vidět, že nelineární numerická analýza umožňuje modelovat vznik a šíření tahových trhlin stejně jako porušení v soudržnosti. Pokud výztuže byla numericky simulována vznikem trhliny ve vrstvě betonu blízko výztuže. Tento jev byl poněkud přeceněn v modelu rotovaných trhlin a naopak podceněn u modelu fixovaných trhlin. Oba použité modely tvoří opět obálku skutečného chování testovaného prvku a pro způsob řešení, tj. bez speciálního prvku simulujícího soudržnost, jsou dostatečně přesné. Studie zaměřená na zkoumání citlivosti výsledků na hustotu sítě konečných prvků ukázala, že výsledky numerické analýzy nejsou ovlivněny různou hustotou sítě KP.

## Smyková stěna

Druhou ukázkou ověřovacího výpočtu je příklad stěny, obr. 18, představující část ztužující stěny výškové budovy, kterou experimentálně zkoušeli Maier a Thürliman [4]. Jedná se o složitý případ smykového porušení při kombinaci smyku, normálové síly a ohybu.

Betonová stěna, vyztužená pravoúhlo výztužnou sítí, byla v příčném směru ztužena svislými žebry na vnějších okrajích, na spodním okraji byla spojena s podkladní deskou a na horním byla ukončena deskou, přes kterou bylo do stěny vnášeno zatížení. Stěna byla zatížena konstantní svislou silou a vodorovnou silou, která postupně vzrůstala až do vyčerpání únosnosti. Pro porovnání s numerickou analýzou byly vybrány dva zkušební prvky, S1 a S2, které se lišily pouze hodnotou svislé zatěžovací síly.



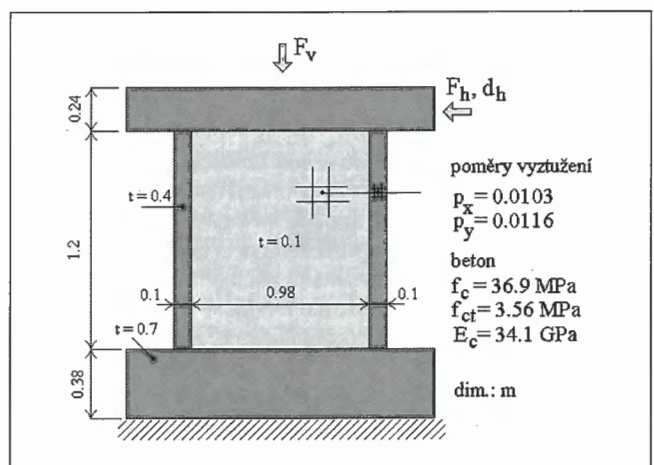
Obr. 17 – Rozdělení trhlin v prvku, a – rotovaný model trhlin, b – fixovaný model trhlin / Crack distribution, a – rotated crack model, b – fixed crack model

Výpočtový model zahrnoval stěnu, ztužující žebra i obě desky. Pro simulaci testu S1 byla stěna rozdělena na jemnou síť konečných prvků, v případě S2 byla použita hrubší síť KP. Základní data popisující numerická řešení jsou uvedena v tab. 2.

Tab. 2 – Přehled základních údajů o numerických analýzách / Summary of SBETA analysis

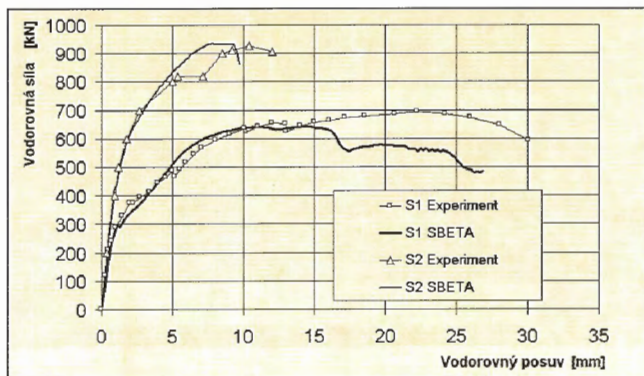
Případ	Svislá síla	Max. vodorovná síla		Počet prvků sítě
	$F_v$ [kN]	$F_h$ [kN]		
		SBETA	Experiment	
S1	433	641	680	911
S2	1653	933	928	278

Srovnání vypočteného a experimentálně získaného diagramu závislosti vodorovný posuv - vodorovná síla je na obr. 19. V oblasti vzestupné části diagramu, která charakterizuje počáteční stadia zatěžování a dále vznik a růst trhlin, je velmi dobrá shoda mezi numerickými a experimentálními hodnotami. V oblasti vrcholů diagramů a na sestupných větvích jsou vypočtených a naměřených závislostech určité rozdíly v hodnotách deformací. Maximální dosažené síly v numerickém výpočtu i v experimentu jsou téměř stejné. Experimentálně získané a vypočtené sítě trhlin po dosažení maximální vodorovné síly jsou zobrazeny na obr. 20. Numerická analýza ukázala na tlakové porušení betonu nad levým spodním okrajem stěny a v levém žebru (šedě stínované prvky). Beton byl v těchto místech nejprve porušen trhlinami. Stejný způsob i postup porušení prvků byl pozorován při experimentech.



Obr. 18 – Stěna zkoušená Maierem a Thürlimanem (rozměry, vyztužení, schéma zatížení) / Wall specimen tested by Maier and Thürliman (dimensions, reinforcement, loading)





Obr. 19 – Diagramy vztahů posuv – síla pro experimentální a numerické analýzy stěny / Load – displacement response of shear walls. Comparison of numerical analysis with experiments.

Lepší shody sestupných větví diagramů závislosti posuv – síla by bylo možno dosáhnout zvýšením přetvárnosti betonu v tlaku v oblasti tlakového porušení. Vzhledem k blízkosti příčného žebra a podkladní desky zde jistě velmi významně působí víceosá napjatost, která ovlivňuje pevnost materiálu. Tyto jevy lze jen obtížně zachytit pomocí 2D modelu, ale je možné jejich vliv zahrnout do výpočtu užitím vhodných vstupních parametrů.

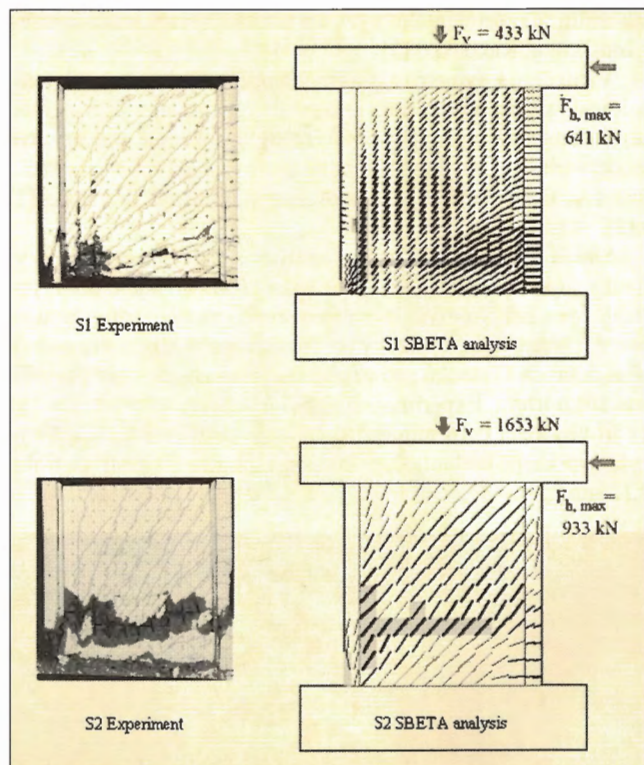
Celkově lze hodnotit numerickou simulaci chování stěny zatížené smykem jako velmi zdařilou.

## Závěr

Nelineární analýza konstrukcí metodou konečných prvků umožňující simulovat skutečné chování konstrukce v daných podmínkách je účelným nástrojem pro návrh a vývoj betonových konstrukcí. Zkušenosti z používání programů SBETA a ATENA ukazují, že nelineární analýza může být použita pro předpověď odezvy konstrukce na všechny úrovně zatížení, tzn. zatížení provozního i mezního, které vede k poškození až zhroutilí konstrukce. Právě znalost způsobu a průběhu poškození konstrukce pro mezní situace zvláště důležitá.

## Literatura:

[1] SBETA Program Documentation, Červenka Consulting, Prague, 1999.



Obr. 20 – Srovnání způsobů porušení z experimentu a numerické analýzy programem SBETA / Failure crack patterns. Comparison of SBETA analysis with experiments.

[2] ATENA Program Documentation, Červenka Consulting, Prague, 2000.

[3] Hartl G.: Die Arbeitslinie "Eingebettete Stähle" bei Erst und Kurzzeitbelastung, Dissertation, Universität Innsbruck, 1977.

[4] Maier J. und Thürliman B.: Bruchversuche an Stahlbetonscheiben, Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Zürich, Januar 1985, Bericht Nr.6003-1.

Ing. Jana Margoldová, CSc., Dr. Vladimír Červenka, Červenka Consulting, Předvoje 22, 162 00 Praha 6

## Před dvěma tisíci lety...

**Řím, Imperium Romanum** – NYNÍ VYLOŽÍM, JAK MUSÍ BÝT JEDNOTLIVÉ OBJEKTY STAVEB VYBAVENY, ABY TO VYHOVOVALO ZPŮSOBU JEJICH POUŽÍVÁNÍ SE ZŘETELEM NA VHDNÉ SVĚTOVÉ STRANY. ZIMNÍ JÍDELNY A LÁZNĚ MAJÍ BÝT POLOŽENY KE STRANĚ, NA KTERÉ V ZIMĚ ZAPADÁ SLUNCE, A TO PROTO, PONĚVADŽ JE TŘEBA VYUŽÍT VEČERNÍHO SVĚTLA A MIMOTO PROTOŽE TAKÉ SLUNCE PŘI SVĚM ZÁPADU ZÁŘÍ PRÁVĚ NAPROTI, PŘIČEMŽ VYSÍLÁNÍM TEPLA ČINÍ ZVEČERA TUTO SVĚTOVOU STRANU HŘEJIVĚJŠÍ. LOŽNICE A KNIHOVNY MAJÍ BÝT OBRÁCENY K VÝCHODU. ZPŮSOB JEJICH UŽÍVÁNÍ VYŽADUJE TOTIŽ SVĚTLO RANNÍ. V TAKOVÝCH KNIHOVNÁCH NEBUDOU ANI PRÁCHNIVĚT KNIHY. V KNIHOVNÁCH OBRÁCENÝCH TOTIŽ K POLEDNÍ NEBO K ZÁPADU POŠKOZUJÍ KNIHY MOLI A VLHKOST, JELIKOŽ TAM MAJÍ PŘÍSTUP VLHKÉ VĚTRY, KTERÉ PAK PLODÍ A PODPORUJÍ MOLY A KTERÉ TÍM, ŽE DO KNIHOVEN VHÁNĚJÍ PROUDY VLHKÉHO VZDUCHU, KAZÍ KNIHY PLESNIVINOU.

JÍDELNY JARNÍ A PODZIMNÍ K VÝCHODU; TEHDY TOTIŽ, JAK JSOU OKNY NASTAVENY PRÁVĚ NAPROTI, JSOU SILNÝM SLUNCEM PŘI JEHO POSTUPU K ZÁPADU SPRÁVNĚ VYHŘÍVÁNY AŽ DO DOBY, KDY SE JICH OBVYKLE UŽÍVÁ. LETNÍ JÍDELNY K SEVERU, PONĚVADŽ V DOBĚ, KDY SE OSTATNÍ STRANY V PARNECH ZA LETNÍHO SLUNOVVRATU STÁVAJÍ DUSNÝMI, JE TA-

TO STRANA VŽDY CHLADNÁ, PONĚVADŽ JE ODVRÁCENA OD SLUNEČNÍ DRÁHY A POSKYTUJE ZDRAVÉ A PŘÍJEMNÉ PROŽÍVÁNÍ. STEJNĚ TAK I OBRAZÁRNÍ, TKALCOVNY KOBERCŮ A MAJLÍRSKÉ ATELIÉRY, ABY SE V NICH BARVY PŘI PRÁCI VZHLEDEM NA STABILNOST OSVĚTLENÍ JEVLIV VŽDYCKY BEZE ZMĚNY. (Vitruvius: DE ARCHITECTURA LIBRI DECEM, kniha VI., kapitola IV. Řím, Imperium Romanum, cca 20 př. Kr.)

Milík Tichý