

# Algoritmus návrhu složení betonu

*The Algorithm of Concrete Mix Design*

Petr Pytlík

Výpočet složení betonu v programu EXCEL s dílčími podprogramy: a) granulometrie kameniva, b) stanovení objemové a sypané hmotnosti, c) míšení frakcí kameniva, d) složení betonu a výpočet předpokládaných vlastností ztvrdlého betonu. Výpočet složení betonu je řešen čtyřmi metodami s možností volby vhodného postupu. Zadávají se přímo laboratorně změřené hodnoty, případně se mohou a nemusí zadat dílčí parametry. V programu jsou respektovány požadované limity pro EN 206 podle prostředí exploatace betonové konstrukce. Složení betonu po laboratorním ověření je doplněno předpokládanými vlastnostmi ztvrdlého betonu, které jsou vypočítány z empirických vztahů.

*This paper computation of concrete mix design in the EXCEL program with partial subroutines: a) aggregate grading, b) determination of specific gravity and bulk density, c) mixing of aggregate fractions, d) composition of concrete and calculation of the presumed properties of hardened concrete. The calculation of the concrete composition is solved by four methods with the possibility of selecting a suitable procedure. Inputted are values directly measured in the laboratory, partial parameters can also be entered. The program takes into account the required EN 206 limits in accordance with the operational environment of the concrete structure. The composition of the concrete after laboratory verification is supplemented by the assumed properties of the hardened concrete. They are calculated from empirical relationships.*

Beton je kompozitní stavební látka, kde kamenivo plní funkci plniva a maticí tvoří cementový kámen vzniklý z hydratovaného cementu, přísad, příměsí a pórů. Přesné definování vlastností betonu, jako funkci složek, naráží na potíže vyvolané mnohoznačnou závislostí vlastností a podílu složek a jejich prostorové i časové proměnnosti. Odhaduje se, že pevnost betonu ovlivňuje asi 20 nezávisle proměnných. Proto nelze žádné vztahy považovat za determinované, ale pouze pravděpodobné s rozdílnou mírou korelace. Závislosti jsou vždy stochastického charakteru, platné v mezích prováděných zkoušek s určitou pravděpodobností. Další rozvoj technologie betonu vyžaduje formulaci závislosti a vztahů jazykem matematiky a tak zvýšit úroveň technologie, dosud převážně empirické, na vyšší stupeň matematizace oboru.

## Matematický model

Model je formulován z hlediska zásad kompozitního materiálu.

Přírodní kamenivo vykazuje výrazně vyšší pevnost než cementový kámen, proto jeho objemový podíl musí být co největší. Volíme maximální zrno nejvýše přípustné podle konstrukce a zrnitost takovou, aby mezerovitost kameniva byla minimální.

Cementový kámen musí vyplnit mezery mezi zrny kameniva a ještě vytvořit obálku na povrchu všech zrn kameniva. Podíl cementového kamene lze vyjádřit nadbytkem *cementového tmele*. Vyšší podíl cementového kamene nad přijatelnou mez je nejen nevhodný (vyšší dávka cementu), ale také zhoršuje mechanické vlastnosti betonu.

Pevnost betonu je také ovlivněna kontaktní zónou (kamenivo – cementový kámen), interakcí povrchu kameniva

s cementovým kamenem. Interakci technologicky řešíme kvalitou kameniva a případně příměsí (např. křemičité úlety).

Čerstvý beton musí být dobře zpracovatelný a jeho konzistence (měřená např. sednutím kužele) je nepřímou úměrná viskozitě cementového tmele (vodní součinitel, plastifikační přísady, intenzita zhutňování) a přímo úměrná tloušťce obálky cementového tmele na povrchu zrn kameniva (nadbytek cementového tmele).

Rozhodující roli v pevnosti betonu hraje pórovitost cementového kamene, která je přímo úměrná vodnímu součiniteli. Ten je základním kritériem v empirických vztazích výpočtu pevnosti betonu.

Působí zde dva protichůdné požadavky:

- ♦ pro dobrou zpracovatelnost čerstvého betonu požadujeme vyšší vodní součinitel i nadbytek cementového tmele,
- ♦ pro vyšší pevnost a trvanlivost betonu je nutný nízký vodní součinitel i optimální dávka cementu.

Řešení spočívá v optimalizaci a limitování parametrů podle prostředí, ve kterém bude beton využíván. Podle stupně agresivity prostředí se limituje maximální vodní součinitel, minimální dávka cementu, minimální pevnostní třída betonu.

Tento verbální popis matematického modelu lze formulovat:

$$\text{pevnost betonu } R_b = f_1(w, v, R_c, V_z, a_k) \geq R_{BEN} \quad (1)$$

$$\text{požadavky } [(w \leq w_{EN}), (m_c \geq m_{CEN}), (\min M), V_z]$$

$$\text{konzistence } \begin{cases} KO = f_2(\delta, \eta) \\ \delta = f_3(V_{CT}, M, S_k) \\ \eta = f_4(w, c_p, m_p, D) \end{cases} \quad (2)$$

$w$  – vodní součinitel,

$v$  – nadbytek cementového tmele,

$R_c$  – pevnost cementu,

$V_z$  – objem vzduchových pórů,

$a_k$  – kvalita kameniva,

indexy EN označují požadavky evropských norem,

$m_c$  – množství cementu,

$M$  – mezerovitost kameniva,

$\delta$  – tloušťka obálky cementového tmele na zrnech kameniva,

$\eta$  – viskozita cementového tmele,

$V_{CT}$  – podíl objemu cementového tmele,

$S_k$  – povrch kameniva,

$c_p$  – koncentrace a druh plastifikační přísady,

$m_p$  – množství příměsí,

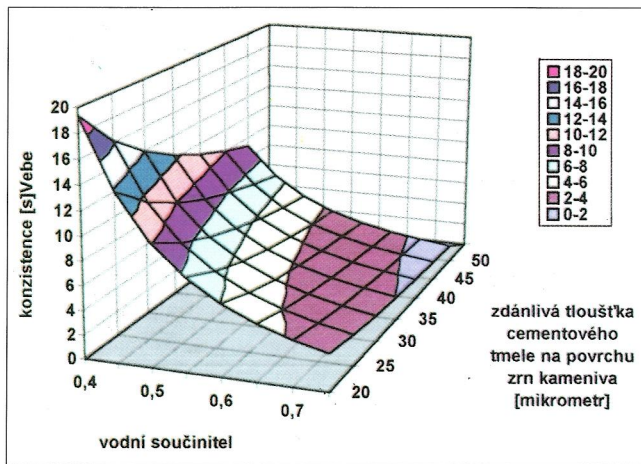
$D$  – gradient rychlosti, který charakterizuje intenzitu zhutňování čerstvého betonu,

$KO$  – konzistence čerstvého betonu měřená některou metodou podle ČSN P ENV 206.

Korelační závislost konzistence čerstvého betonu vypočítaná z mnoha měření je uvedena na obr. 1.

Platí pro zhutňování vibrační běžnou frekvencí (50 Hz) a pro zdánlivé tloušťky obálky cementového tmele na povrchu zrn kameniva větší než 20 mm [1].





Obr. 1 – Závislost konzistence na vodním součiniteli a zdánlivé tloušťce cementového tmele na povrchu zrn kameniva / Relationship between consistency of fresh concrete, water/cement ratio and apparent thickness of cement paste on the surface of aggregates

## Program výpočtu

Výpočet je zpracován v programu EXCEL 5.0 a sestává ze dvou částí.

### Kamenivo

1. Sestavení křivek zrnitosti podle síťového rozboru pro různé varianty směsí a tří frakcí kameniva. Zadávají se pouze zůstatky na sítích v g.

2. Stanovení objemové hmotnosti jednotlivých frakcí kameniva metodou pyknometrickou nebo vážením na hydrostatických vahách. Stanovení sypané hmotnosti směsi kameniva. Zadávají se jen hmotnosti dílčích vážen.

3. Míšení – stanovení podílu jednotlivých frakcí. Podíly dvou frakcí se řeší pomocí čísel zrnitosti podle Abramse. Podíly tří frakcí se vypočítají prolínáním, kdy se uvažuje podsítné i nadsítné, pomocí soustavy tří rovnic. Zadává se maximální zrnko kameniva.

### Složení betonu

1. Vstupní data. Podle prostředí, kterému bude betonová konstrukce vystavena, stanovuje EN 206 limitní hodnoty: maximální vodní součinitel, minimální množství cementu a minimální pevnostní třídu betonu, případně potřebné provzdušnění u některých stupňů agresivity. Také se zadá požadovaná konzistence podle tabulky. Kamenivo je definováno v první části programu. Další požadovaná zadání: druh cementu (CEM I až V nebo R), dávka a druh přísad a dávka příměsí v % hmotnosti cementu. V programu jsou uvedeny tři nejčastěji používané druhy příměsí: popílek, křemičité úlety, barevné pigmenty. Tyto údaje postačují k výpočtu složení betonu.

2. Metody výpočtu složení betonu. Program obsahuje čtyři metody výpočtu, při kterých se současně kontrolují limitní požadavky podle zadaného prostředí, celková hmotnost tuhých částic do 0,25 mm a přijatelnost nadbytku cementového tmele.

a) Metoda podle nadbytku cementového tmele vychází z odhadu nadbytku v mezích 1,05 až 1,4. Následující výpočet je velmi jednoduchý. Jeho základem je upravená rovnice absolutních objemů složek.

$$v \cdot M \left( \frac{m_c}{3100} + \frac{w \cdot m_c}{1000} + \frac{m_p}{\rho_p} + \frac{V_z}{100} \right) \quad (3)$$

$v$  – nadbytek cementového tmele,  
 $M$  – mezerovitost kameniva,

$m_c, m_p$  – množství cementu a příměsí [ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ],  
 $w$  – vodní součinitel,  
 $\rho_p$  – objemová hmotnost popílku [ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ],  
 $V_z$  – objem vzduchových pórů v betonu,  
 (minimálně bývá 2 %).

b) Metoda Ch. T. Kennedyho je založena na tloušťce obálky cementového tmele na povrchu zrn kameniva, která se řídí zvoleným vodním součinitelem. Touto metodou se většinou vypočítá vyšší dávka cementu ve srovnání s ostatními metodami. K výpočtu se používají dvě základní rovnice.

$$S_K = m_K \cdot \frac{90}{\rho_K} \cdot \sum \frac{p_i \cdot \psi_i}{d_i} \quad (4)$$

Objem cementového tmele

$$V_{CT} = M + S_K \cdot \delta;$$

$$S_K \cdot \delta = v - 1 \quad (5)$$

$S_K$  – povrch kameniva [ $\text{m}^2$ ] s objemovou hmotností  $\rho_K$  [ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ] v množství  $m_K$  [ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ]

$p_i$  – podíl zrn úzké frakce s velikostí horního síta  $d_i$  [mm] v %

$\psi_i$  – koeficient tvaru zrn a ostatní symboly podle rovnice (2) a (3)

c) Metoda podle Bolomeye užívá známý základní vztah jako v metodách a) i b)

$$R_B = a_K \cdot R_C \left( \frac{1}{w} - 0,5 \right) \quad (6)$$

Při výpočtu se zvyšuje množství vody, které je potřebné pro navlhčení kameniva podle požadované konzistence.

d) Metoda podle empirického množství vody. Vodní součinitel se zadá z tabulky programu podle pevnostní třídy cementu a pevnosti betonu. Z další tabulky se stanoví potřebné množství vody podle požadované konzistence a maximálního zrna kameniva. Množství vody se koriguje podle přísad a příměsí.

Závěrem této části programu se v tabulce zobrazí rekapitulace výsledků všech čtyř metod výpočtu složení betonu a technolog si podle vlastní zkušenosti může vybrat konkrétní metodu a tím i složení betonu.

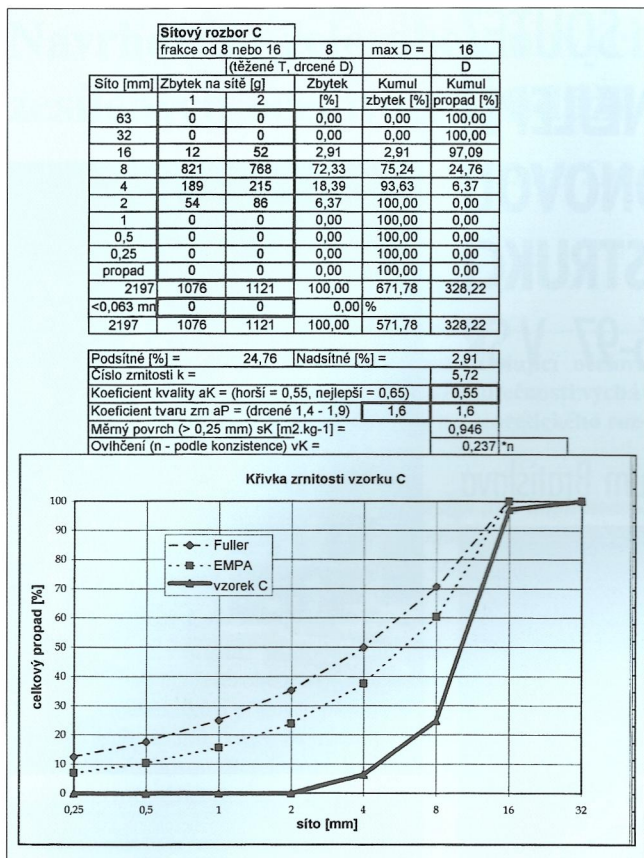
3. Ověření návrhu složení betonu. S ohledem na řadu zjednodušení a empirických konstant je nutno připravit dle vybraného návrhu složení betonu zkušební vzorky (alespoň tři krychle o hraně 150 mm) a stanovit objemovou hmotnost čerstvého betonu a současně ověřit, případně korigovat množstvím vody požadovanou konzistenci. Výsledky slouží k úpravě složení betonu. Na krychlích se za 28 dní normového zrání betonu stanoví pevnost v tlaku. Výsledek je konfrontován s požadovanými limity a vstupními požadavky.

4. Předpokládané vlastnosti betonu. Tento oddíl programu je doplňkem a zobrazené hodnoty jsou vypočítány podle různých empirických dat a vztahů uvedených v literatuře. Jsou to předpokládané pevnosti pro různá namáhání, odhad nárůstu pevnosti betonu, pravděpodobný modul pružnosti, míra dotvarování a smrštění.

## Závěr

Vypracovaný program při minimálním počtu vstupních dat usnadňuje práci technologa a komplexně řeší navrhování složení betonu. Program lze zjednodušit jen na jednu výpočtovou metodu nebo doplnit výpočtem ceny betonu podle konkrétních cen vstupních materiálů. Část výpočtových tabulek je uvedena na obr. 2 až 5.





Obr. 2 – Vlastnosti jedné frakce kameniva / Properties of one aggregate fraction

Prostředí betonu	stupeň agresivity prostředí dle prEN 206				
Prostředí	označení	max w	min CEM	min pevnost	min Vz
vnitřní, suché	XC1	0,65	260	25	0
vlhké konstrukce, základy	XC2	0,6	280	30	0
vnější konstrukce, bez deště	XC3	0,55	280	37	0
povrchy s působením vody	XC4	0,5	300	37	0
plovárny	XD1	0,5	300	37	0
průmyslové vody s chloridy	XD2	0,45	320	45	0
mořské pobřeží	XS1	0,5	300	37	0
námořní betonové konstrukce	XS3	0,45	340	45	0
svislé povrchy + déšť + mráz	XF1	0,55	300	37	0
svislé povrchy+mráz+voda+sůl	XF2	0,55	300	37	4
vodorovné povrchy + déšť + sůl	XF3	0,5	320	37	4
povrch vozovek + sůl	XF4	0,45	340	37	4
slabá chemická agresivita	XA1	0,55	300	37	0
působení mořské vody	XA2	0,5	320	37	0
vysoká chemická agresivita	XA3	0,45	360	45	0

(klepnutím na označení a potom tažením v řádku)

Očekávané prostředí:	XF1	0,55	300	37	0
Zadaná pevnostní třída betonu	30	Výpočtová pevnost [MPa] =	42		

**Konzistence**  
Zadaná konzistence = 2

S - sednutí kužele V - přeformování VEBE

Konzistence	K	S [mm]	V [s]	pro kamenivo:
velmi tuhá	0	0	> 31	T: n = 0,094
tuhá	1	< 40	21 - 30	D: n = 0,105
měkká	2	50 - 90	11 - 20	
velmi měkká	3	100 - 150	10 - 5	
tekutá	4	>160	< 4	

**Definice kameniva** dosadit hodnoty z programu Mísení - výsledné vlastnosti

Počet frací kameniva	3	A	B	C	
Maximální zmo [mm]	16	Podílů:	0,333	0,143	0,524
Číslo zrnitosti	4,410	Druh:	T	T	D
Koeficient kvality	0,570				
Koeficient tvaru zm	1,400				
Měrný povrch>0,25 mm[m <sup>2</sup> .kg <sup>-1</sup> ]	2,951				
n = [0,099764]	0,540				
Ovlhčení (Bolomey) [kg.kg <sup>-1</sup> ]	0,0539				
Objemová hmotnost [kg.m <sup>-3</sup> ]	2 577	2614	2528	2589	
Nasákavost [%] =	0,85	1,05	0,55	0,96	
Sypná hmotnost [kg.m <sup>-3</sup> ]	1933				
Mezerovitost =	0,250				
Podíl částic do 0,25 mm [%] =	3,48	10,44	0,00	0,00	
Podíl částic do 0,063 mm [%] =	0,90	2,69	0,00	0,00	

Obr. 3 – Fragment zadání vstupních dat / The part of input dates

vybráno: Bolomey							
Výpočetní postup	Nadbytek	Kenedy	Bolomey	Emp. voda			
Cement	0	0	42,5	346	388	300	269
Voda				155	174	164	153
Kamenivo =	max. D = 16						
	1. frakce 0,33	605	591	617	629		
	2. frakce 0,14	260	254	265	270		
	3. frakce 0,524	952	931	971	990		
Příměs:	el. popílek	17	21	14	13		
Přísada :	superplastifikátor	2,4	2,7	2,1	1,9		
Objemová hmotnost čerstvého betonu		2337	2362	2 333	2326		
Vodní součinitel, max. w = 0,55		0,448	0,448	0,546	0,570		
Částice do 0,25 mm, max = 400		426	455	384	333		
Nadbytek cementového tmele =		1,10	1,34	1,17	1,09		

Obr. 4 – Rekapitulace výpočtů složení betonu / The recapitulation of the computation results

Zkušební vzorky (krychle o hraně 150 mm) v kg:

Označení vzorků	1	2	3
Hmotnost formy	5,0243	5,005	5,078
Hmotnost formy a betonu	13,012	12,884	12,853
Objemová hmotnost čerstvého be	2367	2335	2304
Průměrná objemová hmotnost =		2335	kg.m-3
Koeficient přepočtu složení betonu podle Kenedy		0,9887	

Oprava konzistence:  
Změna množství vody na 10 litrů 2 na 1 m<sup>3</sup> = 2 kg  
Objemová hmotnost a pevnost betonu 28 dnů

Hmotnost formy a betonu v kg	7,727	7,817	7,789
Obj. hmotnost betonu [kg.m-3]	2 289	2 316	2 308
Průměrná objemová hmotnost betonu	2 304	kg.m-3	
Síla na zkušební lisu [kN]	968	956	942
Pevnost betonu v tlaku [MPa]	43,0	42,5	41,9
Průměrná pevnost v tlaku		42,5	MPa

Pevnost je vyhovující.

Přepočet složení betonu [kg.m-3]	Bolomey	
Zkoušené složení betonu podle		
Množství cementu	300	
Množství vody	166	
Množství kameniva, fr 1. frakce	618	
2. frakce	265	
3. frakce	972	
Příměs:	0	13
Přísady: Přísada :	2	

Objemová hmotnost betonu	2336	
Vodní součinitel	0,550	vyhovuje
Tuhé částice do 0,25 mm	334	vyhovuje
Objem cementového tmele	0,295	m <sup>3</sup> .m-3
Přebytek cementového tmele	1,180	vyhovuje
Maximální teplota betu (adiabatic)	46	st. C
Pro masivní konstrukce, tloušťky asi 1 m		nevyhovuje.

**Předpokládané pevnosti betonu**

Pevnost v tahu	2,8	MPa
Pevnost v příčném tahu	3,1	MPa
Pevnost v tahu ohybem	4,5	MPa
Pevnost ve smyku	16,1	MPa

Obr. 5 – Ověření návrhu složení betonu / Verification of concrete mix design

## Literatura:

[1] Pytlík, P.: Technologie betonu, VUT Brno 1997

Prof. Ing. Petr Pytlík C.Sc., Stavební fakulta VUT Brno, Ústav technologie stavebních hmot a dílců, Věveří 95, 662 37 Brno