

Výpočetní model železobetonových sloupů zesílených ocelovou bandáží

Mathematical Model of Reinforced Concrete Columns Strengthened with Steel Lining

Ladislav Čírtek

Model chování železobetonových sloupů dodatečně zesílených ocelovou bandáží. Porovnání výsledků teoretického řešení matematického modelu s výsledky experimentálních zkoušek.

This paper presents a model of behaviour of reinforced concrete columns strengthened with steel lining. Results of the theoretical solution of the mathematical model are compared with the results of experimental tests.

Ocelová bandáž je konstrukce sestavená z podélných úhelníků a příčných pásek, obepínající a zesilující stávající železobetonový sloup (obr. 1). Ocelové úhelníky se v rozích sloupu osazují do cementové malty. Po jejím zatuhnutí se nahřáté pásky přivaří k úhelníkům. Bandáž omezuje přetvoření betonu v příčném směru sloupů zatížených tlakem a tím se zvyšuje pevnost betonu v tlaku.

Na základě výsledků experimentálních zkoušek bandážovaných sloupů navrhl Doc. Vladimír Meloun technologický postup provádění a stanovil mezní únosnost takto zesílených sloupů [1].

Rada vlivů, které mohou ovlivnit chování bandážovaných sloupů, nebyla zmíněnými zkouškami zjišťována, a proto bylo na VUT FAST v Brně odzkoušeno 20 bandážovaných sloupů a 2 sloupy nebandážované z betonu třídy B15 [2]. Stejný způsob bandážování byl použit vždy na dvou sloupech. Sloupy rozměru 300×300×1 500 mm byly vyztuženy hlavní výztuží 4 φ V14,

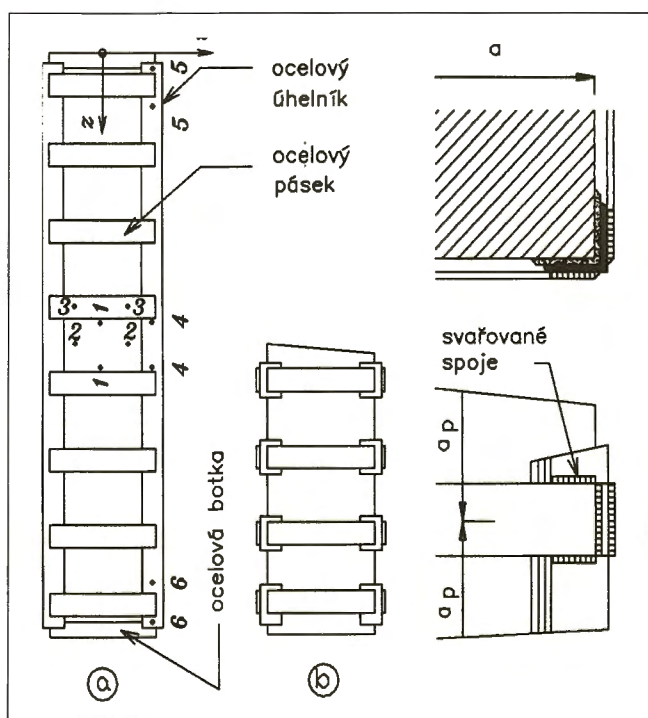
tříminky φ E5,5 s osovou vzdáleností 200 mm. Bandáží částečnou se bude v dalším textu rozumět bandáž s neprůběžnými ocelovými úhelníky (v délkách 90 mm pro uvedený rozměr sloupů) a bandáží plnou bandáž s průběžnými úhelníky. U částečně bandážovaných sloupů byl zjišťován vliv osové vzdálenosti pásek a_p a jejich průřezové plochy A_p na únosnost sloupů, u bandáží plných vliv rozměru příčného řezu úhelníku na únosnost sloupů. Sloupy byly zatěžovány dostředným tlakem až do meze porušení, která byla doprovázena výrazným viditelným porušením betonu. V průběhu zatěžování byly měřeny podélné a příčné deformace betonu, deformace pásek a úhelníků. Vznik poruch byl zjišťován opticky a též akustickou emisí.

Rozdíly v kvalitě betonu jednotlivých sloupů znesnadňovaly exaktnost vyjádření uvedených testovaných vlivů. Další plánované zkoušky se nepodařilo provést vzhledem k nedostatku finančních prostředků. Z těchto důvodů byla věnována pozornost modelování bandážovaných sloupů.

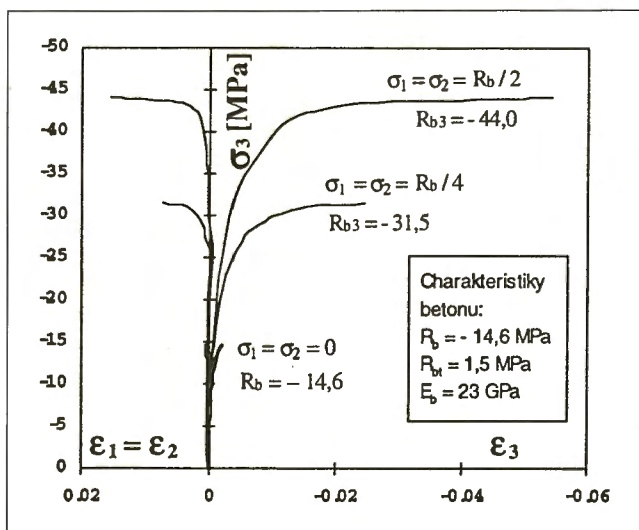
V tomto článku je uveden pouze výpočetní model. V příštím čísle tohoto časopisu bude stanovena reálná únosnost bandážovaných sloupů. V závěrečném příspěvku bude uvedeno doporučení pro navrhování a provádění uvedeným způsobem zesílených sloupů.

Přetvoření a pevnost betonu při trojosé napjatosti

Společným znakem železobetonových sloupů, Considérových, ocelových vyplněných betonem a sloupů železobetonových s externí ocelovou bandáží je různý stupeň omezení příčného přetvoření betonu. Pevnost betonu R_{b3} v trojosé napjatosti závisí zejména na velikosti a směrech hlavních napětí ($\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq$



Obr. 1 – Sloup s ocelovou bandáží plnou (a) a částečnou (b) / Column with the continuous (a) and partial (b) steel lining



Obr. 2 – Vliv účinků sevření $\sigma_1 = \sigma_2 \leq 0$ na hlavní poměrná přetvoření $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ a na pevnost betonu R_{b3} . Podle [7] / Influence of clamping $\sigma_1 = \sigma_2 \leq 0$ on principal unit strain $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ and on strength of concrete R_{b3} . According to reference [7]

σ_3), kvalitě betonu, rychlosti a historii zatížení. Z výsledků experimentů se odvozuje *plocha skutečných pevností* [3] až [7]. Dále jsou uváděny některé vlastnosti betonu, které mají vliv na chování betonu bandážovaných sloupů:

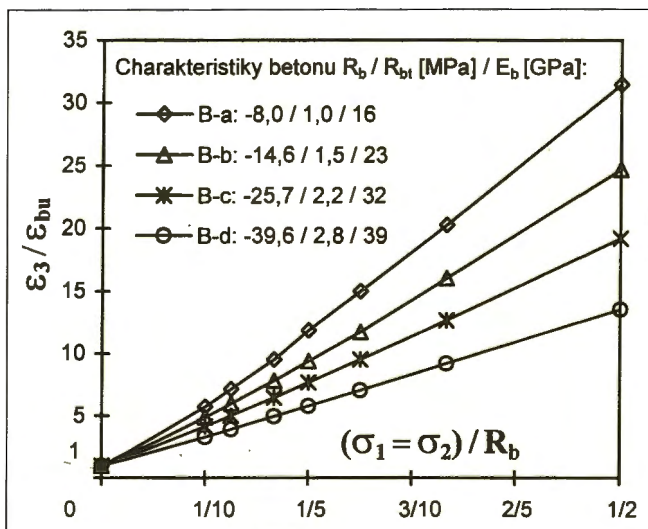
- Zejména pro případy všesměrného tlaku jsou přetvárné a pevnostní schopnosti betonu výrazně větší než při jednoosé napjatosti. Na obr. 2 je znázorněn diagram betonu v prostém tlaku a diagram pro účinky sevření $\sigma_1 = \sigma_2 = R_b / 4$, $\sigma_1 = \sigma_2 = R_b / 2$, kde σ_3 se zvyšuje až na mez pevnosti v trojosé napjatosti R_{b3} .
- Přetvárné schopnosti na mezi pevnosti betonu R_{b3} klesají se vzrůstající kvalitou betonu a zvyšují se s rostoucími účinky sevření ($\sigma_1 = \sigma_2$), obr. 3.
- Relativní pevnost betonu R_{b3} / R_b vzrůstá s účinky sevření ($\sigma_1 = \sigma_2$) a nezávisí na kvalitě betonu (obr. 4).
- Poměr přetvoření ($\epsilon_1 = \epsilon_2$) / ϵ_3 na mezi pevnosti betonu nezávisí na kvalitě betonu, ale na účincích sevření ($\sigma_1 = \sigma_2$).

V každé z „krychlí“, kterými vykryjeme objem sloupu v případě, kdy hledáme diskrétní řešení matematickým modelováním, dochází k individuálnímu rozvoji přetvoření podle aktuálního stavu napjatosti a diagram betonu nelze aplikovat jako rezidentní pracovní diagram. Pro případ bandážovaných sloupů bylo zjištěno, že tento problém je možno vyloučit zavedením *multilineárního pracovního diagramu na mezi pevnosti betonu*. Tento lze sestavit spojením $n + 1$ bodů $A_i [\epsilon_{3i}, R_{b3i}]$ pro různé účinky sevření $\sigma_{1i} = \sigma_{2i}$, $i = 1, \dots, n$ (obr. 5).

Model bandážovaného sloupu

Železobetonový sloup včetně ocelové bandáže byl modelován jako prostorový objekt s fyzikálně nelineárním chováním všech materiálů. Sloup byl zatěžován dostředně působící normálovou silou; u dále uváděného modelu *P* normálovou silou s malými excentricitami. V některých případech byly modelovány účinky smršťování a dotvarování betonu.

Na mezi únosnosti sloupů experimentálně zkoušených [2] byl vznik a rozvoj poruch betonu rozdílný u bandáží částečných a plných. U sloupů s částečnou bandáží byly poruchy takřka pravidelně rozmístěny po délce sloupů. Poruchy u sloupů



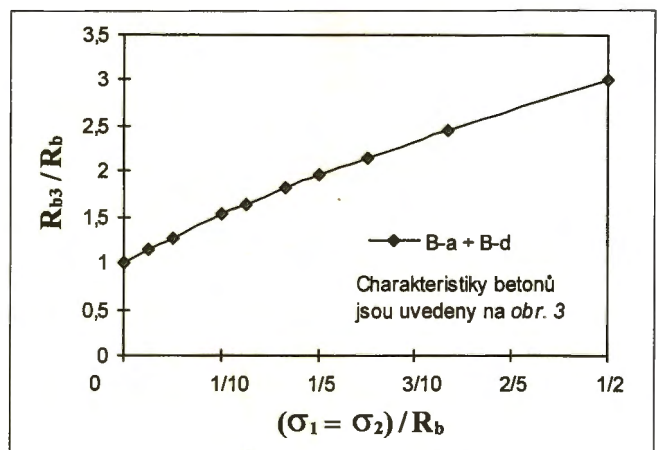
Obr. 3 – Vliv relativních účinků sevření ($\sigma_1 = \sigma_2$) / R_b na relativní poměrné přetvoření $\epsilon_3 / \epsilon_{bu}$ pro betony B-a až B-d při dosažení meze pevnosti betonu R_{b3} . Mezní poměrné přetvoření v prostém tlaku $\epsilon_{bu} = -0,0022$. Podle [7] / Influence of relative effects of clamping ($\sigma_1 = \sigma_2$) / R_b on relative unit strain $\epsilon_3 / \epsilon_{bu}$ for concretes from B-a to B-d at reaching ultimate strength of concrete R_{b3} . Ultimate axial compressive strain $\epsilon_{bu} = -0,0022$. According to reference [7]

s plnou bandáží vznikaly nejprve v oblasti zhlaví a paty a se vzrůstem tlaku zatěžovacího lisu se ve zhlaví a patě rozvíjely, směrem ke střední oblasti sloupů vznikaly nové, a při dosažení mezní únosnosti sloupů vznikaly poruchy betonu přibližně uprostřed výšky sloupů - tj. v oblasti měřených deformací betonu. Svislé přetvoření úhelníků plně bandáže bylo úměrné přetvoření betonu avšak s jistou prodlevou, která se zvětšovala se zvětšující se plochou příčného řezu úhelníků A_{uh} . V oblasti zhlaví, respektive ve střední oblasti sloupů, byly naměřené hodnoty svislých přetvoření úhelníků vždy menší resp. větší než poměrné přetvoření odpovídající mezi kluzu úhelníků. Tato přetvoření každého ze čtyř úhelníků plně bandážovaného sloupu byla nerovnoměrná.

S ohledem na možný prokluz úhelníků (porušení soudržnosti mezi úhelníkem a maltou ve směru osy sloupu) byly uvažovány tři druhy modelů.

- ◆ *C Model částečně bandážovaných sloupů*. S prokluzem úhelníků nebylo uvažováno.
- ◆ *P Model plně bandážovaných sloupů uvažující částečný prokluz úhelníků*. V modelu jsou navíc zohledněny difference mezi osovým přetvořením čtyř úhelníků bandáže. Predikce se bude týkat únosnosti betonu v oblasti zhlaví resp. paty sloupů a ve střední oblasti sloupů a bude se lišit pouze v hodnotách prokluzu úhelníků. Vztahy budou použity pro srovnání s únosností experimentálně zkoušených sloupů.
- ◆ *PM Model plně bandážovaných sloupů s plným prokluzem úhelníků*. Z hlediska bezpečného návrhu těchto sloupů pro stavební praxi, tedy s vlivem osových normálových napětí úhelníků není uvažováno.

Stav napjatosti betonu ke skutečné ploše pevnosti betonu [7] byl určován výpočtem *pevnostního součinitele betonu* ϕ_{bt} . Aby tento součinitel měl obdobnou vypovídající schopnost jako poměr σ_b / R_b (σ_{bt} / R_{bt}) pro případ jednoosého tlaku (tahu), byl algoritmus jeho výpočtu sestaven tak, že ϕ_{bt} vyjadřuje ϕ_{bt} násobek pevností R_b resp. R_{bt} pro případ, kdy tenzor napětí by vyvolal stav odpovídající ploše pevnosti betonu. Aplikace plochy pevnosti vyžaduje uvažovat s *pevnostním efektem hustoty sítě modelu*. Měřitko prostorové sítě bylo zvoleno $25 \times 25 \times 20$ mm. Chování betonu bylo modelováno *multilineárním pracovním diagramem na mezi pevnosti betonu*. Přetvoření betonu v příčném směru bylo zohledněno zavedením poměru (ϵ_x / ϵ_y) = 0,280, ($\epsilon_x = \epsilon_y$), jako průměrné hodnoty pro celý inter-



Obr. 4 – Vliv relativních účinků sevření ($\sigma_1 = \sigma_2$) / R_b na relativní pevnost betonu R_{b3} / R_b pro betony B-a až B-d. Podle [7] / Influence of relative effects of clamping ($\sigma_1 = \sigma_2$) / R_b on relative strength of concrete R_{b3} / R_b for concretes from B-a to B-d. According to reference [7]

val zatěžování sloupů. Tato hodnota odpovídala hodnotám naměřeným a též hodnotě odvozené z předpisu [7]. Pracovní diagramy ocelí byly uvažovány podle obr. 6.

Zavedení pracovních diagramů na mezi trojosé pevnosti betonu umožnilo využít standardní program ANSYS [8]. Železobeton byl modelován 3-D prvkem Solid65. Ocelová bandáž a též malta mezi úhelníky a betonem částečně bandážovaných sloupů byla modelována 3-D „brick“. Kontaktním prvkem Contact52 byla modelována malta plně bandážovaných sloupů. Ohřátí ocelových pásků na teplotu T bylo zohledněno ochlazením pásků modelu na teplotu $-2/3\Delta T$ ($\Delta T = T - 20$ [°C]).

Ověření modelu

Označení bandáží, rozměr pásků, úhelníků a též hodnoty normálových sil N_p odpovídající vzniku makroskopických poruch betonu ve střední oblasti sloupů při experimentálních zkouškách, jsou uvedeny ve sloupcích 1 – 4 tab. 1. Pevnosti a moduly pružnosti betonu sloupů v čase zkoušek byly zjištěny v rozsahu: $R_b = -14$ až $-16,5$ MPa; $R_{bt} = 1,2 - 2,4$ MPa; $E_b = 17 - 25,3$ GPa. Maximální rozměr kameniva d_g odpovídal hodnotě $d_g \cong 16$ mm. Na všech stranách sloupů, přibližně v polovině jejich výšky, a to uprostřed mezi ocelovými pásky bandáže, byly z měřených podélných a příčných deformací betonu stanoveny hodnoty poměrných přetvoření $\Delta \epsilon_{bze}$, $\Delta \epsilon_{bxe}$. Na přilehlých páscích bylo stanoveno přetvoření $\Delta \epsilon_{pe}$ a na úhelnících plně bandáže podélné přetvoření $\Delta \epsilon_{uh}$ uprostřed výšky sloupů. Přetvoření naměřená uváděná v tab. 1 jsou průměrné hodnoty ze stejně bandážovaných dvojic sloupů. Tato přetvoření jsou relativní, neboť měření deformací bylo prováděno na sloupech již s provedenou bandáží.

Kvalita betonu byla uvažována průměrnými charakteristikami R_b , R_{bt} , E_b ze stejně bandážované dvojice sloupů. Pro interval dostředně působící normálové síly $0 \leq N \leq N_f$ byla počítačovým simulováním stanovena relativní poměrná přetvoření v bodech a na materiálech odpovídajících měřicím terčům, dále napětí podélné výtuzě, třmínků a pásků. Stanovení meze porušení betonu bylo provedeno výpočtem pevnostních součinitelů ϕ_{bf} pro tenzory napětí odpovídající objemům $V_1 = 25 \times 25 \times 20$ až $V_5 = 125 \times 125 \times 120$ [mm] kvádrů betonu. Z hodnot součinitelů ϕ_{bf} bylo možno určit délku strany a_v

krychlí pro případ, kdy tenzor napětí pro zatížení $N = N_f$ vyvolá stav napjatosti odpovídající ploše skutečných pevností betonu ($\phi_{bf} = 1$). Efekt sevření betonu ocelovou bandáží lze na mezi pevnosti betonu R_{b3} zohlednit součinitelem únosnosti betonu bandážovaného sloupu Φ_b , který lze vyjádřit vztahem:

$$\Phi_b = N_{b3} / N_b \quad (1)$$

Výslednici normálových napětí betonu na mezi porušení železobetonového nebandážovaného sloupu N_b lze vyjádřit vztahem (2) a výslednici normálových napětí betonu na mezi porušení bandážovaného sloupu N_{b3} vztahem (3).

$$N_b = 0,8 A_b R_b \quad (2)$$

$$N_{b3} = N_f - A_s \sigma_s - N_{uh} \quad (3)$$

Ve vztazích (2), (3) značí A_b , R_b plochu betonu příčného řezu sloupu a pevnost betonu v tlaku; A_s , σ_s plochu, napětí podélné výtuzě a N_{uh} výslednici osových normálových napětí úhelníků na mezi porušení plně bandážovaných sloupů stanovenou z naměřených hodnot $\Delta \epsilon_{uh}$ a pracovního diagramu úhelníků. U částečně bandážovaných sloupů: $N_{uh} = 0$. Při normálové síle N_f , odpovídající mezi porušení betonu ve střední oblasti sloupů, byly zjištěny poměrné rozdíly mezi hodnotami poměrných přetvoření získaných počítačovým simulováním a ze zkoušek [2] v rozsahu $-11,0$ až $+10,2$ [%] pro podélné deformace betonu, $-23,2$ až $+19,6$ [%] pro příčné deformace betonu a $-34,5$ až $+23,8$ [%] pro deformace pásků (tab. 1).

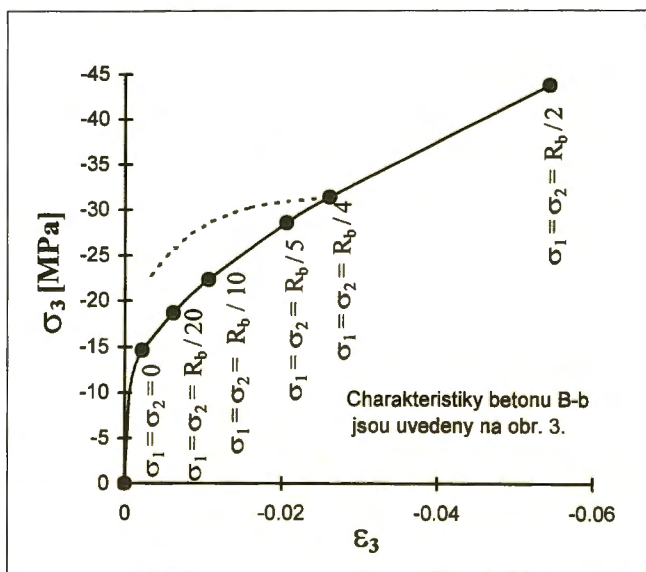
Pro částečnou bandáž typu C2 jsou hodnoty naměřených a vypočtených přetvoření v intervalu $0 \leq N \leq N_f$ zobrazeny na obr. 7.

Pro stejný typ bandáže jsou extrémy maximálních hodnot součinitelů pevnosti betonu ϕ_{bp} pro objemy $V_1 - V_4$ ve střední oblasti sloupu, zobrazeny na obr. 8.

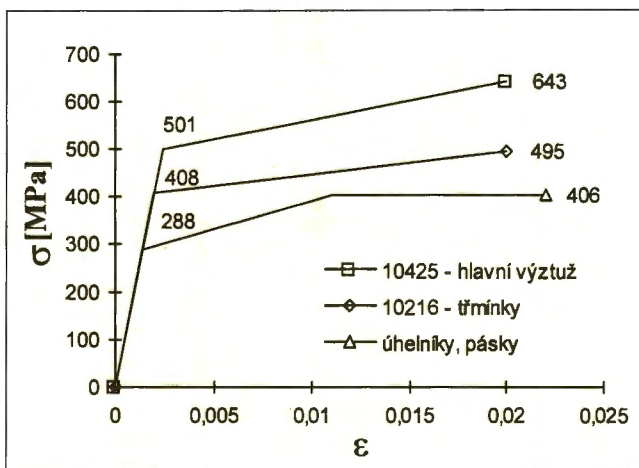
Na základě analýzy výsledků modelu a experimentálních zkoušek bandážovaných sloupů bylo zjištěno, že pro stanovení meze vzniku zjevných poruch betonu je možno uvažovat „rozproštěný“ stav napjatosti v objemech kvádrů betonu $V_2 = 50 \times 50 \times 40$ mm, které odpovídají krychlím s objemem:

$$V \cong (3d_g)^3 \quad (4)$$

kde d_g je maximální rozměr kameniva. Příznivý vliv bandáží na únosnost betonu bandážovaných sloupů vyjadřují hodnoty součinitele únosnosti betonu $\Phi_b = 1,368 - 1,790$ (tab. 1). Nejmenší, největší únosnost betonu z testovaných zesílených sloupů vykazuje sloup s bandáží C4, s bandáží P4.



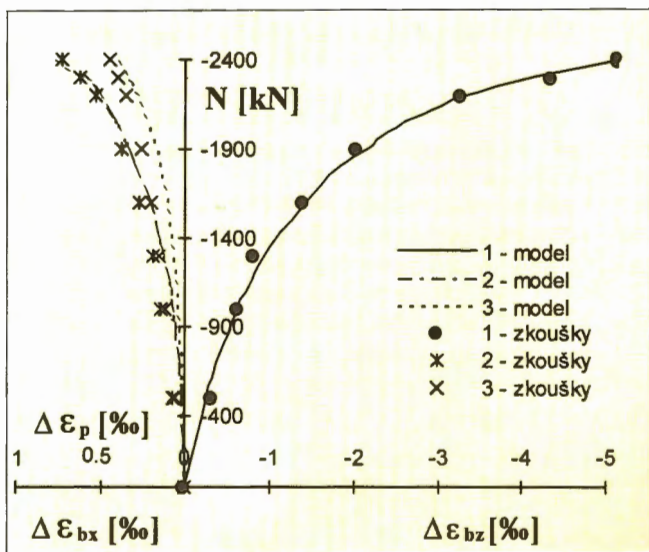
Obr. 5 – Odvození multilineárního pracovního diagramu na mezi pevnosti betonu pro beton B-b / Deducing multilinear diagram of ultimate strength for concrete B-b



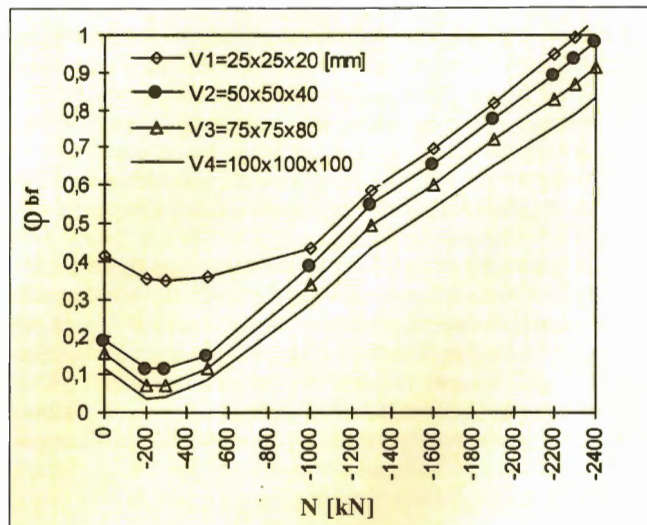
Obr. 6 – Pracovní diagramy ocelí získané zkouškami / Stress-strain diagram of steels obtained from tests

Bandáž	Pásek rozměr, a _p [mm]	Úhelník [mm]	N _f [KN]	Δε _{bze} (Δε _{bz}) [‰]	Δε _{bze} (Δε _{bz}) [‰]	Δε _{pe} (Δε _p) [‰]	Φ _b
1	2	3	4	5	6	7	8
ŽB	-	-	-1400	-2,608	0,865	-	1
C1	55/6-280 220	60/60/6- 90	-2050	-5,037 (-4,484)	1,108 (1,106)	0,490 (0,389)	1,639
C2	50/6-280 150	60/60/6- 90	-2400	-5,086 (-5,144)	0,761 (0,726)	0,414 (0,446)	1,746
C3	50/6-280 275	60/60/6- 90	-1850	-3,755 (-4,140)	1,136 (1,218)	0,316 (0,338)	1,521
C4	50/6-280 400	60/60/6- 90	-1750	-3,093 (-3,212)	0,967 (0,898)	0,231 (0,256)	1,368
C5	55/10-280 220	60/60/6- 90	-2100	-5,600 (-5,813)	1,201 (1,437)	0,339 (0,280)	1,713
C6	70/5-280 220	60/60/6- 90	-2050	-4,097 (-4,381)	1,181 (1,098)	0,393 (0,333)	1,578
P1	55/6-280 220	60/60/6-1450	-2500	-4,150 (-4,443)	0,805 (0,852)	0,502 (0,396)	1,774
P2	50/6-280 220	40/40/5- 1450	-2550	-5,279 (-5,358)	1,353 (1,347)	0,472 (0,310)	1,730
P3	50/6-280 220	50/50/5- 1450	-2750	-3,899 (-3,579)	0,836 (0,779)	0,350 (0,421)	1,711
P4	50/6-280 220	70/70/8- 1450	-3050	-4,055 (-4,090)	0,944 (0,725)	0,432 (0,535)	1,790
průměr odchylek [%]			-	+ 1,6	-1,7	-5,3	

Tab. 1 – Výsledky zkoušek a predikce pro střední oblast částečně (C) a plně (P) bandážovaných dvojic sloupů. Zkušební VUT FAST. N_f – normálová síla na mezi vzniku viditelného tlakového porušení betonu; Δε_{bze}, Δε_{bze}, Δε_{pe} – poměrné přetvoření podélné betonu, příčné betonu a páseků z naměřených hodnot; Δε_{bz}, Δε_{bz}, Δε_p – dtto avšak dle predikce; Φ_b – součinitel únosnosti betonu. / Results of tests and prediction for middle part of a couple of columns with partial (C) and continuous (P) steel lining. The Research and Test Center FAST VUT Brno. N_f – normal force on limit state of forming visible concrete compression failure. Δε_{bze}, Δε_{bze}, Δε_{pe} – longitudinal unit strain of concrete, transversal unit strain of concrete and strips according to recorded values; Δε_{bz}, Δε_{bz}, Δε_p – the same, but according to prediction; Φ_b – loading capacity factor



Obr. 7 – Poměrné přetvoření betonu podélné Δε_{bz} (1) a příčné Δε_{bz} (2), přetvoření ocelových páseků Δε_p (3) – výsledky zkoušek a predikce pro částečnou bandáž typu C2 / Unit strain of concrete longitudinal Δε_{bz} (1) and transversal Δε_{bz} (2), unit strain of strips Δε_p (3) – results of tests and prediction for partial steel lining of type C2



Obr. 8 – Vztah normálové síly N k součiniteli pevnosti betonu Φ_{br} pro částečnou bandáž typu C2. Aktivace bandáže při N = 0 ohřevem páseků (ΔT = 130 °C) / Relationship between normal force N and loading capacity factor Φ_{br} for partial steel lining of type C2. Activation of steel lining at N = 0 by heating of strips (ΔT = 130 °C)

Literatura:

- [1] Meloun V., Marek F., Sedlák J.: Zesilování betonových konstrukcí ocelovými bandážemi. Část C, Pokyny pro opravy a zesilování betonových konstrukcí. VÚPS Praha, 1987
- [2] Čírtek L.: Zkoušky železobetonových sloupů s ocelovou bandáží. Beton a ždivo, 1994/4, s. 25 – 29.
- [3] Janda L.: Triaxial state of stress of concrete structures, Stavebnický časopis SAV, roč. XVIII, Bratislava 1970, s.163 – 192.
- [4] Gerald S, Winkler H.: Versuchsergebnisse zur Festigkeit und Vorformung von Beton bei mehraxialer Druckbeanspruchung. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, heft 277, Berlin 1977.
- [5] Wang Chuan-zhi, Guo Zhen-hai, Zhang Xiu-qin: Experimental Investigation of Biaxial and Triaxial Compressive Concrete Strength. ACI Materials Journal, 1987, s. 92 – 100,

- [6] Willam K. J., Warnke E. D.: Constitutive Model for the Triaxial Behavior of Concrete, LABSE Proceedings, International Association for Bridge and Structural Engineering, Vol. 19, ISMES, Bergamo, Italy, s.174 (1975).
- [7] CEB-FIP Model Code 90, 1991, Lausanne, s. 34 – 51.
- [8] ANSYS User's Manual for Revision 5.0, Vol. 1 – 5, Swanson Analysis System, Inc., Houston.

Ing. Ladislav Čírtek CSc., Ústav betonových a zděných konstrukcí, Údolní 53, 662 42 Brno