

na ocelobetonová konstrukce může být nejen staticky výhodná, ale i ekonomická a estetická.

Soutěž ukázala, že naši stavební inženýři jsou schopni navrhnout a postavit stavby, které plně splňují měřítko světového standardu. I když se nejedná o konstrukce, které svým rozsahem spadají do kategorie mimořádných rozpětí nebo výšek, představují tyto konstrukce účelné a vhodné řešení v našich podmínkách středoevropského státu. Při návrhu jakékoli konstrukce by měla být proto dána příležitost plně využít tento potenciál našich stavebních inženýrů a vždy zvolit nej-

vhodnější z navrhovaných řešení. Postavené konstrukce obvykle reprezentují úroveň našeho stavitelství po řadu let, proto se vyplatí volbě navrhovaného systému věnovat odpovídající pozornost.

*Doc. Ing. Jan L. Vitek, CSc., Stavební fakulta ČVUT, Thákurova 7, 166 29 Praha 6*

Fotografie vyhodnocených staveb jsou uveřejněny na druhé straně obálky

## Vybrané případy stability přímých prutů – cihelný komín v léčebném komplexu v Dobřanech

*Selected Stability Cases of Straight Members – Masonry Chimney in Dobřany Hospital*

**Petr Fajman, Jiří Šejnoha**

V návaznosti na předchozí teoretickou studii [1] je na příkladě štíhlého komínu v léčebném komplexu v Dobřanech zkoumán vliv proměnnosti průřezu a vliv poddajnosti podloží na kritické zatížení. Výsledky získané numericky metodou konečných prvků jsou konfrontovány s výsledky analytických výpočetních postupů. V závěru jsou uvedena některá praktická doporučení.

*Starting from the previous theoretical results [1], the present paper studies the effect of subsoil compliance and varying cross-section on critical loading, based on an example of a slender chimney in the medical institution in Dobřany. The results obtained numerically by the finite element method comply with the analytical ones. Some practical recommendations can be found in the conclusions.*

Stabilitní problémy se těší stále pozornosti inženýrů navrhujících štíhlé konstrukce. V příspěvku [1] byl podán zevrubný výklad přibližných metod, které lze při návrhu spolehlivě aplikovat. V příkladech byly řešeny nestandardní případy konstrukcí, jejichž základním nosným prvkem je konzola. V tomto příspěvku se zaměříme na konzolu proměnného průřezu (vysoký komín), která spočívá na pružném podloží. Záměrem příspěvku je poskytnout projektantům odhady kritického zatížení od vlastní tíhy ovlivněného poddajností podloží a ukázat proměnu vzpěrné délky po výšce konzoly. Výsledky získané pomocí jednoduchých energetických formulí budou porovnány s výsledky numerického řešení metodou konečných prvků (MKP) získané programovým souborem FEAT 4.1. Na závěr bude provedeno posouzení podle ČSN 73 1101 Navrhování zděných konstrukcí.

### Výpočet stability konzoly MKP

Pro dobrou názornost se přidržíme konkrétního případu z praxe. Jedná se o zděný komín výšky 72 m s průměrem a tloušťkou odstupňovanými po výšce na 24 nestejně dlouhých úseků. Je založen na železobetonové desce tloušťky 0,7 m a průměru 10 m. Byl uvažován dvouparametrický pružný podklad s tuhostí v tlaku  $C_1 = 50 \text{ MN/m}^3$ , a ve smyku  $C_2 = 3 \text{ MN/m}$ . Z uvedených hodnot je vidět, že smyková tuhost podloží je relativně velmi malá, což se projeví malou délkou smykové kotliny vytvořené v zemině základovou deskou.

Daný komín není již delší dobu využíván a navíc z horní části padají kusy cihel. Proto se uvažuje, co se s komínem bude

dělat dál. Základní otázka zní, je komín bezpečný a potřebuje pouze opravit, nebo je nutné navrhnout jeho zbourání? Největším problémem při posouzení únosnosti je zjištění vzpěrné délky od zatížení vlastní hmotností.

Základní informace o komínu uvádí *obr. 1 a tab. 1*.

Komínové těleso je modelováno po části prizmatickými prutovými prvky mezikruhového průřezu (*tab. 1*) se součinitelem smykové poddajnosti  $k = 0,9$  (jeho definice viz [2]). Aby model reálně vystihl připojení skořepiny komínu k základové desce, jsou uzly desky po obvodě skořepiny spojeny velmi tuhými vodorovnými rameny se středem desky, do něhož je vetknuta osa komínu.

Výpočet MKP uvažuje jak po částech proměnný průřez komínu, tak proměnu zatížení. Ta se uvažuje osamělými břemeny od zatížení vlastní tíhy.

$$F_i = \gamma \cdot \chi_i = \gamma A_i h_i \quad (1)$$

kde  $A_i$  je průřezová plocha uprostřed prvku délky  $h_i$  komínu a  $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$  je objemová tíha zdiva.

Chceme-li vypočítat vzpěrnou délku, musíme stanovit kritickou hodnotu  $\gamma_{cr}$  z rovnice

$$(\mathbf{K} - \gamma_{cr} \mathbf{K}_1) \mathbf{a} = \mathbf{0}, \quad (2)$$

kde  $\mathbf{K}$  je matice tuhosti konstrukce komínu zahrnující matice tuhosti základové desky s podložím a  $\mathbf{K}_1$  je matice geometrické tuhosti (počátečních napětí).

Byly uvažovány dva případy založení s těmito výsledky:

1) *Vetknutí komínu* ( $C_1 \rightarrow \infty$ ,  $C_2 \rightarrow \infty$ ):

Při modulu pružnosti  $E = 3 \text{ GPa}$  vyšlo

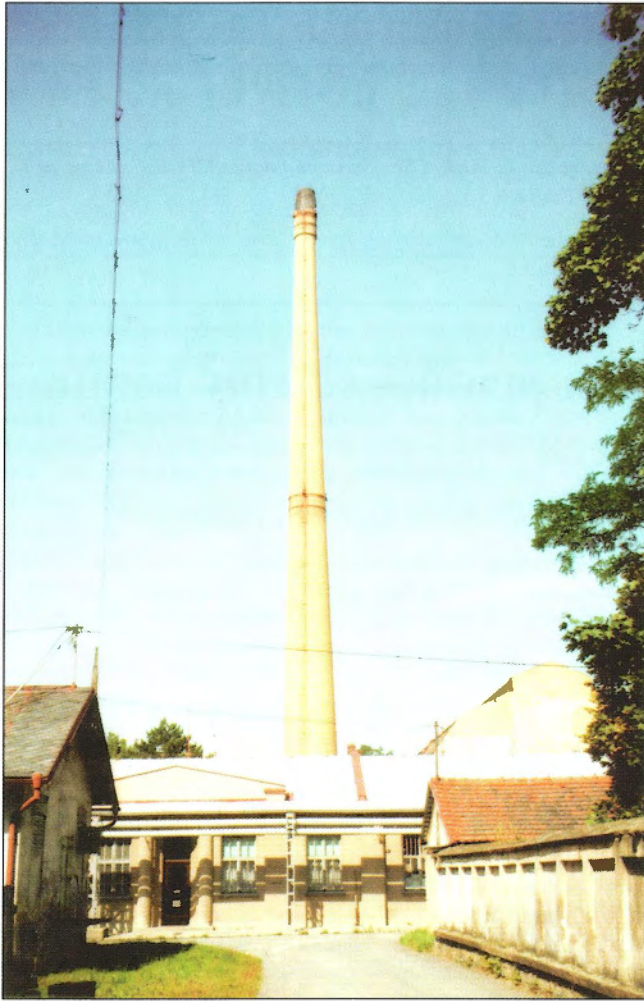
$$\gamma_{cr}^1 = 21,56 \gamma$$

a kritická tíha komínu

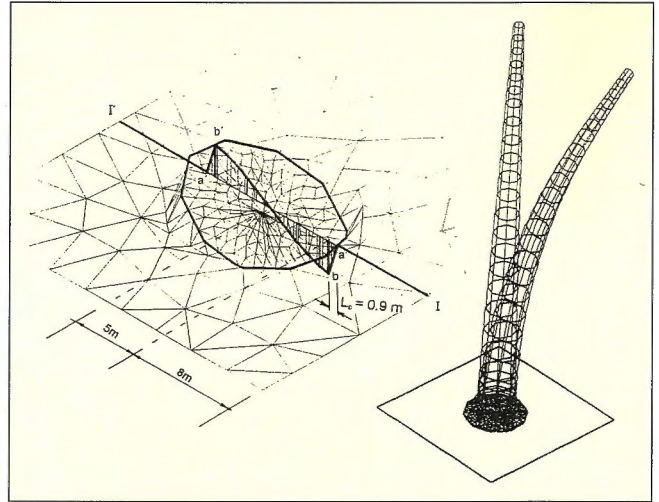
$$G_{cr} = \frac{\gamma_{cr}}{\gamma} G = 240\,610 \text{ kN}, \text{ kde } G = 11\,160 \text{ kN je tíha}$$

komínového tělesa a vzpěrná délka pro průřez  $x = 0$

$$L = \pi \sqrt{\frac{EI_i}{\gamma_{cr} G}} = 82 \text{ m} \Rightarrow L = 1,14 \cdot l \quad (3)$$



Obr. 1 – Fotografie komínu / Photograph of chimney



Obr. 2 – Přetvoření konstrukce a povrchu podloží v prvním tvaru vybočení komínu / Deformation of the construction and the subsoil surface in the first buckling mode

### II) Pružné založení na dvouparametrickém podloží

Vzhledem k tomu, že podloží má jistou smykovou tuhost ( $C_2 \neq 0$ ), uplatní se i jeho část ležící mimo základ. Proto bylo třeba pokrýt konečnými prvky i odpovídající část okolí (obr. 2). Kvůli zajištění stability výpočtu byla mimo základ uvažována velmi tenká deska tloušťky 0,02 m s modulem pružnosti 1 GPa. Na obr. 2 je znázorněna deformace povrchu podloží v prvním tvaru vybočení komínu. Vidíme, že se průřez v patě natačí a základová deska se prakticky chová jako tuhá deska (spojnice bodů b'b'). Smyková kotlina má vzhledem k malé smykové tuhosti podloží velmi malou délku  $L_e = 0,9$  m (spojnice bodu a'b' resp. ab). Podle [2], viz 2.32, lze délku smykové kotliny odhadnout

$$L_e = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \ln \frac{1}{\varepsilon} = 0,95 \text{ m},$$

kde součinitel  $\varepsilon = 0,02$  vyjadřuje dvouprocentní přípustnou chybu výpočtu. Vidíme, že shoda obou výsledků je velmi dobrá.

První tvar vybočení je na obr. 2 a pro jednotlivé případy se liší pouze pořadnicí a velikostí kritického zatížení.

Při materiálových parametrech (zdivo  $E = 3$  GPa, základová deska  $E = 26$  GPa, podloží  $C_1 = 50$  MN/m<sup>3</sup>,  $C_2 = 3$  MN/m) vychází kritická hodnota objemové tíhy

$$\gamma_{cr}^I = 18,45 \gamma$$

a kritická tíha komínu

$$G_{cr}^I = \frac{\gamma_{cr}}{\gamma} G = 205 \text{ 900 kN},$$

kde  $G = 11 \text{ 160 kN}$  je tíha komínového tělesa a vzpěrná délka pro průřez  $x = 0$  je

$$L = \pi \sqrt{\frac{EI_i}{\gamma_{cr} G}} = 87,6 \text{ m} \Rightarrow L = 1,21 \cdot l.$$

Průřez č.	Plocha m <sup>2</sup>	$I_y = I_z$ m <sup>4</sup>	výška m	Statické schéma
24	1.1938	0.3541	x=69,5-72m	
23	1.3116	0.4675		
22	1.7492	0.6844		
21	1.8896	0.8664		
20	2.3468	1.1818		
19	2.5581	1.4778		
18	4.0396	2.3038		
17	4.4458	3.0206	x=46,5-50m	
16	5.9684	4.2289		
15	6.2592	5.2997		
14	7.4620	6.8910		
13	8.0522	8.5156	x=32,3-36m	
12	8.9592	10.5590		
11	9.5903	12.7835		
10	10.5747	15.5194		
9	11.2284	18.3890	x=18-22m	
8	12.4166	22.2506		
7	13.2111	26.5415		
6	14.4416	31.8411		
5	15.3440	37.4422		
4	16.4344	42.6081		
3	16.9577	46.2762		
2	17.7607	49.9426		
1	18.1632	53.3704	x=0-1m	

Tab. 1 – Průřezové veličiny a statické schéma konstrukce / Cross-sectional parameters and the mathematical model

Výška	Vetknutí varianta I	Se základovou deskou varianta II	Vlastní tíha ve výšce x
x (m)	$\frac{\gamma_{cr}^I}{\gamma} = 21,56$	$\frac{\gamma_{cr}^{II}}{\gamma} = 18,45$	$G_i$ (kN)
50	63,4	68,6	1 032
36	64,9	70,1	2 779
22	68,9	74,5	5 322
0	81,0	87,6	11 160

Tab. 2 – Vzpěrné délky  $L_i$  (m) ve variantách I, II / Buckling length  $L_i$  (m) in variants I, II

## Výpočet vzpěrné délky v různých výškách komínu

Po výšce komínu se mění jak osová síla (tíha nad vyšetřovaným průřezem), tak moment setrvačnosti průřezu. V průřezu  $i$  působí osová síla

$$N_{cr,i} = \frac{\gamma_{cr}}{\gamma} G_i = \frac{\pi^2 EI_i}{L_i^2} \quad (4)$$

kde  $G_i = \sum_i^{24} \gamma A_i h_i$ .

Odtud vzpěrná délka pro průřez  $i$

$$L_i = \pi \sqrt{\frac{EI_i}{\frac{\gamma_{cr}}{\gamma} G_i}} \quad (5)$$

Hodnoty vzpěrných délek vypočtené podle vzorce (5) jsou pro vybrané průřezy přehledně uspořádány v tab. 2.

Z uvedených výsledků je vidět, že vliv tuhosti podloží není zanedbatelný a že je mu třeba věnovat náležitou pozornost.

## Přibližný výpočet kritické síly energetickou metodou

Omezíme se na případ konstrukce na nepoddajném podloží ( $C_1 \rightarrow \infty, C_2 \rightarrow \infty$ ). Vlivu poddajnosti bude věnován následující odstavce.

Výchozím vztahem pro výpočet kritické síly je výraz pro potenciální energii systému

$$\Pi = E_{int} + E_{ext}$$

$$= \frac{1}{2} \int EI(x)(w''(x))^2 dx - \frac{1}{2} \sum_i^i \int_0^i F_i (w'(x))^2 dx$$

Sumace přes  $i$  sil znamená, že konstrukci rozdělíme po výšce na  $i$  úseků, ve kterých vypočítáme příslušné tíhy. Ty umístíme do těžiště úseku – tento bod je také horní mezí příslušného integrálu.

V rovnovážném stavu musí funkcionál  $\Pi$  nabýt minimální hodnoty, která je v případě indiferentní rovnováhy (kritický stav) rovna nule. Kritickou hodnotu objemové tíhy tudíž vypočteme s přihlédnutím k vztahu (1) ze vzorce

$$\int_0^l EI(x)(w''(x))^2 dx - \frac{\gamma_{cr}}{\gamma} \sum_i^i \int_0^i \gamma A_i h_i (w'(x))^2 dx = 0 \quad (6)$$

Pro ohybovou deformaci zvolíme vzhledem k okrajovým podmínkám pro vetknutí v průřezu  $x=0, w(0)=w(0)'\approx 0$  aproximaci:

$$w(x) = 1 - \cos \frac{\pi x}{2l} \quad (7)$$

Proměnný moment setrvačnosti vyjádříme z lineárního průběhu  $d$  po výšce

$$d(x) = d(0) + x \cdot \frac{d(l) - d(0)}{l}$$

$$I(x) = \frac{\pi}{64} \left( d(x)_{\text{vnější}} - d(x)_{\text{vnitřní}} \right)^4 \quad (8)$$

	Komín s konstantním průřezem $I_0$	Komín s proměnným průřezem	Komín s proměnným průřezem na pružném podloží
Statické schéma			
Vzpěrná délka	$L = 117,5 \text{ m} = 1,63 l$	$L = 81 \text{ m} = 1,125 l$	$L = 87,6 \text{ m} = 1,216 l$

Tab. 3 – Rekapitulace výsledků / Overview of results

Po dosažení aproximací (7, 8) do (6) a následné integraci dostaneme při rozdělení výšky  $l$  na jedenáct úseků, v nichž je osová síla po částech konstantní,

$$\frac{\gamma_{cr}}{\gamma} = \frac{E \int_0^l \frac{\pi}{64} \left( (5,976 + x \cdot 0,05939)^4 - (3,516 + x \cdot 0,03217)^4 \right) \frac{\pi^4}{16l^4} \cos^2 \frac{\pi x}{2l} dx}{\sum_{i=1,p}^i F_i \int_0^i \frac{\pi^2}{4l^2} \sin^2 \frac{\pi x}{2l} dx}$$

$$\frac{\gamma_{cr}}{\gamma} = \frac{E \cdot 0,43}{18 \cdot 2944,7} = 24,4 = 1,13 \cdot 21,56$$




Zjištěná hodnota je o 13 % větší než relativně přesné řešení pomocí MKP.

Abychom posoudili, zda lze řešení MKP skutečně považovat v rámci přijatých předpokladů (dostatečné dělení po výšce) za přesné, porovnali jsme numerický výpočet MKP na počítači pro prut konstantního průřezu stejné délky zatížený vlastní tíhou s exaktní hodnotou získanou v [1], příklad 1. Zjištěná chyba je menší než 0,5 %.

Z výsledků vyplývá, že komín zatížený vlastní tíhou s proměnným průřezem má výrazně menší vzpěrnou délku než komín s konstantním průřezem.

## Zjednodušený výpočet vlivu tuhosti podloží

V druhém odstavce tohoto příspěvku je poukázáno na skutečnost, že kritická síla může být značně ovlivněna možností pootočení základu na poddajném podloží. V případě, že poměr  $C_2/C_1$  je malý, lze zanedbat příspěvek okolí základu na odpor základu vůči pootočení. Při doplňujícím předpokladu, že základová deska má nekonečnou tuhost, lze vyjádřit tuhost podloží přibližným vzorcem

	Komín na pružném podloží s vlivem okolní zeminy	Komín na pružném podloží bez vlivu okolní zeminy	Komín s pružným vetknutím bez vlivu okolní zeminy
Statické schéma			
Vzpěrná délka	L = 87,6 m = 1,215 l	L = 89 m = 1,237 l	L = 87,7 = 1,218 l

Tab. 4 – Rekapitulace výsledků – vliv tuhosti podloží / Overview of results – the effect of subsoil compliance

$$K_{\omega} = C_1 \frac{\pi a^4}{4}$$

$$K_{\omega} = 50\,000 \frac{\pi 5^4}{4} = 24\,543\,600 \text{ kNm}$$

a počítat konstrukci bez základu s pružným vetknutím, s tuhostí  $K_{\omega}$ .

Porovnání výsledků je uvedeno v tab. 4. Zjednodušený přístup je v dobré shodě s podrobnějším výpočtem MKP a přibližuje se konstrukci s uvažováním okolí, což je způsobeno tím, že u zjednodušeného přístupu předpokládáme nekonečně tuhou základovou desku. Zjednodušený výpočet je 20× rychlejší než výpočet se základovou deskou.

Pokud je tuhost podloží ve smyku podstatná, musíme započítat do tuhosti základu i příspěvek okolí. Výpočet lze provést buď MKP s pokrytím oblasti i mimo desku, jak bylo popsáno výše, nebo analyticky, při předpokladu tuhé základové desky. K výpočtu náhradní tuhosti podloží je nutno použít Besselových funkcí, což přesahuje rámec tohoto článku. Zmíněný postup je popsán v navazujícím příspěvku [3].

## Posouzení podle ČSN 73 1101 Navrhování zděných konstrukcí

Pro konečné rozhodnutí o stavu daného komína je nezbytné posouzení únosnosti podle ČSN 73 1101. Vzhledem k tomu, že se mění průřez po výšce, musíme provést posouzení v různých úrovních – 0, 22, 36, 50 m. Průřezy ve výškách 0, 22, 36 m vyhoví pro cihly P 350 / MC 2.5. Průřez ve výšce 50 m nevyhoví, jak dokazuje následující stručný výpočet.

Zatížení:  $M = 266,12 \text{ kNm}$ ,  $N = 1\,122 \text{ kN}$

Průřezové charakteristiky:  $A = 4,643 \text{ m}^2$ ,  $I = 3,425 \text{ m}^4$ ,  $i = 0,859 \text{ metrů}$

Vzpěrná délka:  $L = 68,6 \text{ m}$

$$\lambda = \frac{68,6}{0,859} \sqrt{\frac{1000}{750}} = 92,2 \dots \varphi = 0,36 \dots \eta = 0,68$$

$$k_{ef} = 1 - 0,68 \left( 1 + \frac{0,237 \cdot 1,2}{2,976} \right) = 0,224$$

Únosnost:

$$N_U = 0,224 \cdot 0,36 \cdot 4,643 \frac{2,976 - 1,488}{2,976 - 1,488 + 0,237} R_d$$

$$= 0,3229 R_d = 807 \leq 1\,122 \text{ kN}$$

Nevyhovuje pro zdivo P 350 / MC 2.5, kde  $R_d = 2\,500 \text{ kPa}$ . Posouzení podle ČSN provedli Ing. Václav Honzík a Ing. Čech z plzeňské firmy TORION.

## Závěr

Lze konstatovat:

- ♦ Komín zatížený vlastní tíhou s proměnným průřezem má výrazně menší vzpěrnou délku než komín s konstantním průřezem.
- ♦ Poddajnost podloží má při sledování stability štíhlých konzol značný význam. Vliv okolní zeminy je při  $C_1 > C_2$  zanedbatelný a tuhost zeminy můžeme za předpokladu velmi tuhé základu vystihnout pružným vetknutím konzoly.
- ♦ Zjednodušené výpočty založené na energetické metodě dávají přibližně o 15 % větší kritické zatížení.
- ♦ Vzhledem ke stáří a skutečnému stavu komínu v Dobřanech je vhodné komín demontovat, neboť nevyhovuje dle ČSN 73 1101 a nemá dostatečnou spolehlivost z hlediska požadované únosnosti v horní části.

## Literatura

- [1] Bittnarová J., Šejnoha J.: Přibližné řešení v lineární stabilitě prutů a konstrukcí, *Stavební obzor* 7/95, str. 216–220.
- [2] Bittnar Z., Šejnoha J.: Numerické metody mechaniky 1, Vydavatelství ČVUT, Praha, 1992, str. 309
- [3] Fajman P., Šejnoha J.: O vlivu tuhosti podloží na stabilitu přímých prutů, *Stavební obzor* v tisku
- [4] ČSN 73 1101 Navrhování zděných konstrukcí

Ing. Petr Fajman, CSc., Prof. Ing. Jiří Šejnoha, DrSc.,  
Stavební fakulta ČVUT, Thákurova 7, 166 29 Praha 6

## CONCON '98 – tisková konference



Dne 30. 10. 1997 se konala v přednáškovém sále nadace ABF na Václavském náměstí v Praze tisková konference týkající se připravované mezinárodní výstavy CONCON '98. Úvodní informaci pro přítomné novináře poskytl Ing. Petr Dolejš ze Studia AXIS, které zajišťuje výstavu po organizační stránce. Za prvního ze dvou pořadatelů akce – Českou společnost pro beton a zdivo – podal informaci o hlavních oblastech činnosti ČBZ její předseda Ing. Pavel Čížek. Na něj navázal zástupce spolupořadatele FSv ČVUT prof. ing. Jaroslav Procházka, CSc., který hovořil o konkrétní náplni nadcházející výstavy CONCON '98 a o připravovaných doprovodných seminářích. Na závěr proběhla neformální diskuse se zástupci tisku o výstavě CONCON '98 i dalších připravovaných aktivitách ČBZ.

Petr Hájek