

# Priehyb čiastočne predpätých prvkov

The Deflection of Partially Pre-stressed Members

Ivan Harvan, Iyad Abrahoim

Výpočet priehybu čiastočne predpätých železobetónových prvkov. Ohybová tuhosť s vplyvom predpínacej sily. Popis experimentálnych skúšok čiastočne predpätých nosníkov. Porovnanie teoretických a nameraných hodnôt priehybu.

*The deflection of partially pre-stressed reinforced concrete members was calculated. Then, flexural stiffness with the effect of the pre-stressed force was also computed. Experimental tests of the partially pre-stressed girders were described. Finally, a comparison of the theoretical and measured deflections was made.*

Pri výpočte priehybu čiastočne predpätých prvkov bezsúdržnými lanami typu Monostrand je potrebné uvážiť okrem zvislého prevádzkového zaťaženia  $q_s$  a predpätia tiež vplyv brzdenia zmršťovania betónu betonárskou výstužou. Priehyb čiastočne predpätých prvkov je závislý na ich ohybovej tuhosti  $B_{rm}$ , ktorá je o 10 až 40 % menšia ako tuhosť  $B_r$  bez trhlín. Tuhosť  $B_{rm}$  je znižovaná trhlinami v ťahaných častiach prierezu a zvyšovaná tlakovou normálovou silou od predpätia  $N_p$  (so súčiniteľom  $\gamma_{pp}=1,0$ ) pôsobiacej na excentricite  $e_p$  k ťažisku betónového prierezu  $t_b$ .

## Posudzovaní priehybu

Pri posudzovaní priehybu predpätého prvku musíme splniť podmienku spoľahlivosti, ktorú vyjadrujeme nerovnosťou pre tzv. celkový priehyb a viditeľný priehyb

$$f_{tot} \leq f_{lim} \quad f_{vis} \leq f_{lim}$$

kde sme označili veličiny

$f_{tot}$  ... hodnota celkového priehybu na posudzovanom predpätom prvku,

$f_{vis}$  ... hodnota viditeľného priehybu na posudzovanom predpätom prvku,

$f_{lim}$  ... hodnota limitného priehybu podľa ČSN 73 1201.

Celkový priehyb  $f_{tot}$  prípadne viditeľný priehyb  $f_{vis}$  predpätého prvku bezsúdržnými lanami môžeme vyjadriť vzťahmi

$$f_{tot} = f_{st} + f_{lt} + f_p + f_{sh} \quad f_{vis} = f_{st} + \Delta f_{lt} + \Delta f_p + f_{sh}$$

V tomto vzťahu znamená

$f_{st}$  ... priehyb od krátkodobej časti zvislého prevádzkového náhodilého zaťaženia  $q_s$ ,

$f_{lt}$  ... priehyb od dlhodobej časti zvislého prevádzkového zaťaženia  $g_{os}$  a  $g_{ls}$  (vlastnej tiaže a ostatného stáleho zaťaženia),

$\Delta f_{lt}$  ... prírastok priehybu od dlhodobej časti zvislého prevádzkového zaťaženia  $g_{os}$  a  $g_{ls}$  (vplyv dotvarovania betónu),

$f_p$  ... priehyb od účinku predpínacej sily  $N_p$  pôsobiacej na excentricite  $e_p$  k ťažisku betónového prierezu  $t_b$ , účinok predpätia pri použití bezsúdržných lán môžeme bezpečne uvažovať ako vonkajšie zaťaženie nezávislé na pomerných pretvoreniach  $\epsilon$  v priereze,

$\Delta f_p$  ... prírastok priehybu od účinku predpínacej sily  $N_p$  (vplyv dotvarovania betónu),

$f_{sh}$  ... priehyb od účinku brzdenia zmršťovania betónu betonárskou výstužou, ktoré vyjadruje sila  $N_{sm}$  pôsobiaca na excentricite  $e_{sm}$  k ťažisku betónového prierezu.

Je to alternatíva výpočtu priehybu  $f_{sh}$  prostredníctvom krivosti  $1/r_{sh}$ .

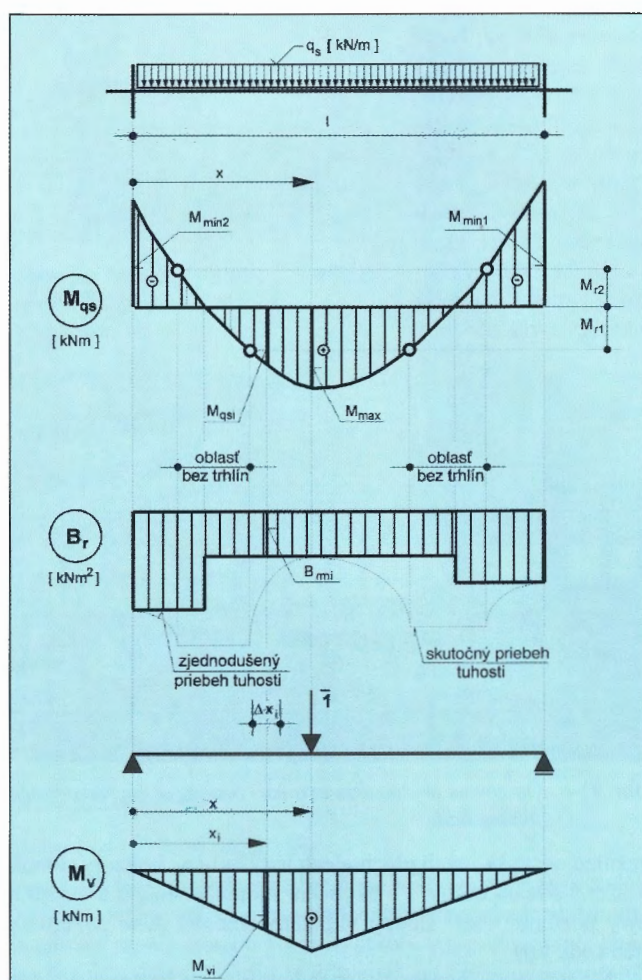
Vplyv dotvarovania betónu na dlhodobé časti priehybov určujeme pomocou súčiniteľov  $\beta_{r11}$  (časový úsek od doby betonáže prvku až po nekonečno) a  $\beta_{r12}$  (časový úsek od nanesenia ostatného stáleho zaťaženia  $g_{ls}$  na prvok až nekonečno). Pre prvky v bežnom prostredí vplyv dotvarovania betónu vystihujú obyčajne súčinitele

$$\beta_{r11} = 0,828 \quad \beta_{r12} = 0,764$$

(pre čas 30 dní až nekonečno)

Okamžitý priehyb na konzole alebo na spojitých prútovej konštrukcii všeobecne zaťaženej prevádzkovým zaťažením  $q_s$  môžeme riešiť použitím metódy virtuálnych síl numerickým riešením integrálu

$$f = \int \frac{M_{qs} M_v}{B_{rm}} dx$$



Obr. 1 – Princíp výpočtu priehybu od vonkajšieho prevádzkového zaťaženia  $q_s$  na spojitú konštrukciu.  $B_{rm}$  - zjednodušený priebeh tuhosti,  $M_v$  - moment od virtuálneho zaťaženia / Principle of calculation of the deflection caused by external service load  $q_s$  acting on continuous structure.  $B_{rm}$  - simplified variation of the stiffness,  $M_v$  - moment from virtual load

Numerickú integráciu (obr.1) robíme po úsekoch nosníka, kde tuhosti  $B_{rm}$  uvažujeme konštantné. Obyčajne postačuje v poli spojitkej konštrukcie počítať s tromi tuhosťami  $B_{rm}$  v mieste extrémov momentov  $M_{qs}$  (pre hodnoty  $M_{max}$ ,  $M_{min1}$ ,  $M_{min2}$ ). Takto uvažovaná tuhosť dáva výslednú hodnotu priehybu  $f_{tot}$  mierne na strane bezpečnosti, nakoľko v oblastiach inflexných bodov momentovej čiary  $M_{qs}$  nevznikajú trhliny a tuhosť  $B_{rm}$  má vyššiu hodnotu ako v mieste extrémnych momentov.

Ak by sme robili numerickú integráciu pri dostatočne hustom počte dielikov  $\Delta x$ , zrejme bude

$$f = \sum_i \frac{M_{qsi} M_{vi}}{B_{rmi}} \Delta x_i$$

Pre celkový priehyb  $f_{tot}$  je najväčší príspevok zo sumácie v poli nosníka, lebo tu je súčin  $M_{qsi} M_{vi}$  najväčší. Na kraji nosníka v oblasti záporných momentov  $M_{qsi}$  sú malé hodnoty  $M_{vi}$ . Z tejto úvahy vyplýva záver, že pre výpočet priehybu  $f$  je rozhodujúca tuhosť  $B_{rm}$  v okolí momentu  $M_{max}$ .

**Celkový priehyb stropných predpätých prvkov**, ktoré sú súčasťou spojitkej konštrukcie, sa určí zo vzťahu

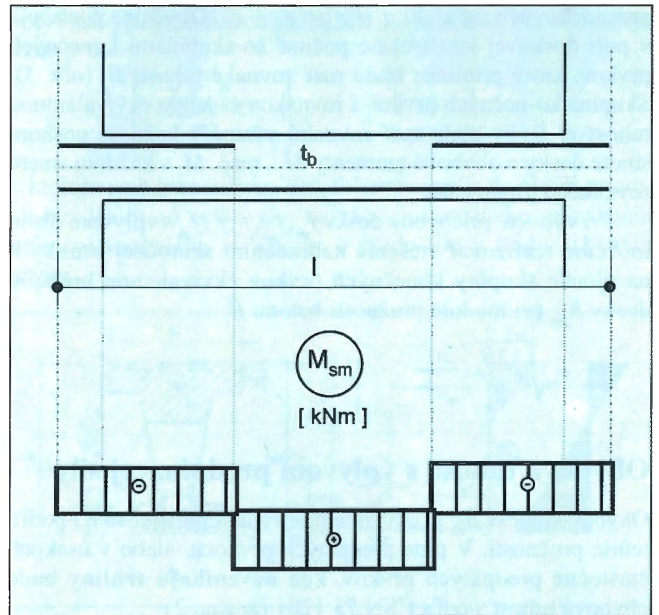
$$f_{tot} = (1 + \beta_{r11}) \int \frac{M_{gos} M_v}{B_{rm}} dx + (1 + \beta_{r12}) \int \frac{M_{q1s} M_v}{B_{rm}} dx + \int \frac{M_{vs} M_v}{B_{rm}} dx + (1 + \beta_{r11}) \int \frac{M_{ps} M_v}{B_{rm}} dx + \int \frac{M_{sm} M_v}{B_{rm}} dx$$

Viditeľný priehyb stropných predpätých prvkov, ktoré sú súčasťou spojitkej konštrukcie, sa určí zo vzťahu

$$f_{tot} = \beta_{r12} \int \frac{M_{gos} M_v}{B_{rm}} dx + (1 + \beta_{r12}) \int \frac{M_{q1s} M_v}{B_{rm}} dx + \int \frac{M_{vs} M_v}{B_{rm}} dx + \beta_{r12} \int \frac{M_{ps} M_v}{B_{rm}} dx + \int \frac{M_{sm} M_v}{B_{rm}} dx$$

V týchto vzťahoch značí

- $M_v$  ... funkciu priebehu ohybových momentov vo vyšetromanom poli prvku od jedničkovj sily umiestnenej v mieste vyšetromaného priehybu  $f_{tot}$  resp.  $f_{vis}$ ,
- $M_{sm}$  ... funkciu priebehu ohybových momentov vo vyšetromanom poli prvku od ťahovej sily  $N_{sm}$  od zmršťovania betónu pôsobiacej na excentricite  $e_{sm}$  k ťažisku betónového prierezu  $t_b$ . Obyčajne po dĺžke jedného poľa sa mení sily  $N_{sm}$  a excentricita  $e_{sm}$  svojimi hodnotami v oblastiach podperových momentov a medzipodperového momentu (po dĺžke každej oblasti je približne konštantná pozdĺžna betonárska výstuž a teda moment  $M_{sm} = N_{sm} e_{sm}$  je po dĺžke každej oblasti konštantný, pozri obr. 2),
- $M_{gos}$  ... funkciu priebehu ohybových momentov vo vyšetromanom poli od prevádzkovej hodnoty vlastnej tiaže prvku  $g_{os}$ ,
- $M_{g1s}$  ... funkciu priebehu ohybových momentov vo vyšetromanom poli prvku od prevádzkovej hodnoty ostatného stáleho zaťaženia  $g_{1s}$ ,
- $M_{vs}$  ... funkciu priebehu ohybových momentov vo vyšetromanom poli prvku od prevádzkovej hodnoty náhodilého zaťaženia  $v_s$ ,
- $M_p$  ... funkciu priebehu ohybových momentov vo vyšetromanom poli prvku od prevádzkovej hodnoty predpínacej sily  $N_p$  pôsobiacej na excentricite  $e_p$  k ťažisku betónového prierezu  $t_b$ . Obyčajne po dĺžke jedného poľa je sily  $N_p$  konštantná, mení sa však často spojitje excentricita  $e_p$ ,
- $B_{rm}$  ... ohybovú tuhosť s vplyvom predpínacej sily  $N_p$  od súčtu prevádzkových zaťažení  $q_s = g_{os} + g_{1s} + v_s$ .



Obr. 2 – Priebeh momentov  $M_{sm}$  od zmršťovania betónu pri rozmiestnení betonárskej výstuže v poli spojitkej konštrukcie / Moment  $M_{sm}$  caused by shrinkage in the span of the continuous structure reinforced according to Fig.

**Celkový priehyb stropných predpätých dosiek nosných** v dvoch smeroch sa určí zo vzťahu

$$f_{tot} = (1 + \beta_{r11}) f_{go} + (1 + \beta_{r12}) f_{g1} + f_v + (1 + \beta_{r11}) f_p + f_{sh}$$

Viditeľný priehyb stropných predpätých dosiek nosných v dvoch smeroch sa určí zo vzťahu

$$f_{vis} = \beta_{r12} f_{go} + (1 + \beta_{r12}) f_{g1} + \beta_{r12} f_p + f_{sh}$$

V týchto vzťahoch značí

- $f_{go}$  ... priehyb vo vyšetromanom mieste dosky od prevádzkovej hodnoty vlastnej tiaže prvku  $g_{os}$ ,
- $f_{g1}$  ... priehyb vo vyšetromanom mieste dosky od prevádzkovej hodnoty ostatného stáleho zaťaženia  $g_{1s}$ ,
- $f_v$  ... priehyb vo vyšetromanom mieste dosky od prevádzkovej hodnoty náhodilého zaťaženia  $v_s$ ,
- $f_p$  ... priehyb vo vyšetromanom mieste dosky od prevádzkovej hodnoty predpínacej sily  $N_p$  pôsobiacej na excentricite  $e_p$  k ťažisku betónového prierezu  $t_b$ . Obyčajne pri výpočte dosiek vyjadrujeme ohybové účinky predpätia ekvivalentným rovnomerným zaťažením vyvolávaným vzopätie dosky,
- $f_{sh}$  ... priehyb vo vyšetromanom mieste dosky od zmršťovania betónu

Pre výpočet priehybov  $f_{go}, f_{g1}, f_v, f_{sh}$  môžeme použiť vhodný program na riešenie dosky metódou konečných prvkov (obr.3). Vplyv trhlín na zväčšenie priehybu zohľadníme uplatnením ekvivalentnej ohybovej tuhosti  $B_e$  konečných prvkov.

$$f = \sqrt{B_{rmx} B_{rmy}}$$

a súčiniteľom priečneho pretvorenia  $\nu = 0$ . V poslednom vzťahu sme označili tuhosti (s trhlinami alebo bez trhlín) na jednotkovú šírku dosky ako

- $B_{rmx}$  ... ohybovú tuhosť doskového konečného prvku v smere x,
- $B_{rmy}$  ... ohybovú tuhosť doskového konečného prvku v smere y.

Ohybové tuhosti  $B_{rmx}, B_{rmy}$  na jednotkovú šírku dosky sú tuhosti s vplyvom predpínacej sily  $N_p$  a extrémov ohybových momentov  $M_x, M_y$  na ploche konečného prvku od súčtu

prevádzkových zaťažení  $q_s = g_{os} + g_s + v_s$ . Obyčajne postačuje v poli doskovej konštrukcie počítať so skupinami konečných prvkov, ktoré približne budú mať rovnaké tuhosti  $B_e$  (obr. 3). Skupina ko-nečných prvkov s rovnakou zadanou ekvivalentnou tuhosťou  $B_e$  by mala mať rovnakú výstuž v každom nosnom smere dosky a ohybové momenty  $M_x$ , resp.  $M_y$  v každom smere rovnakého znamienka.

Pri výpočte priehybov dosky  $f_{g0}, f_{g1}, f_{v}, f_p, f_{sh}$  s vplyvom trhlin môžeme realizovať riešenie nahradením skutočnej hrúbky  $h$  na ploche skupiny konečných prvkov ekvivalentnou hrúbkou dosky  $h_{ekv}$  pri module pružnosti betónu  $E_b$

$$f_{ekv} = \sqrt[3]{\frac{12B_e}{E_b}}$$

### Ohybová tuhosť s vplyvom predpínacej sily

Ohybová tuhosť  $B_{rm}$  je ekvivalentné vyjadrenie tuhosti  $EJ$  podľa teórie pružnosti. V plne predpätých prvkoch, alebo v úsekoch čiastočne predpätých prvkov, kde **nevznikajú trhliny** bude ohybová tuhosť podľa ČSN 73 1201 (zmena 2)

$$B_r = 0,80 E_b J_{bi}$$

kde sme označili

$E_b$  ... modul pružnosti betónu,

$J_{bi}$  ... moment zotrvačnosti ideálneho prierezu, keď pri aplikácii bezsúdržných lán do ideálneho prierezu nezapočítavame plochu kanálikov pre lán a plochu samotných lán (nespolupôsobia s prierezom).

Podkladom pre výpočet ohybovej tuhosti  $B_{rm}$  v častiach čiastočne predpätých prvkoch, kde vzniknú trhliny sú napätia  $\sigma_{bc}$  v betóne na tlačnom okraji prierezu a napätia  $\sigma_s$  v betonárskej výstuži v mieste trhliny. Nakoľko predpätie vyvoláva v priereze výhodnejší priebeh napätí (väčšia tlaková oblasť prierezu) ako vzniká v železobetónovom prvku, bude ohybová tuhosť  $B_{rm}$  predpätého prierezu vyššia ako u železobetónového prierezu namáhaného ohybom.

Všeobecná závislosť medzi pomernými pretvoreniami  $\epsilon$  a namáhaním časti prvku momentom  $M_d$  od vonkajšieho zaťaženia a predpätia  $M_{pd} = N_{pd} e_{pd}$  pri predpoklade rovinnosti prierezov deformovaného prvku je naznačená na obr. 4.

Krivosť  $1/r$  v sledovanom mieste deformovaného predpätého prvku bude

$$\frac{1}{r} = \frac{M_d + N_{pd} e_{pd}}{B_{rm}} \quad \frac{1}{r} = \frac{\epsilon_d + \epsilon_h}{h}$$

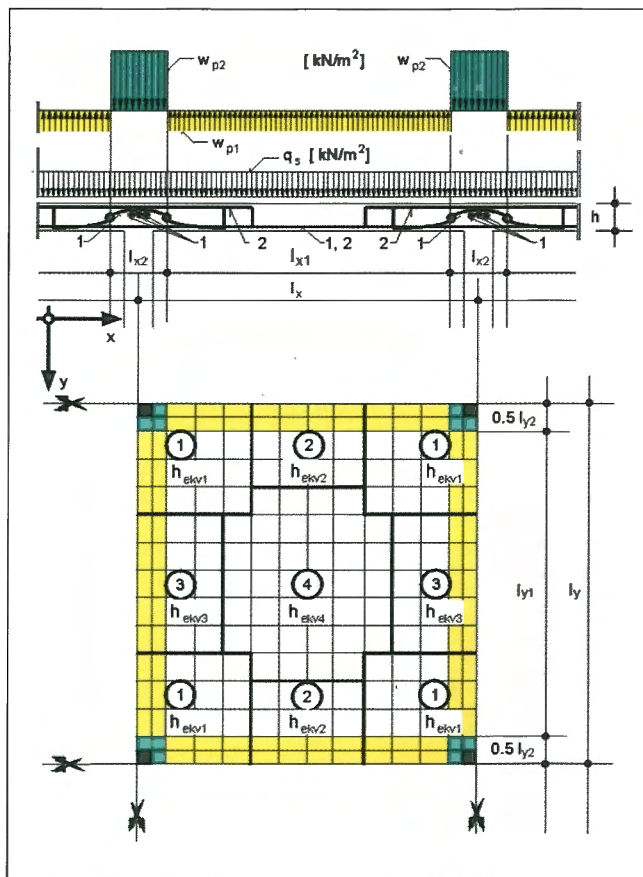
Potom z porovnania posledných dvoch výrazov dostaneme vzhľad pre ohybovú tuhosť pri ohybovom alebo excentrickom namáhaní normálovou silou na predpätom priereze

$$B_{rm} = (M_d + N_{pd} e_{pd}) \frac{h}{\epsilon_d + \epsilon_h}$$

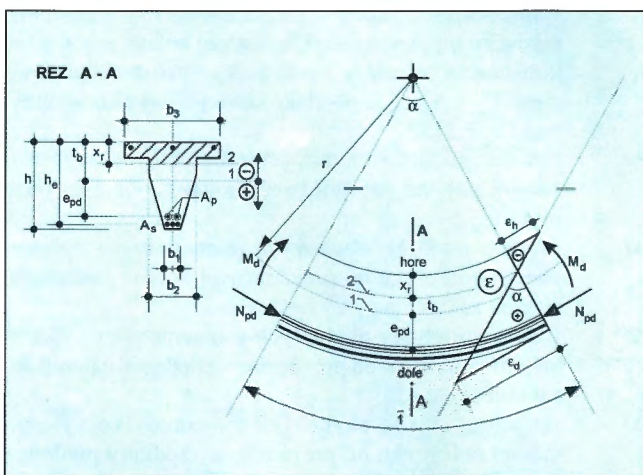
$$B_{rm} = (N_d e_d + N_{pd} e_{pd}) \frac{h}{\epsilon_d - \epsilon_h}$$

Polomer krivosti ohybovej čiary  $r$  čiastočne predpätého prvku s trhlinami v priereze, ktorý je namáhaný ťahom pri dolnom okraji, vyjadríme pomocou priemerných pomerných pretvorení  $\epsilon_{bcp}$  v betóne na tlačnom okraji prierezu a  $\epsilon_{s2p}$  v krajnom rade najviac ťahanej betonárskej výstuže s tým, že vzájomná vzdialenosť miest týchto pretvorení je účinná výška  $h_e$ .

$$r = \frac{h_e}{\epsilon_{s2d} - \epsilon_{bcp}}$$



Obr. 3 – Modelovanie výpočtu priehybu dosky s trhlinami redukciov skutočnej hrúbky  $h$  na ekvivalentnú hrúbku  $h_{ekv}$ . 1 - predpínacie láná, 2 - betonárska výstuž dosky,  $w_{p1}, w_{p2}$  - rovnomerné plošné ekvivalentné zaťaženie od pravidelne hustejšie rozmiestnených lán pôsobiacich v smere  $x$  a v smere  $y$  v stĺpových pruhoch / Deflection calculation modelling of the slab with cracks, reduction of actual thickness  $h$  to equivalent thickness  $h_{ekv}$ . 1 - unbonded tendon, 2 - reinforced steel,  $w_{p1}, w_{p2}$  - uniform distributed equivalent load caused by tendons, acting in  $x$  and  $y$  direction within the column stripes



Obr. 4 – Závislosť medzi krivosťou  $1/r$  a pomernými pretvoreniami  $\epsilon$  prierezu. 1 - ťažisko betónového prierezu, 2 - neutrálna os / Relation between curvature  $1/r$  and compressive strain  $\epsilon$  in cross-section. 1 - centroid of concrete cross-section, 2 - neutral axis

Priemerné hodnoty pretvoreni  $\varepsilon_{bc}$  a  $\varepsilon_{s2}$  zohľadňujú vplyv spolupôsobenia betónu medzi trhlinami na tuhosť vyšetrovaného predpätého prierezu. Tieto pretvorenia vyjadríme pomocou súčiniteľov  $\psi_b$  a  $\psi_s$  z pretvoreni  $\varepsilon_{bc}$  a  $\varepsilon_{s2}$  v mieste trhliny.

$$\ominus \varepsilon_{bc} = \frac{\sigma_{bc}}{0.5 E_{bc}} \quad \ominus \varepsilon_{bc} = \psi_b \varepsilon_{bc}$$

$$\oplus \varepsilon_{s2} = \frac{\sigma_{s2}}{E_s} \quad \oplus \varepsilon_{s2} = \psi_s \varepsilon_{s2}$$

Potom ohybová tuhosť  $B_{rm}$  pri ohybovom alebo excentrickom silovou namáhaní čiastočne predpätého prierezu s trhlinami bude

$$B_{rm} = (M_d + N_{pd} e_{pd}) \frac{h_e}{\psi_s \varepsilon_{s2} - \psi_b \varepsilon_{bc}}$$

$$B_{rm} = (N_d e_d + N_{pd} e_{pd}) \frac{h_e}{\psi_s \varepsilon_{s2} - \psi_b \varepsilon_{bc}}$$

Pomerné pretvorenie tlačeneho okraja prierezu  $\varepsilon_{bc}$  a najviac ťahaného krajného radu betonárskej výstuže  $\varepsilon_{s2}$  vyjadríme pomocou napätí v betóne  $\sigma_{bc}$  a v betonárskej výstuži  $\sigma_{s2}$  prierezu namáhaného normálovou silou  $N_d$  a ohybovým momentom  $M_d$  a predpätého výpočtovou silou  $N_{pd}$  v mieste trhliny. Napätia sa určia za obdobných predpokladov ako pri výpočte šírky trhlín s tým, že účinok zmršťovania betónu na ich výpočet napätí nezohľadňujeme. Tieto predpoklady sú vykreslené na obr. 5. Polohu síl  $N_d$ ,  $N_{pd}$  definujeme excentricitami  $e_d$ ,  $e_{pd}$  k ťažisku betónového prierezu  $t_b$ .

Pre výpočet napätí v betóne a v betonárskej výstuži predpätého prierezu môžeme všeobecne vyjadriť po vzniku trhliny silu  $N_{bc}$  pôsobiacu v tlačeneom betóne na ramene  $z_{bc}$  od zvolenej osi (napr. prechádzajúcej ťažiskom celého neoslabeného betónového prierezu  $t_b$ )

$$N_{bc} = \int_0^{x_r} \sigma_{bc}(x) b(x) dx$$

V i-tom rade betonárskej výstuže s plochou  $A_{si}$ , ktorého poloha je daná vzdialenosťou  $c_{si}$  od tlačeneho okraja prierezu, bude sila

$$N_{bc} = \sigma_{bc} \frac{n}{x_r} A_{si} (x_r - c_{si})$$

Výšku tlačenej časti prierezu  $x_r$  a hodnotu napätia  $\sigma_{bc}$  na tlačeneom okraji všeobecného prierezu je potrebné určiť numerickým iteráčnym výpočtom, ktorý spĺňa podmienku rovnováhy vodorovných síl

$$N_{bc} + \sum_i N_{si} = N_d + N_{pd} + N_{sm}$$

a podmienku rovnováhy ohybových momentov (napr. k osi prechádzajúcej ťažiskom celého neoslabeného betónového prierezu  $t_b$ )

$$N_{bc} z_{bc} + \sum_i N_{si} (x_r - c_{si}) = N_d e_d + N_{pd} e_{pd} + N_{sm} e_{sm}$$

Potom hľadané napätie  $\sigma_{s2}$  v najviac ťahanej betonárskej výstuži bude

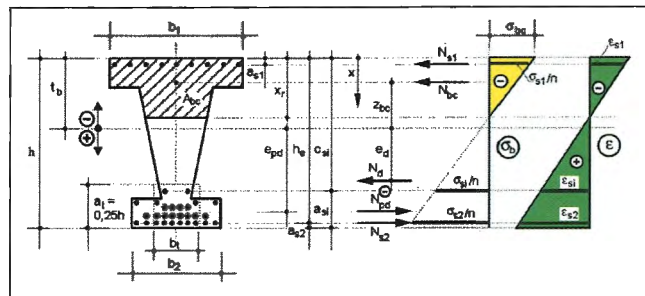
$$\sigma_{s2} = \sigma_{bc} \frac{n}{x_r} (x_r - h_e)$$

Pre výpočet ohybovej tuhosti  $B_{rm}$  v čiastočne predpätom prvku potrebujeme poznať hodnoty súčiniteľov pre betón  $\psi_b$  a pre betonársku výstuž  $\psi_s$  na vyjadrenie vplyvu spolupôsobenia ťahaného betónu medzi trhlinami (ČSN 73 1201 zmena 2). Tento

vplyv sa vyjadri pomocou súčiniteľa  $\rho_r$  (jeho hodnota sa uvažuje vždy  $\geq 0$ )

$$\rho_r = \frac{1}{4} \left( 5 \frac{\gamma_b \gamma_{bg} R_{btm}}{\oplus \sigma_b} - 1 \right)$$

v ktorom sme označili ako  $\oplus \sigma_b$  ťahové napätia na okraji prierezu bez trhlín od celkového najväčšieho možného namáhania prierezu vonkajším zaťažením a predpätím v štádiu užívania prvku.



Obr. 5 – Predpoklady výpočtu napätí v betóne  $\sigma_{bc}$  a v betonárskej výstuži  $\sigma_{si}$  po vzniku trhliny podľa ČSN 73 1201 (zmena 2).  $A_{bc}$  - tlačaná plocha betónu,  $\varepsilon_{si}$  - pretvorenia v betonárskej výstuži,  $b_i$  - šírka pre výpočet stupňa vystuženia  $\mu_{si}$  ťahanou výstužou / Assumptions for calculation of stresses in concrete  $\sigma_{bc}$  and stresses in reinforced steel  $\sigma_{si}$  after cracking according to Amendment of Czech Code ČSN 73 1201,  $A_{bc}$  - area of concrete under compression,  $\varepsilon_{si}$  - strain in i-layer of reinforced steel,  $b_i$  - cross-section width for calculation of reinforcement ratio  $\mu_{si}$

Súčiniteľ  $\psi_b$  ovplyvňujúci pretvorenie betónu pre vyjadrenie ohybovej tuhosti  $B_{rm}$  bude (s obmedzením  $\psi_b \leq 1$ )

$$\psi_b = 1 - (1 - \psi_{br}) \rho_r \quad \text{v ktorom značí} \quad \psi_{br} = \frac{\varepsilon_{bii}}{\varepsilon_{bc}}$$

Súčiniteľ  $\psi_s$  ovplyvňujúci pretvorenie betonárskej výstuže pre vyjadrenie ohybovej tuhosti  $B_{rm}$  bude (s obmedzením)

$$\psi_s = 1 - (1 - \psi_{sr}) \rho_r \quad \text{v ktorom značí} \quad \psi_{sr} = \frac{\varepsilon_{sii}}{\varepsilon_{s2}}$$

v posledných výrazoch sme označili

$\varepsilon_{bc}$  ... pomerné pretvorenie tlačeneho okraja prierezu namáhaného momentom  $M_d$ , normálovou silou  $N_d$  a predpätého výpočtovou silou  $N_{pd}$  v mieste trhliny,

$\varepsilon_{s2}$  ... pomerné pretvorenie v mieste trhliny v najviac ťahanom krajnom rade betonárskej výstuže v priereze namáhanom momentom  $M_d$ , normálovou silou  $N_d$  a predpätom výpočtovou silou  $N_{pd}$ ,

$\varepsilon_{bii}$  ... pomerné pretvorenie tlačeneho okraja prierezu bez trhliny namáhaného momentom  $M_d$ , normálovou silou  $N_d$  a predpätého výpočtovou silou  $N_{pd}$ ,

$$\varepsilon_{bii} = \frac{\ominus \sigma_{bii}}{E_b}$$

$\varepsilon_{sii}$  ... pomerné pretvorenie v najviac ťahanom krajnom rade betonárskej výstuže v priereze bez trhliny, ktorý je namáhaný momentom  $M_d$ , normálovou silou  $N_d$  a je predpätý výpočtovou silou  $N_{pd}$ ,

$$\varepsilon_{sii} = \frac{\oplus \sigma_{sii}}{E_b}$$

Napätia  $\sigma_{bii}$  a  $\sigma_{sii}$  sa vypočítajú podľa technickej teórie pružnosti na ideálnom priereze s prierezovými veličinami  $A_{bi}$ ,  $J_{bi}$

## Experimentálne overovanie priehybu čiastočne predpätých prvkov

V rámci kooperácie na experimentálnych skúškach medzi PREMING a.s. Chrudim a Stavebnou fakultou STU Bratislava boli podľa ČSN 73 2046 vykonané preukazné skúšky troch dodatočne predpätých nosníkov tvaru T (obr. 2) s lanami bez súdržnosti. Skúšobné nosníky predstavujú polovicu prierezu reálne vyrábaných stropných prvkov tvaru TT. Preukazné skúšky sme realizovali v Laboratóriu ŽBK pri Katedre betónových konštrukcií a mostov na predpätých stropných nosníkoch s označením T1, T2, T3. Schéma tvaru a vystuženia stropných nosníkov je znázornená na obr. 6, 7. Nosníky mali hrúbku hornej dosky 0,10 m, výšku rebra 0,34 m, šírka nosníka bola 1,18 m, jeho dĺžka 9,60 m. Zo statického hľadiska experimentálny prvok pôsobil ako prostý nosník uložený na ložiskách s teoretickým rozpätím 9,47 m. V reálnej konštrukcii sa predpokladá rovnomerné prevádzkové zaťaženie nosníka o hodnote 17,7 kN/m. Pri zaťažovacej skúške účinky tohto zaťaženia boli nahradené sústavou štyroch lisov (každý s kapacitou 250 kN) roznášaných pomocou zaťažovacieho zariadenia na osem osamelo pôsobiacich bremien (obr. 8). Pri výrobe nosníkov bolo použité predpínacie lano bez súdržnosti MONOSTRAND (LSA Ø15,5) a kompaktné kotvy typu CH-1. Výstuž nosníkov pozostávala z betonárskej ocele 10 505 (R), 10 425 (V) a KARI (W). Betón nosníkov mal normové pevnosti 43,06, 41,99 a 42,98 MPa.

Každý nosník po uložení na podpery a dodatočnom predopnutí bol zaťažovaný po stupňoch. Prvým zaťažovacím stupňom bol stupeň ďalej označovaný ako Z (železobetónový prvok), ktorý zahrňoval účinky vlastnej tiaže a tiaže zaťažovacieho zariadenia. Po odčítaní meraných hodnôt tohto stupňa z meracích prístrojov bol nosník predopnutý, čo bol druhý zaťažovací stupeň označovaný ako 0,143 (predpätý prvok). Predpínalo sa v dvoch etapách. V prvej etape sa nosník predopol na hodnotu predpínacej sily 100 kN, v druhej etape sa predopol na 193 kN.

Hodnota predpínacej sily 193 kN bola určená z výpočtovej hodnoty napätia  $\sigma_{pd}$  pre lano LSA Ø15,5 mm. Stupeň zaťaženia 1,0 predstavuje pôsobenie prevádzkového projektovaného zvislého zaťaženia  $q_s = 17,70$  kN/m včítane účinkov predpätia prvku.

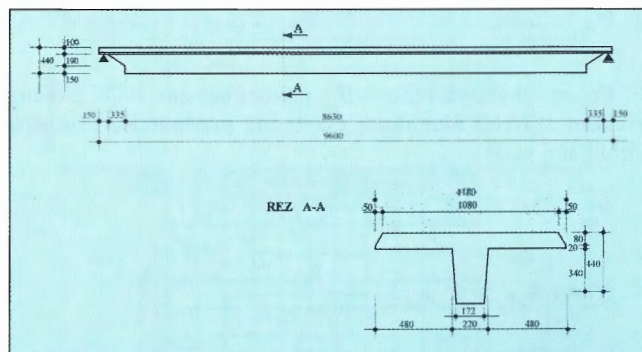
Po predopnutí bol nosník ďalej zaťažovaný ďalšími stupňami zaťaženia od stupňa 0,143 do stupňa 3,0. Ešte pred samotnou zaťažovacou skúškou a predpínaním vznikli v nosníku trhliny od vlastnej tiaže a tiaže zaťažovacieho zariadenia. Do stupňa 1,0 sa zaťažovalo krokom po 0,1 stupňa. Potom sa nosník zaťažoval krokom po 0,20 stupňa. Po každom zaťažovacom cykle bol nosník odľahčený na zaťažovací stupeň 0,2. Priehyb na skúšobných nosníkoch bol sledovaný pomocou indikátorných hodínok s presnosťou 1/100 mm.

## Vyhodnotenie priehybu skúšobných predpätých stropných nosníkov T1, T2, T3

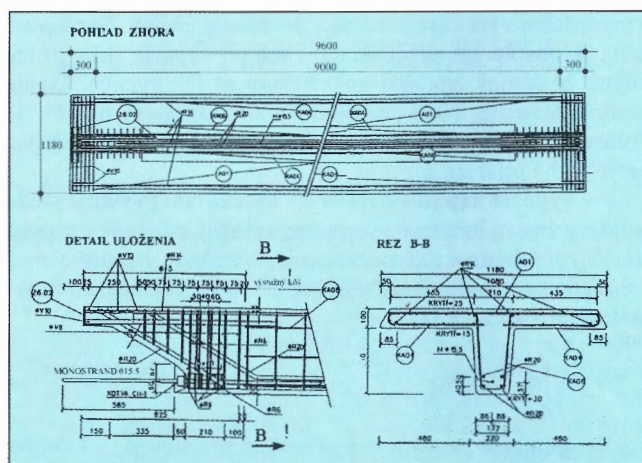
Nakoľko pri zaťažovacej skúške priehyb od vlastnej tiaže nosníka a od zaťažovacieho zariadenia nemohol byť nameraný, museli sme ho teoreticky vypočítať. Na základe toho všetky ďalej namerané hodnoty boli o tento priehyb opravené.

Nameraný priehyb nosníkov bol porovnaný s teoreticky vypočítaným priehybom podľa prvej časti príspevku. Teoretický priehyb bol analyzovaný metódou konečných prvkov. Pre jeho výpočet nosník bol zaťažený skúšobným krátkodobým zaťažením. V jednotlivých úsekoch nosníka sme určili ohybový moment a príslušnú ohybovú tuhosť  $B_r$  s vplyvom normálovej

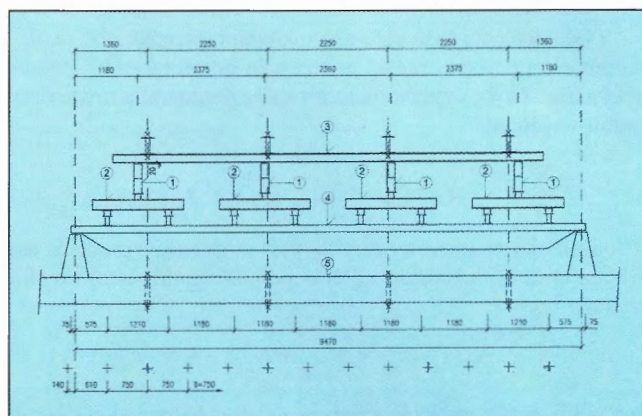
sily. Po získaní tuhostí jednotlivých úsekov nosníka bol vypočítaný maximálny teoretický priehyb  $f$  [mm] v strede rozpätia od krátkodobého pôsobenia jednotlivých stupňov skúšobného zaťaženia. Metodika teoretického výpočtu je podrobne popísaná v [1]. Samotný výpočet bol spracovaný programom Predpätý betón, ktorý je súčasťou Edície programov Železobetón.



Obr. 6 – Schéma tvaru experimentálnych skúšobných nosníkov T1, T2, T3 / Shape of experimental girders T1, T2, T3



Obr. 7 – Schéma vystuženia experimentálnych skúšobných nosníkov T1, T2, T3 / Reinforcement of experimental girders T1, T2, T3



Obr. 8 – Schéma pôsobenia zaťaženia a osadenia lisov pri skúške. 1 - dvojica zaťažovacích lisov, 2 - roznášací oceľový nosník, 3 - protireakcie lisov kotvené do lámacej dráhy, 4 - skúšobný nosník, 5 - lámacia dráha / Arrangement of loading test. 1 - pair of loading hydraulic jacks, 2 - load distribution steel beam, 3 - anchoring of jacks to the ground slab, 4 - experimental girder, 5 - ground slab

V ďalšom uvádzame grafický prehľad výsledkov nameraných a teoreticky vypočítaných priehybov. Pre výpočet teoretických priehybov popisovaných predpätých nosníkov s lanami bez súdržnosti sa použili skutočné vlastnosti materiálov jednotlivých nosníkov. Hodnoty maximálnych teoretických priehybov pri jednotlivých stupňoch zaťaženia v strede rozpätia sú chápané ako priehyby od krátkodobého pôsobenia skúšobného zaťaženia.

Začiatok merania priehybu bol odvodený teoretickou analýzou pri 0,143-násobku prevádzkového projektovaného zvislého zaťaženia v ďalšom ako Z označujeme dohovoréné začiatok vyhodnocovania zaťažovacích skúšok bez pôsobenia predpätia. Stupeň zaťaženia 0,143 predstavuje pôsobenie 0,143-násobku prevádzkového projektovaného zvislého zaťaženia spolu s účinkom plného predpätia. Všetky vyššie stupne zaťaženia sú príslušným násobkom prevádzkovej hodnoty projektovaného zvislého zaťaženia. To znamená, že stupňom zaťaženia 1,0 sme označili pôsobenie prevádzkového projektovaného zvislého zaťaženia včítane účinkov predpätia prvku.

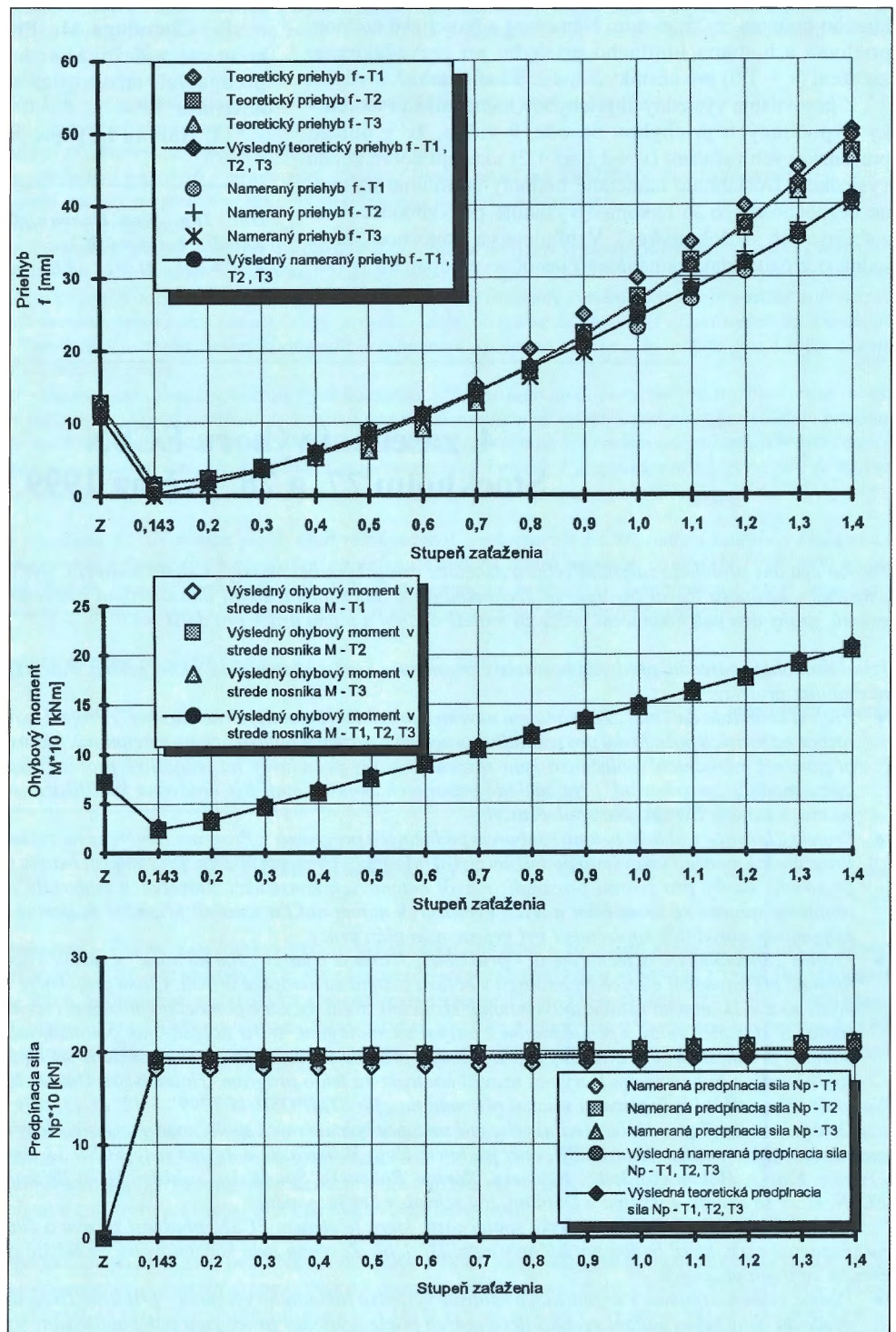
Na hornej časti obr. 9 je znázornený priebeh nameraných a teoretických hodnôt priehybu v závislosti od výsledného ohybového momentu v strede rozpätia  $M$  [kNm] a nameranej predpínacej sily  $N_p$  [kN]. Namerané hodnoty priehybu na nosníkoch T1, T2, T3 sú podobné.

### Porovnanie teoretických a nameraných hodnôt priehybu

Výslednú závislosť nameraných hodnôt priehybu na nosníkoch T1, T2, T3 od stupňa zaťaženia je možné nahradiť pomocou regresnej analýzy trojparametrickej funkciou nameraných hodnôt priehybu. Obdobne sme nahradili závislosť teoretických hodnôt priehybu na nosníkoch T1, T2, T3 v závislosti od stupňa zaťaženia.

Na obr. 9 sú znázornené priebehy výsledných nameraných a teoretických hodnôt priehybu pre všetky tri nosníky T1, T2, T3 v závislosti od výsledného ohybového momentu v strede rozpätia  $M$  [kNm] a nameranej výslednej predpínacej sily  $N_p$  [kN]. Výsledná závislosť ohybových momentov  $M$  a skutočnej predpínacej sily  $N_p$  od stupňa zaťaženia na nosníkoch T1, T2, T3 je znázornená v dolnej časti obr. 4.

Pred zaťažovaním mali nosníky pomerne veľké priehyby od vlastnej tiaže a tiaže zaťažovacieho zariadenia (tvoria takmer 36 % z celkového zaťaženia). Najvýraznejšie sa to prejavuje u nosníka T2, kde tento priehyb dosiahol hodnotu  $f = 11,26$  mm. U nosníkov T1 a T3 bol tento priehyb takmer rovnaký. Po predopnutí nosníkov na silu 193 kN tento priehyb klesol u nosníka T1 na 0,25 mm, u nosníka T2 na 0,06 mm, u nosníka T3 na 0,01 mm. Ako vidno z obrázkov, namerané a teoretické priehyby v strede rozpätia potom narastali v závislosti od stupňa zaťaženia. Pre stupeň zaťaženia 1,0 (úroveň prevádzkového zaťaženia)



**Obr. 9 –** Priebeh výsledného teoretického a nameraného priehybu, výsledného ohybového momentu a výslednej predpínacej sily v závislosti od stupňa zaťaženia na nosníkoch T1, T2, T3 / The theoretical and measured deflection, bending moment and prestressing force versus load stage on girders T1, T2, T3

Tab. 1 - Porovnanie nameraných a teoretických hodnôt priehybu

$s_z$	výsledný priehyb $f$ [mm]						limitný priehyb flim [mm]
	nosník T1		nosník T2		nosník T3		
	teoretický	nameraný	teoretický	nameraný	teoretický	nameraný	
Z	12,42	10,82	12,83	11,26	12,63	10,88	-
0,143	1,74	0,25	1,51	0,06	1,39	0,01	-
1,000	29,90	23,01	27,37	25,66	26,63	24,33	35,78

bol nameraný najväčší priehyb v strede rozpätia u nosníka T2, ktorého hodnota je 25,66 mm. Namerané a teoretické hodnoty priehybu a hodnota limitného priehybu pri prevádzkovom zaťažení ( $s_z = 1,0$ ) pre nosníky T1, T2, T3 sú v tab. 1.

Z porovnania výsledných priehybov nameraných i teoreticky vypočítaných priehybov na obr. 9 vidno, že v oblasti prevádzkových zaťažení ( $s_z = 1,0$  až 1,2) ukazujú dobrú zhodu výsledkov. Dosiahnuté namerané hodnoty sú mierne na strane bezpečnosti (čo sa nakoniec vyžaduje pri vyhodnocovaní zaťažovacích skúšok prvkov). Vzhľadom na skutočnosť, že sa jedná o zložitý stav namáhania čiastočne predpätého prvku,

považujeme dosiahnuté namerané výsledky za dobre sa zhodujúce s teoretickými výsledkami.

## Literatúra:

[1] **Abrahoim I.:** Modelovanie betónových konštrukcií pozemných stavieb predpätých lanami bez súdržnosti. Dizertačná práca PGDŠ. SvF STU Bratislava, 1997.

[2] **Harvan I., Abrahoim I.:** Stropné dosky predpäté lanami bez súdržnosti. Zborník príspevkov z konferencie „BETONÁRSKE DNI 1996“, SvF STU Bratislava, 1996.

[3] **Chandoga M., Priehodský V. a kolektív:** Experimentálne zaťažovacie skúšky stropných nosníkov tvaru T predpätých lanami bez súdržnosti. SvF STU Bratislava, november 1994.

[4] **Harvan I.:** Popis programu Edície Železobetón.

*Doc. Ing. Ivan Harvan, CSc., Ing. Iyad Abrahoim, PhD., Katedra betónových konštrukcií a mostov, Stavebná fakulta STU Radlinského 11, 813 68 Bratislava*



## 4. zasedání výboru ECSN Stockholm 27. a 28. května 1999

Po oba dva dny probíhalo zasedání výboru Asociace evropských betonářských společností (ECSN) v budově Cement och Betonginstitutet, umístěné v kampusu Royal Institute of Technology ve Stockholmu. První den zasedání byl věnován agendě probíhajících projektů – grantů, druhý den pak hodnocení práce za minulé období a plánu práce pro další rok.

První den zahájil zasedání předseda hostitelské organizace Švédské betonářské společnosti p. Patrik Hult. V rámci ECSN jsou zpracovávány následující projekty:

- ♦ **Projekt Leonardo da Vinci „Zdokonalení návrhu a provádění betonových konstrukcí“.** Projekt je rozvržen na 5 let. Zatím byl vypracován rozbor odborných požadavků pro jednotlivé pracovní zařazení v oblasti betonu a betonových konstrukci (Job Analysis). Po vyhodnocení připomínek národních společností jsou rozpracovávány požadavky na jednotlivé profese. Vypracovávají se osnovy kvalifikačního kurzu modulu „navrhování“. Na základě odborných zkoušek mají být vydávána kvalifikační osvědčení, která by měla mít platnost ve všech státech Evropského společenství.
- ♦ **Projekt „Inovace v oblasti betonu souborem podnětných programů“.** Program zaměřený na zvýšení úrovně malých a středních podniků. Program má umožnit takovýmto podnikům získat informace o nových poznatcích v oblasti betonu (zajišťování jakosti; ochrana životního prostředí; stavby pro životní prostředí; rozvoj betonových konstrukcí, stavebních materiálů a staveb; nové technologie výstavby; problémy spojené se zaváděním nových evropských norem atd.) a umožnit případné vzájemné navázání spolupráce. Po zhodnocení připomínek národních společností byl vypracován plán práce.
- ♦ **Projekt „Speciální kurzy technologie – průzkum“.** Jedná se o kurzy „šité na míru“ v různých podnicích, které se týkají nezbytných informací při zavádění nových technologií v oblasti betonu na evropské úrovni. Cílem projektu je vytvoření „mostu“ mezi podniky (průmyslem) a výzkumnými ústavami, univerzitami, školicími středisky, dále pomoci podnikům při identifikaci cílů jejich vzdělávacích kurzů, inovovat stávající kurzy s přihlédnutím k novým technologiím, šetřit náklady jak podniků, tak jejich zákazníků, přispět k přípravě podniků pro mezinárodní evropský trh. Byl podán přehled současného stavu na základě sdělení jednotlivých národních betonářských společností, a to partnerem který má uzavřít kontrakt na tento program (Holandsko). Dále byl projednáván časový plán projektu.

Na společném setkání byly pozváni všichni přítomní na „fib SYMPOSIUM 1999“ – 12. až 15. září v Praze.

Druhý den zahájil zasedání a přivítal přítomné zástupce betonářských společností, kteří jsou členy ECSN a zástupce Rakouské betonářské společnosti, jako nového člena ECSN, opět p. Patrik Hult. V současné době má tedy ECSN 13 členů (Belgie, Česká republika, Dánsko, Francie, Finsko, Holandsko, Irsko, Německo, Norsko, Rakousko, Španělsko, Švédsko, Velká Británie). Zápis z minulého zasedání výboru ECSN, které se konalo 4. května v Dublinu, byl schválen bez připomínek.

Následně zástupce každé betonářské společnosti, která je členem ECSN, přednesl zprávu o činnosti národní společnosti a upozornil na významné akce, které budou pořádány v nejbližší době. Závěrem bylo konstatováno, že těžiště práce většiny národních společností je zhruba ve třech oblastech:

- ♦ **Pomoc výzkumu (pomoc v organizaci a kontrole výsledků základního výzkumu – přibližně 10 %, u aplikovaného výzkumu jsou vytvářeny pracovní týmy řešící zadání vycházející z potřeb praxe, výsledky práce jsou pak publikovány v praktických doporučeních – přibližně 25 %).**
- ♦ **Expertní a konzultační činnost oblastních středisek betonářských společností – přibližně 45 %.**
- ♦ **Transfer nových poznatků – semináře, konference, betonářské dny, vydávání časopisu, betonářské publikace – přibližně 20 %.**

Členskou základnu většiny betonářských společností tvoří výrobci materiálů (včetně výrobců cementu), výrobní podniky a pracovníci z oblasti projekce, výzkumu a výchovy kádrů.