

Přetvoření prutových prvků namáhaných ohybovým momentem a normálovou silou (podle ČSN 73 1201 – Změna 2)

Deformation of Linear Members Subjected to Bending Moment and Normal Force (according to Amendment of Czech Code ČSN 73 12 01)

Ján Hájek, Terézia Nürnbergerová

Výpočet přetvoření prvků namáhaných ohybovým momentem a normálovou silou podle ČSN 73 1201 – Změna 2 pro účely posouzení podle mezního stavu přetvoření. Uplatnění změn normových ustanovení. Algoritmus postupu výpočtu počáteční křivosti a počátečního osového přetvoření. Dlouhodobá přetvoření. Číselný příklad.

Calculation of deformation of linear members subjected to bending moment and normal force according to Amendment 2 of the Czech code used for checking from the viewpoint of limit state of deformation. Application of code specification changes. Algorithm for calculation of initial curvature and initial axial strain. Time – dependent deformations. Numerical example.

Úpravy předpokladů výpočtu přetvoření provedené v [2] se týkají nejen prvků namáhaných prostým ohybem (nosníků a nosíkových desek), s nimiž jsme se zabývali v [6], ale také prvků, jež kromě ohybových momentů jsou namáhány současně normálovou silou. Kromě toho mohou být průřezy těchto prvků vystaveny také působení posouvajících sil vyvolávajících zkosení. Protože se způsob výpočtu zkosení oproti způsobu podle [1] nemění, v tomto příspěvku se jím nezabýváme a odkazujeme na popisy postupů uvedené v [3] nebo [7]. Omezuje se tedy na výpočet přetvoření vyvolaných kombinací ohybových momentů a normálových sil.

Dále je třeba zdůraznit, že jde o výpočet přetvoření za účelem posouzení prvku nebo konstrukce *podle mezního stavu přetvoření*. Proto se některé vlivy, které mohou být rozhodující pro první skupinu mezních stavů (například vliv štíhlosti u tlacených prutů), zde neuvažují. Předpokládá se, že prvním krokem výpočtu je posouzení prvku nebo konstrukce podle první skupiny mezních stavů. *Pokud prvek nebo konstrukce nevyhoví podle první skupiny mezních stavů, nemá smysl se zabývat posouzením podle druhé skupiny (a tedy ani posouzením podle mezního stavu přetvoření)*.

Dvě zásadní korekce zavedené do výpočtu přetvoření Změnou 2 [2] jsme uvedli i se stručným zdůvodněním v [6]. Zde jen krátce zopakujeme, že jde o tyto dvě úpravy:

1. Modul pružnosti betonu při výpočtu přetvoření plně působícího průřezu, t.j. do vzniku trhlin, se násobí součinitelem $\gamma_{beb} = 0,8$ (místo dosavadní hodnoty 0,85).
2. Zavádí se trojúhelníkový obrazec napětí betonu v tlacenné oblasti průřezu s trhlinou (místo dosavadního obdélníkového), tj. předpokládá se přímá úměrnost mezi napětím a přetvořením tlacenného betonu.

Cílem příspěvku je podrobněji uvést postup při výpočtu křivosti a poměrného osového přetvoření v průřezu, jakožto výchozích veličin k veličinám, které se získají jejich integrací (průhyby, pootočení, podélné celkové prodloužení nebo zkrácení). Přitom jde o veličiny, které, jak vyplývá z předchozího, se určují pro hladinu *provozních zatížení*.

Postup výpočtu můžeme rozčlenit na tyto části:

- ◆ stanovení meze trhlin,
- ◆ počáteční přetvoření do meze vzniku trhlin, tj. v plně

působícím ideálním průřezu,

- ◆ počáteční přetvoření v průřezu s trhlinou,
- ◆ vliv taženého betonu mezi trhlinaми na přetvoření (*tension stiffening*),
- ◆ vliv dlouhodobě a opakovaně působícího zatížení.

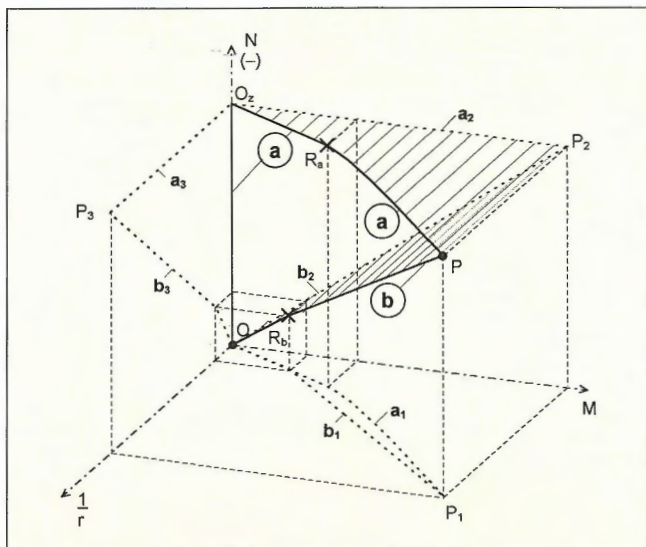
Tento postup shrneme potom do algoritmu a uvedeme ilustrativní číselný příklad.

Předem však považujeme za nutné uvést poznámku o dráhách namáhání.

Vliv dráhy namáhání na přetvoření

Zatím co při výpočtu přetvoření prvků namáhaných prostým ohybem se jedná o určení závislosti vyvolané veličiny (např. průhybu) na veličině vyvolávající (v tomto případě na ohybových momentech jakožto silovém účinku zatížení) a jde tedy o vztah v dvourozměrném prostoru, v případě kombinace dvou vyvolávajících veličin (ohybových momentů a normálových sil) je stav přetvoření definován dvěma veličinami (křivostí a osovým přetvořením) a jde tedy o vztah ve čtyřrozměrném prostoru. V prvním případě je čára závislosti mezi silovým účinkem zatížení a jeho přetvárným účinkem (průhybem nebo potočením) rovinná křivka a lze ji snadno znázornit, ve druhém případě je to obecně prostorová křivka a pro její čtyřrozměrnost ji nelze znázornit ani prostorovou projekcí (např. ani axonometricky). V takovém případě si pomáháme znázorněním řezů. Ze složitosti těchto vztahů vyplývá, že výsledný stav přetvoření závisí nejen na výsledném stavu namáhání, nýbrž také na dráze, po které se k výslednému stavu namáhání dojde (blíže o dráhách namáhání a přetvoření viz [3]). O dráhách namáhání jsme se zmínili také v [5], kde jsme se zabývali přetvořeními při nelineárním výpočtu podle ENV 1992-1-1:1992. Nelineární výpočet se provádí především za účelem posouzení prvku nebo konstrukce podle mezního stavu únosnosti (tedy – podle terminologie ČSN – podle mezních stavů první skupiny). Nicméně úvahy o dráhách namáhání mají obecnou platnost.

Jako doplněk k tomuto stručnému vysvětlení uvádíme *obr. 1*, na němž je v axonometrickém zobrazení vykreslena závislost mezi normálovou silou N , ohybovým momentem M a křivostí ($1/r$), a to jednak probíhající po dráze znázorněné čarou OO_2P (tlustá čára **a**), jednak po dráze znázorněné čarou OP (čára **b**). Po obou čarách se tedy dosáhne téhož výsledného stavu namáhání zobrazeného bodem P_2 . Tento bod je ovšem nárysem téhož bodu P , jenž zobrazuje výsledný stav namáhání a přetvoření. Čáry **a**, **b** mají sice odlišné průměty do souřadných rovin (tečkované čáry $a_1, b_1, a_2, b_2, a_3, b_3$), ale společné průměty P_p, P_2, P_3 téhož bodu P . Obdobně by bylo možno zobrazit závislost mezi namáháním (N, M) a poměrným osovým přetvořením ε_{ax} . Norma [1] při výpočtech přetvoření tedy předpokládá, že se při zatěžování dosáhne výsledného stavu přetvoření po dráze, po které se zachová stejná výstřednost jako je výstřednost při výsledném stavu namáhání, pro který se určuje stav přetvoření. Tento předpoklad je na straně větší spolehlivosti v případě tlacených prvků, u kterých se prvek zatěžuje nejprve



Obr. 1 – Prostorové znázornění nárůstu křivosti v průřezu: **a** – čára křivosti ($1/r$) při zatěžování podél dráhy OO_2P_2 ; a_1, a_2, a_3 jsou průměty čáry **a** (půdorys, nárys, bokorys) do souřadných rovin, bod R_a označuje mez trhlin; **b** – čára křivosti ($1/r$) při zatěžování podél dráhy OP_2 ; b_1, b_2, b_3 jsou průměty čáry **b** (půdorys, nárys, bokorys) do souřadných rovin, bod R_b označuje mez trhlin / 3D-representation of curvature increasing in a cross-section: **a** – curvature line ($1/r$) obtained from loading following the path OO_2P_2 ; a_1, a_2, a_3 are projections of the line **a** (ground, front, and lateral views) into the coordinate planes, point R_a indicates the cracking limit; **b** – curvature line ($1/r$) obtained from loading following the path OP_2 ; b_1, b_2, b_3 are projections of the line **b** (ground, front, and lateral views) into the coordinate planes, point R_b indicates the cracking limit

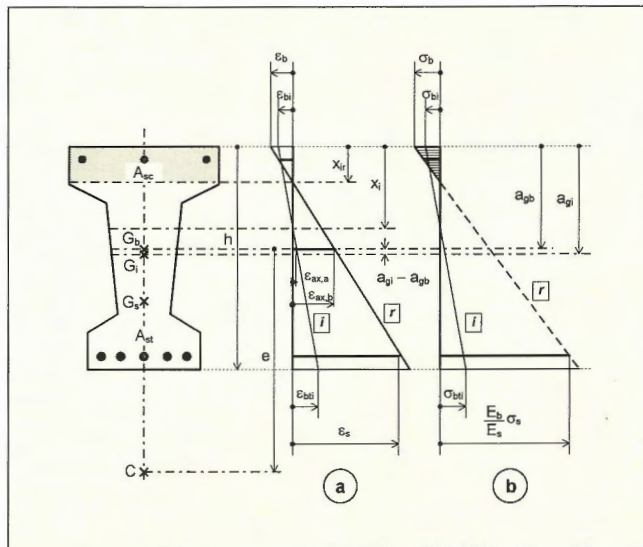
normálovou silou, k níž se později přidávají ohybové momenty, což nastává ve většině praktických případů. Pokud ovšem zatěžování ohybovými momenty předchází zatěžování normálovou silou, je výsledek na straně menší spolehlivosti (vypočtená přetvoření jsou menší nežli skutečná). Je však třeba poznamenat, že při posuzování prvků podle mezního stavu přetvoření spolurozhoduje kritérium mezního přetvoření (např. předepsaná vodorovná výchylka), což je pro účely normy více méně dohodnutá hodnota, jejíž odhad má proto mnohem menší spolehlivost, nežli hodnota přetvoření vypočtená pro daný stav namáhání.

Mez trhlin kolmých k ose prvku při současném působení normálové síly a ohybového momentu

Zásady výpočtu meze trhlin se oproti původní normě [1] nemění. Postup výpočtu je vysvětlen např. v [3]. Pro úplnost výkladu však alespoň stručně tento postup zopakujeme.

Předpokládá se pružné chování betonu a oceli. Označíme-li e výstřednost normálové síly N při momentu M (tj. $e = M/N$), a_{gb} vzdálenost těžiště betonového a a_{gt} ideálního průřezu od horního okraje (*horním* nazýváme přitom okraj, na kterém je napětí algebraicky menší nebo rovno napětí na protilehlém okraji), bude výstřednost normálové síly k těžišti ideálního průřezu rovna $e_i = e - a_{gt} + a_{gb}$ (obr. 2). Vznikne-li na dolním okraji průřezu tahové napětí, pak má podle [1] na hodnotu meze trhlin vliv součinitel gradientu přetvoření γ_{bg} , který se určí ze vztahu

$$\gamma_{bg} = \frac{10,5e + h}{6e + h} \quad (1)$$



Obr. 2 – Předpoklady výpočtu křivosti průřezu namáhaného normálovou silou a ohybovým momentem: **a** – přetvoření (i – ideálního plně působícího průřezu, r – průřezu s trhlinou); **b** – napětí (i – ideálního plně působícího průřezu, r – průřezu s trhlinou); G_b – těžiště betonového průřezu; G_t – těžiště ideálního plně působícího průřezu; G_s – těžiště průřezu výztuže; C – působíště normálové síly / Assumptions for calculation of curvature in a cross-section subjected to normal force and bending moment: **a** – strains (i – in a transformed cross-section, r – in a cracked cross-section); G_b – centroid of concrete cross-section; G_t – centroid of transformed cross-section; G_s – centroid of reinforcement cross-section; C – point of normal force application

kde h je celková výška průřezu. Součinitel gradientu přetvoření nemůže být ovšem záporný. Předpokládáme přitom, že normálová síla má kladné znaménko, pokud je tahová, a záporné, jestliže je tlaková. Platí proto (plyne to ze jmenovatele vztahu (1)), že pokud je $1/e \leq -6/h$, v průřezu se vznik trhlín neočekává a průřez se považuje vždy za plně působící (nepředpokládá se, že by napětí betonu mohlo překročit mez pevnosti v tahu). Pokud je $1/e > -6/h$, lze vypočítat napětí σ_{bcr} na horním okraji za předpokladu, že na dolním okraji se současně dosáhne napětí $\gamma_{bg} R_{btm}$, kde R_{btm} je normová pevnost betonu v tahu. Toto napětí se bude rovnat

$$\sigma_{bcr} = \gamma_{bg} R_{btm} \frac{1 - \frac{e_i}{k_{ci}}}{1 + \frac{e_i}{k_{ti}}} \quad (2)$$

kde k_{ci} , k_{ti} jsou jádrové úsečky ideálního průřezu pro horní, resp. dolní okraj.

Napětí σ_{bt} na dolním (taženém) okraji od daného namáhání (N, M) pak bude

$$\sigma_{bt} = \frac{N}{A_i} \left(1 + \frac{e_i}{k_{ti}} \right) \quad (3)$$

kde A_i je plocha ideálního průřezu. Trhliny se v průřezu neočekávají, platí-li alespoň jedna z nerovností

$$\sigma_{bcr} \leq -0,6R_{btm}; \quad \sigma_{bt} \leq \gamma_{bg} R_{btm} \quad (4)$$

Jinak se očekává, že v průřezu vzniknou trhliny. Normálová síla N_{cr} na mezi trhlín vyplývá ze vztahu (3) dosazením $\sigma_{bt} = \gamma_{bg} R_{bm}$, t.j.

$$N_{cr} = \frac{\gamma_{bg} R_{bm} A_i}{1 + \frac{e_i}{k_i}} \quad (5)$$

Počáteční přetvoření v průřezu bez trhlín

Základní předpoklady pro výpočet přetvoření v průřezu při namáhání normálovou silou a ohybovým momentem jsou znázorněny na obr. 2. V části *a* je zobrazen průběh poměrných přetvoření podélných vláken a v části *b* průběh napětí po výšce, přičemž čáry *i* odpovídají plně působícímu průřezu, zatímco čáry *r* průřezu s trhlinou (s vyloučeným působením napětí betonu v tahu). Jak je vidět ze šrafované části *b*, v tlačené oblasti se předpokládá trojúhelníkové rozdělení napětí. Předpokládá se, že osa průřezu prochází těžištěm G_b betonového průřezu, a že v této ose budeme také určovat poměrné osově přetvoření ε_{ax} (obr. 2a). Těžiště betonového průřezu G_b se nachází ve vzdálenosti a_{gb} od horního okraje, těžiště ideálního plně působícího průřezu G_i ve vzdálenosti a_{gi} od téhož okraje.

Pro ohybovou poddajnost (převrácenou hodnotu tuhosti) v průřezu bez trhlín zavedme označení $c_{fl,a}$ a pro osovou poddajnost označení $c_{ax,a}$. Při výpočtu těchto poddajností se uplatní ustanovení čl. 2.3.13 Změny 2 [2], podle něhož se vliv počátečních plastických přetvoření uváží přenásobením modulu pružnosti E_b součinitelem $\gamma_{beb} = 0,8$.

Počáteční ohybovou a osovou poddajnost do vzniku trhlín vypočteme pak ze vztahů

$$c_{fl,a} = \frac{1}{\gamma_{beb} E_b I_i}; \quad c_{ax,a} = \frac{1}{\gamma_{beb} E_b A_i} \quad (6)$$

kde I_i, A_i jsou průřezové veličiny (moment setrvačnosti a průřezová plocha) ideálního průřezu. Jak je vidět ze vztahů (6), ohybová poddajnost má rozměr $N^{-1} \cdot m^2$, zatímco osová poddajnost rozměr N^{-1} .

Křivost do vzniku trhlín označme $(1/r)_a$ a osovou poddajnost $\varepsilon_{ax,a}$. Vypočteme je ze vztahů

$$\left(\frac{1}{r}\right)_a = N e_i c_{fl,a}; \quad \varepsilon_{ax,a} = N c_{ax,a} - \left(\frac{1}{r}\right)_a (a_{gi} - a_{gb}), \quad (7)$$

kde význam veličin e_i, a_{gi}, a_{gb} byl vysvětlen při výpočtu meze trhlín.

Zde je snad vhodné poznamenat, že pokud působí síla N normálové síly N definované výstředností vzhledem k těžišti betonového průřezu (obr. 2) leží v pásmu $a_{gi} - a_{gb}$, t.j. platí $0 < e < a_{gi} - a_{gb}$, má výstřednost e_i ve vztahu (7) opačné znaménko než výstřednost e , a tedy pro kladný moment M je křivost v takovém průřezu záporná. V tomto případě se doporučuje průřez vyztužit tak, aby těžiště výztuže G_s leželo ve stejném bodě jako těžiště betonového průřezu G_b (zde je pak i těžiště ideálního průřezu G_i).

Počáteční přetvoření v průřezu s trhlinou

Pokud se vznik trhlín v průřezu očekává, postup výpočtu přetvoření závisí na tom, vznikne-li v průřezu tlačená oblast nebo bude-li celý průřez tlacen. V případě mimostředního tlaku nebo ohybu vznikne v průřezu tlačená oblast vždy. V případě

mimostředního tahu vznikne tlačená oblast jenom tehdy, je-li výstřednost e větší, nežli srovnávací výstřednost $e_{t,bal}$, kterou určuje z podmínky nulového přetvoření okraje vzdálenějšího od působíště normálové síly. Vypočteme nejprve vzdálenost těžiště veškeré výztuže od tohoto okraje

$$a_{gs} = \frac{S_{s0}}{A_{s,tot}} \quad (8)$$

a moment setrvačnosti plochy výztuže k jejímu těžišti

$$I_{gs} = I_{s0} - A_{s,tot} a_{gs}^2 \quad (9)$$

Výstřednost $e_{t,bal}$ se pak určí ze vztahu

$$e_{t,bal} = \frac{I_{s0}}{S_{s0}} - a_{gb} \quad (10)$$

Pokud je tedy $e > e_{t,bal}$, v průřezu vznikne tlačená oblast a první úlohou je proto určit její výšku. Jestliže je $N \neq 0$ (nejde o prostý ohyb), vede řešení této úlohy na rovnici

$$S_{bc} x_{ir} - I_{bc} + (a_{gb} + e) (S_{bc} - A_{bc} x_{ir}) + w [S_{s0} x_{ir} - I_{s0} + (a_{gb} + e) S_{s0} - A_{s,tot} x_{ir}] = 0 \quad (11)$$

kde je:

- e výstřednost normálové síly k těžišti betonového průřezu,
- x_{ir} výška tlačené oblasti v průřezu s trhlinou,
- A_{bc} plocha tlačené oblasti,
- S_{bc} statický moment plochy tlačené oblasti k tlačnému okraji,
- I_{bc} moment setrvačnosti plochy tlačené oblasti k tlačnému okraji,
- a_{gb} vzdálenost těžiště betonového průřezu od tlačného okraje,
- $w = E_s/E_b$ poměr modulů pružnosti oceli a betonu,
- $A_{s,tot}$ plocha veškeré výztuže v průřezu,
- S_{s0} statický moment průřezové plochy veškeré výztuže v průřezu k tlačnému okraji,
- I_{s0} moment setrvačnosti průřezové plochy veškeré výztuže v průřezu k tlačnému okraji

V případě $N = 0$ (prostý ohyb) se výška tlačené oblasti určí z rovnice

$$(A_{bc} + w A_{s,tot}) x_{ir} - S_{bc} - w S_{s0} = 0, \quad (12)$$

kde označení mají stejný význam jako v rovnici (11).

U obdélníkového průřezu o rozměrech b (šířka), h (výška) lze rovnici (11) upravit na tvar

$$F(x_i) = 2x_i^3 - 3(h + 2e)x_i^2 + \frac{6w}{b} [2S_{s0} - (h + 2e) A_{s,tot}] x_i - \frac{6w}{b} [2I_{s0} - (h + 2e) S_{s0}] \quad (13)$$

I když je tato rovnice kubická (a má tedy z matematického hlediska tři kořeny), má jenom jedno platné řešení, protože zbývající kořeny nevyhovují podmínkám rovnováhy.

Poznamenejme, že zejména ve starších učebnicích a učebních textech se doporučovalo „zkusné“, řešení rovnice (13), i když už tenkrát byly známé různé numerické metody. Poměrně rychle konverguje už i obyčejná Newtonova metoda. Zavedme pro přibližné numerické řešení označení $x_j = x_{ir}$ a dále funkci

$$F(x_j) = 2x_j^3 - 3(h + 2e)x_j^2 + \frac{6\omega}{b} [2S_{s0} - (h + 2e)A_{s,tot}]x_j - \frac{6\omega}{b} [2I_{s0} - (h + 2e)S_{s0}] \quad (14)$$

a její derivaci

$$F'(x_j) = 6\left\{x_j^2 - (h + 2e)x_j + \frac{\omega}{b}[2S_{s0} - (h + 2e)A_{s,tot}]\right\} \quad (15)$$

Řešení se pak získá iterací podle vztahu

$$x_j = x_{j-1} - \frac{F(x_{j-1})}{F'(x_{j-1})}, \quad (16)$$

přičemž za výchozí hodnotu pro $j = 1$ můžeme vzít například $x_0 = h/2$. Řešení lze provést s předem zadanou přesností δ (např. $\delta = 10^{-4}$), přičemž podmínkou ukončení iterace je, že dvě po sobě následující hodnoty x_{j-1} , x_j splňují nerovnost

$$|x_j - x_{j-1}| \leq \delta |x_{j-1}|. \quad (17)$$

Pro prostý ohyb ($N = 0$) jsme způsob určení výšky tlačené oblasti obdélníkového průřezu uvedli v [6].

V případě průřezu obecného tvaru lze pro numerické řešení rovnice (12) použít metodu půlení, metodu sečen (tyto metody lze, přirozeně, použít i pro obdélníkový průřez) nebo jinou vhodnou numerickou metodu, nebo také kombinaci metod.

Pokud na průřez působí *tahová normálová síla* ($N > 0$) s výstředností e menší nebo rovnou výstřednosti $e_{t,bal}$ (tj. $e \leq e_{t,bal}$), pak celý průřez je tažen a křivost se vypočte ze vztahu

$$\left(\frac{1}{r}\right)_b = \frac{N(a_{gb} + e - a_{gs})}{E_s I_{gs}}. \quad (18)$$

Poměrné osově přetvoření bude

$$\varepsilon_{ax,b} = \frac{N}{E_s A_{s,tot}} + \left(\frac{1}{r}\right)_b (a_{gb} - a_{gs}). \quad (19)$$

Jak vyplývá ze vztahu (18), v případě, že $I_{gs} = 0$ (veškerá výtzuž soustředěna v jejím těžišti), průřez s trhlinou má prakticky neomezenou poddajnost (nemá ohybovou tuhost).

Jestliže však je výstřednost e větší nežli výstřednost $e_{t,bal}$ ($e > e_{t,bal}$), pak má průřez tlačnou oblast, jejíž výška x_{ir} se určí řešením rovnice (11), nebo v případě obdélníkového průřezu řešením rovnice (13). Na základě toho lze také určit plochu tlačené oblasti A_{bc} , jakož i statický moment plochy tlačené oblasti k tlačnému okraji S_{bc} . Křivost v průřezu s trhlinou $(1/r)_b$ a poměrné osově přetvoření $\varepsilon_{ax,b}$ dostaneme pak ze vztahů

$$\left(\frac{1}{r}\right)_b = \frac{N}{E_b [S_{bc} - A_{bc} x_{ir} + \omega(S_{s0} - A_{s,tot} x_{ir})]}, \quad (20)$$

$$\varepsilon_{ax,b} = \left(\frac{1}{r}\right)_b (a_{gb} - x_{ir}). \quad (21)$$

Působí-li na průřez *tlaková normálová síla* ($N < 0$) a napětí σ_{bt} vypočtené ze vztahu (3) je větší než pevnost betonu v tahu ($\sigma_{bt} > \gamma_{bg} R_{bnt}$), určí se výška tlačené oblasti x_{ir} , jakož i přetvoření $(1/r)_b$, $\varepsilon_{ax,b}$, podle stejného postupu jako v případě tahové normálové síly, když může vzniknout tlačená oblast. Rozdíl je jenom v uplatňování znamének vstupních veličin.

Zde je na místě obdobná poznámka jako v případě počátečních přetvoření v průřezu bez trhlin. Pokud za mimostředního tahu nastane případ, že působiště tahu C se bude nacházet v pásmu mezi těžištěm výtzuže G_s a těžištěm betonového průřezu G_b , tj. bude $0 < e < a_{gs} - a_{gb}$, doporučuje se průřez vyztužit tak, aby obě těžiště byla totožná (což vyplývá ze vztahu (18)).

Vliv taženého betonu mezi trhlínami na křivost a na poměrné osově přetvoření

Obdobně jako za ohybu (viz [6]), jsou výsledná přetvoření ovlivněna působením *taženého betonu mezi trhlínami* (*tension stiffening*, viz [6]). Tento vliv se podle normy [1], včetně její změny [2] vyjadřuje součinitelem ρ_r , jehož hodnota se v případě namáhání normálovou silou a ohybovým momentem určí pomocí vztahu

$$\rho_r = \frac{1}{4} \left(\frac{5\gamma_{bg} R_{bnt}}{\sigma_{bt}} - 1 \right), \quad (22)$$

kde σ_{bt} se vypočte ze vztahu (3). Hodnota součinitele ρ_r je omezena na interval $(0, 1)$, kde $\rho = 0$ znamená, že vliv taženého betonu mezi trhlínami na přetvoření je nulový, kdežto $\rho = 1$ odpovídá plně působícímu průřezu (bez trhlin). Výsledná přetvoření pak jsou

$$\left(\frac{1}{r}\right)_r = \left(\frac{1}{r}\right)_a \rho_r + \left(\frac{1}{r}\right)_b (1 - \rho_r) \quad (23)$$

$$\varepsilon_{ax} = \varepsilon_{ax,a} \rho_r + \varepsilon_{ax,b} (1 - \rho_r). \quad (24)$$

Kromě těchto přetvoření mohou u prutových prvků ještě přicházet v úvahu zkosení následkem působení posouvajících sil. Způsob jejich výpočtu se oproti původní normě nemění, proto je zde neuvádíme.

Algoritmus výpočtu počáteční křivosti a počátečního poměrného osově přetvoření

V komentáři k normě [7] (alg. 7.4 na s. 109), jakož i v knize [3] (alg. 3.11 na s. 212) jsou uvedeny algoritmy výpočtu počátečních přetvoření, příp. tuhostí při působení normálové síly a ohybového momentu založené na předpokladech původního určení počáteční křivosti a poměrného osově přetvoření

ní. normy [1]. Tyto algoritmy jsou Změnou 2 [2] v některých částech dotčeny. Aby nebylo třeba tyto změněné části zvlášť vyhledávat, uvedeme na tomto místě úplný algoritmus určení počáteční křivosti a poměrného osového přetvoření.

Začátek algoritmu

Vstup:

- geometrické rozměry betonového průřezu (např. v souřadnicích vrcholů obrysového mnohoúhelníku, viz [3]),
- geometrické údaje o výztuži,
- normová výpočtová namáhání betonu: R_{bn} , R_{bin} ,
- moduly pružnosti betonu a výztuže: E_b , E_s ,
- statický účinek zatížení: M , N .

Výpočet:

- charakteristiky betonového a ideálního plně působícího průřezu: ω , a_{gb} , A_i , a_{gi} , I_p , k_{ci} , k_{ti} ,
- charakteristiky průřezu výztuže: $A_{s,tor}$, $S_{s,tor}$, $I_{s,tor}$,
- výstřednost e ,
- přetvoření v průřezu bez trhlin: $(1/r)_a$, $\varepsilon_{ax,a}$ ze vztahů (7),
- přetvoření v průřezu s trhlinou:
- hlášení = 0,

případy podle velikosti normálové síly:
 jestliže $N > 0$, jde o případ 1,
 jestliže $N = 0$, jde o případ 2,
 jestliže $N < 0$, jde o případ 3

případ 1:

stanovení výstřednosti $e_{t,bal}$ ze vztahu (10),

jestliže $e \leq e_{t,bal}$ jde o případ 1.1,
 jestliže $e > e_{t,bal}$ jde o případ 1.2

případ 1.1:

jestliže $I_{gs} = 0$, jde o případ 1.1.1,

jestliže $I_{gs} > 0$, jde o případ 1.1.2

případ 1.1.1: hlášení = 1,

případ 1.1.2: výpočet $(1/r)_b$ ze vztahu (18) a $\varepsilon_{ax,b}$ ze vztahu (19)

případ 1.2:

výpočet $(1/r)_b$ ze vztahu (20) a $\varepsilon_{ax,b}$ ze vztahu (21)

případ 2: výpočet $(1/r)_b$ uveden v [6], $\varepsilon_{ax,b}$ ze vztahu (21),

případ 3: výpočet $(1/r)_b$ ze vztahu (20) a $\varepsilon_{ax,b}$ ze vztahu (21)

- Jestliže hlášení = 0, pak:
 výpočet ρ_r ze vztahu (22) s omezením na interval (0, 1),
 výpočet $(1/r)_r$, ε_{ax} ze vztahů (23) a (24).

Výstup:

- Jestliže hlášení = 0, pak výstup: $(1/r)_r$, ε_{ax} .
- Jestliže hlášení = 1, pak výstup:
 „Průřez s trhlinou má neomezenou poddajnost (nulovou ohybovou tuhost)“.

Konec algoritmu

Poznámka 1: Příklad 2 v tomto algoritmu můžeme nahradit případem 3, spokojíme-li se s menší přesností (z praktického hlediska přitom plně postačující) a místo vstupní hodnoty $N = 0$ zavedeme například $N = M/e$, kam dosadíme $e = -10^4$ m. Záporné znaménko volíme proto, aby výpočet neprocházel případem 1.

Poznámka 2: Do algoritmu nebyly začleněny některé „samozřejmé“ kroky, jako je například testování nulového stavu namáhání, nebo kontrola dostatečného vyztužení, či úpravy způsobu vyztužení uvedené na konci odstavců o počátečních přetvořeních. Algoritmus neobsahuje ani posouzení podle mezního stavu trhlin.

Přetvoření od dlouhodobě působícího nebo opakovaného zatížení

Jestliže je průřez namáhán statickým účinkem zatížení, jenž se skládá z dlouhodobě působící části (N_{lt} , M_{lt}), z opakovaně působící části (N_c , M_c) a krátkodobě působící části (N_{st} , M_{st}), přičemž výsledný účinek je:

$(N = N_{lt} + N_c + N_{st}, M = M_{lt} + M_c + M_{st})$,
 pak se počáteční přetvoření zvětší o násobky b_{rt} , b_{rc} podle bodu 7.3.3.6 a 7.3.3.7 normy [1] a o přetvoření od smršťování. Hodnota přetvoření od krátkodobě působícího zatížení se přitom s časem nemění. Označíme-li přetvoření (křivost, poměrné osově přetvoření) obecně δ , přetvoření na počátku působení dlouhodobého a opakovaného zatížení $\delta_{lt,in}$, $\delta_{c,in}$, přetvoření od krátkodobě působícího zatížení δ_{st} , a od smršťování δ_{sh} , bude celkové přetvoření po uplynutí přepokládané doby působení dlouhodobé části zatížení a realizování přepokládaného počtu cyklů opakovaného zatížení

$$\delta = \delta_{sh} + (1 + \beta_{rt}) \delta_{lt,in} + (1 + \beta_{rc}) \delta_{c,in} + \delta_{st} \quad (25)$$

Výpočet přetvoření vyvozeného smršťováním betonu δ_{sh} a výpočet součinitelů β_{rt} , β_{rc} vyjadřujících vliv dotvarování betonu a dotvarování v souladu se zavedením Změny 2 [2] nemění.

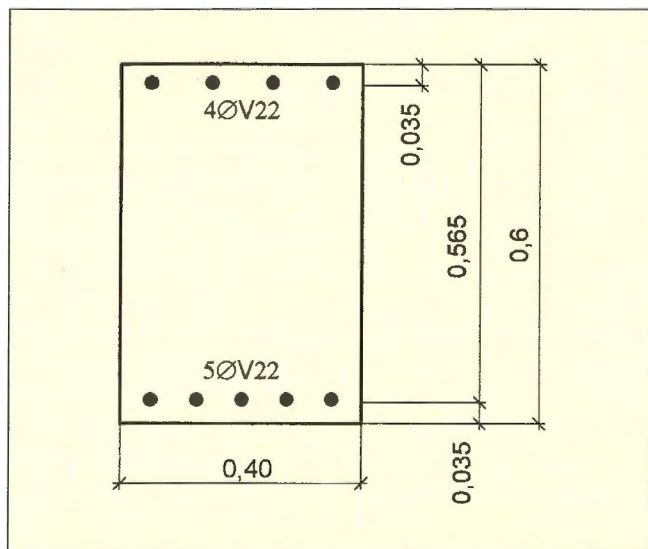
Číselný příklad

Uvedeme zde jenom jednoduchý příklad obdélníkového průřezu, a to výpočet pouze počátečních přetvoření, protože způsob určení reologických přetvoření se, jak jsme se již zmínili, nemění. Neuvádíme ani způsob kombinace zatížení, protože postup je obdobný jako u ohybaných prvků (viz [6]). Podrobněji je způsob kombinace zatížení při namáhání normálovou silou a ohybovým momentem podrobněji popsán také v [4].

Průřez, jehož rozměry a vyztužení jsou vidět na obr. 3, náleží prvku, jenž je vyroben z betonu třídy B 30 ($R_{bn} = 1,8$ MPa, $E_b = 32,5$ GPa), modul pružnosti výztuže $E_s = 210$ GPa. Křivost i osová přetvoření vypočteme pro tyto dvojice (N , M), definující stavy namáhání:

$(N, M) = (0,3; 0,06)$, $(0,1; 0,15)$, $(0; 0,2)$, $(-0,5; 0,1)$, $(-2; 0,5)$; (MN, MN.m).

Pro všechna uvedená namáhání jsou společné tyto průřezové charakteristiky: $a_{gb} = 0,3$ m, $A_i = 0,2621$ m², $a_{gi} = 0,3043$ m,



Obr. 2 – Tvar a vyztužení průřezu pro číselný příklad / Shape and reinforcement of a cross-section for a numerical example

$I_i = 0,0087751 \text{ m}^4$, $k_{ci} = 0,1104 \text{ m}$, $k_{ti} = 0,1122 \text{ m}$, $w = 6,462$,
 $A_{sc} = 1,521 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$, $A_{st} = 1,901 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$, $A_{s,tot} = 3,422 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$,
 $S_{s0} = 1,127 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$, $I_{s0} = 0,609 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$, $a_{gs} = 0,3294 \text{ m}$.
 $N = 0,3 \text{ MN}$, $M = 0,06 \text{ MN.m}$ (*mimostředný tah*)
 $e = 0,2 \text{ m}$.

Mez trhlin: $N_{cr} = 0,2564 \text{ MN}$, průřez s trhlinou ($N > N_{cr}$).
Výstřednost při vymizení tlacené oblasti: $e_{i,bal} = 0,24 \text{ m}$. Protože $e < e_{i,bal}$, celý průřez je tažen, tj. jde o případ 1.1.2 podle uvedeného algoritmu.

Křivost a poměrné osově přetvoření v průřezu bez trhlin:

$$\left(\frac{1}{r}\right)_a = 0,2604 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}; \varepsilon_{ax,a} = 0,0434 \cdot 10^{-3}.$$

Křivost a poměrné osově přetvoření v průřezu s trhlinou:

$$\left(\frac{1}{r}\right)_b = 1,0268 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}; \varepsilon_{ax,b} = 0,3873 \cdot 10^{-3}.$$

Koeficient vlivu taženého betonu mezi trhlinaми: $\rho_r = 0,8183$.
Křivost a poměrné osově přetvoření s uvážením vlivu taženého betonu mezi trhlinaми:

$$\frac{1}{r} = 0,3997 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}; \varepsilon_{ax} = 0,1059 \cdot 10^{-3}.$$

$N = 0,1 \text{ MN}$, $M = 0,15 \text{ MN.m}$ (*mimostředný tah*)

$\gamma_{bg} = 1,7031$; $e = 1,5 \text{ m}$.

Mez trhlin: $N_{cr} = 0,056 \text{ MN}$, průřez s trhlinou ($N > N_{cr}$).

Výstřednost při vymizení tlacené oblasti: $e_{i,bal} = 0,24 \text{ m}$. Průřez má tlacenou oblast ($e > e_{i,bal}$), tj. jde o případ 1.2 podle uvedeného algoritmu. Její výška je $x_{ir} = 0,1218 \text{ m}$.

Křivost a poměrné osově přetvoření v průřezu bez trhlin:

$$\left(\frac{1}{r}\right)_a = 0,6582 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}; \varepsilon_{ax,a} = 0,0130 \cdot 10^{-3}.$$

Křivost a poměrné osově přetvoření v průřezu s trhlinou:

$$\left(\frac{1}{r}\right)_b = 1,8933 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}; \varepsilon_{ax,b} = 0,3374 \cdot 10^{-3}.$$

Koeficient vlivu taženého betonu mezi trhlinaми: $\rho_r = 0,4502$.
Křivost a poměrné osově přetvoření s uvážením vlivu taženého betonu mezi trhlinaми:

$$\frac{1}{r} = 1,3373 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}; \varepsilon_{ax} = 0,1914 \cdot 10^{-3}.$$

$N = 0 \text{ MN}$, $M = 0,2 \text{ MN.m}$ (*prostý ohyb*)

$\gamma_{bg} = 1,75$; , tj. případ 2 podle uvedeného algoritmu.

Mez trhlin: $M_{cr} = \text{MN}$, průřez s trhlinou ($M > M_{cr}$). Výška tlacené oblasti $x_{ir} = 0,1434 \text{ m}$.

Křivost a poměrné osově přetvoření v průřezu bez trhlin:

$$\left(\frac{1}{r}\right)_a = 0,8790 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}; \varepsilon_{ax,a} = -0,0022 \cdot 10^{-3}.$$

Křivost a poměrné osově přetvoření v průřezu s trhlinou:

$$\left(\frac{1}{r}\right)_a = 2,2863 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}; \varepsilon_{ax,a} = 0,3580 \cdot 10^{-3}.$$

Koeficient vlivu taženého betonu mezi trhlinaми: $\rho_r = 0,3291$.
Křivost a poměrné osově přetvoření s uvážením vlivu taženého betonu mezi trhlinaми:

$$\frac{1}{r} = 1,8233 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}; \varepsilon_{ax} = 0,2395 \cdot 10^{-3}.$$

Zde si můžeme povšimnout, že poměrné osově přetvoření v průřezu bez trhlin je záporné, tedy zkrácení, ale v průřezu s trhlinou nastane prodloužení v ose prvku.

$N = -0,5 \text{ MN}$, $M = 0,1 \text{ MN.m}$ (*mimostředný tlak*)

$\gamma_{bg} = 2,5$; $e = -0,2 \text{ m}$.

Mez trhlin: $N_{cr} = -1,4663 \text{ MN}$, průřez bez trhlin ($N < N_{cr}$), jde o případ 3 podle algoritmu na s. 7. Koeficient vlivu taženého betonu mezi trhlinaми: $\rho_r = 1$.

Křivost a poměrné osově přetvoření:

$$\frac{1}{r} = 0,4498 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}; \varepsilon_{ax} = -0,0745 \cdot 10^{-3}.$$

$N = -2 \text{ MN}$, $M = 0,5 \text{ MN.m}$ (*mimostředný tlak*)

$\gamma_{bg} = 2,25$; $e = -0,25 \text{ m}$.

Mez trhlin: $N_{cr} = -0,8493 \text{ MN}$, průřez s trhlinou ($|N| > |N_{cr}|$). Jde o případ 3 podle uvedeného algoritmu. Výška tlacené oblasti je $x_{ir} = 0,3402 \text{ m}$.

Křivost a poměrné osově přetvoření v průřezu bez trhlin:

$$\left(\frac{1}{r}\right)_a = 2,2194 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}; \varepsilon_{ax,a} = -0,2990 \cdot 10^{-3}.$$

Křivost a poměrné osově přetvoření v průřezu s trhlinou:

$$\left(\frac{1}{r}\right)_b = 2,6321 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}; \varepsilon_{ax,b} = -0,1057 \cdot 10^{-3}.$$

Koeficient vlivu taženého betonu mezi trhlinaми: $\rho_r = 0,2808$.
Křivost a poměrné osově přetvoření s uvážením vlivu taženého betonu mezi trhlinaми:

$$\frac{1}{r} = 2,5162 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}; \varepsilon_{ax} = -0,1600 \cdot 10^{-3}.$$

Ke všem přetvořením uvedeným v tomto příkladu je třeba přidat reologická přetvoření.

Závěr

V příspěvku jsme se zabývali především důsledky úprav zavedených Změnou 2 ([2]) normy ČSN 73 1201 projevujících se při výpočtu průřezů prvků namáhaných normálovou silou a ohybovým momentem. Úpravy ovlivňují zejména počáteční křivosti a osově přetvoření, zatímco výpočet ostatních veličin (např. smykové poddajnosti, reologických změn a srovnávání s mezními průhyby) se nemění.

Literatura

[1] ČSN 73 1201-86a: Navrhování betonových konstrukcí. *Vydavatelství Úřadu pro normalizaci a měření*, Praha, 1987.

[2] ČSN 73 1201-94 – Změna 2: Navrhování betonových konstrukcí. *Český normalizační institut*, Praha, 1994, 20 s.

[3] Hájek, J.: Pretvorenia betónových konštrukcií. *VEDA*, Bratislava, 1994, 321 s.

[4] Hájek, J. – Nürnbergerová, T.: Posudzovanie pretvorení prútových prvkov pri kombináciách zaťaženií. In: *Betonárske dni 1996, Zborník prednášok*, Bratislava, 1996, s. 297-302.

[5] Hájek, J. – Nürnbergerová, T.: Přetvoření v průřezech prutů při nelineárním výpočtu. *Beton a ždivo 1996/3*, s. 5-11.

[6] Hájek, J. – Nürnbergerová, T.: Průhyby betonových nosných prvků podle ČSN 73 1201 – Změna 2. *Beton a ždivo 1997/2*, s. 8-12.

[7] Procházka, J. - Tichý, M. a kol.: Navrhování betonových konstrukcí. Komentář k ČSN 73 1201. *Vydavatelství Úřadu pro normalizaci a měření*, Praha, 1989, 240 s.

Prof. Ing. Ján Hájek, DrSc., Adámiho 4, 841 05 Bratislava, Slovenská republika

Ing. Terézia Nürnbergerová, CSc., Ústav stavebníctva a architektúry SAV, Dúbravská cesta 9, 844 20 Bratislava, Slovenská republika

Švédská betonářská cena 1997



Profesor George Somerville z Velké Británie získal letošní Švédskou betonářskou cenu za novátorský výzkum v oblasti navrhování betonových konstrukcí z hlediska jejich trvanlivosti a životnosti.

Profesor Somerville je technickým ředitelem British Cement Association a zároveň externím profesorem na Kingston University a Imperial College ve Velké Británii. Aktivně byl zapojen do vypracovávání základních požadavků na stavební konstrukce v Evropě a byl vedoucím mezinárodního projektu mezi Velkou Británií, Španělskem a Švédskem zabývajícím se vývojem postupů pro odhad zbyvajících životnosti betonových konstrukcí. Švédská betonářská cena se uděluje od roku 1985 vždy po dvou letech. Cena je udělována expertům z celého světa v oblasti betonových konstrukcí. Laureáti ceny jsou vybíráni výborem Švédské betonářské společnosti na základě doporučení tříčlenné poroty.

Letošní cena byla udělena profesoru Somervilleovi na jednodenní konferenci pořádané k této příležitosti 16. října v koncertní hale ve Stockholmu. ČBZ se tímto připojuje ke gratulantům.

Výbor ČBZ

Baťova vila ve Zlíně

Zlínská veřejnost věnuje v posledních měsících dosti pozornosti stavebním úpravám budovy známé jako Baťova vila. Jde o objekt, který dal v roce 1911 postavit Tomáš Baťa, zakladatel světové obuvnické firmy, jako obydlí pro svoji rodinu. I když budovu projektoval architekt Jan Kotěra, je to stavba vyznačující se překvapivou skromností. Mnoho českých průmyslníků mělo paláce, zámky a vily, které již po stavební stránce vynikaly přepychem. Baťova rodina byla co do svých osobních potřeb nenáročná. Na objektu a přilehlém pozemku se projevilo zchátrání typické pro budovy podobného druhu. Skutečnost, že objekt sloužil zcela jinému účelu, než pro jaký byl postaven, nedostatek údržby a jakékoliv modernizace, vandalizace zahrady a další neblahé okolnosti měly výrazný vliv na jeho stav. – Dnešní úpravy mají dům přebudovat na sídlo Nadace Tomáše Bati a mají sloužit jednak jako mezinárodní školicí středisko mladých podnikatelů, jednak jako kulturní a reprezentační zařízení pro zlínskou veřejnost.

Pro nás je probíhající stavba zajímavá z několika důvodů. Jde o zděný objekt, na kterém jsou patrné různé stavební zásahy uskutečněné za posledních osm desetiletí. Na objektu a jeho okolí je výrazně patrná péče architekta o dobrou funkci stavby. Jan Kotěra se podle dochovaných výkresů zabýval velice pečlivě nejen ztvárněním budovy, ale také například odvodněním přilehlého svahu. Kotěruv přístup ukazuje na zdroje tradic české architektonické školy. Při odkrývání různých nosných konstrukcí se ukázalo, jak se tehdejší stavitelé a stavebníci snažili o minimalizaci nákladů například využitím materiálů z demolic a zjednodušením některých prvků. V objektu jsou výrazné známky požadavků původního uživatele, mění se se zřetelem k jeho postavení v průmyslu, k rozvoji rodiny a technickému vývoji doby. Porozumět objektu usnadnily i vzpomínky dnešního stavebníka, pana T. J. Bati.

Stavební úpravy Baťovy vily projektovala za účasti rodiny stavebníka versailleská kancelář Urban Concept, jejíž šéf, architekt L.-E. Bouche-Florin, a jeho asistent, architekt Ph. Jégou, mají s Kotěrovým dílem již jisté množství zkušeností z jiných akcí v Česku. Na architektonickém řešení se podílí také Ing. Arch. Ladislav Pastrnek ze zlínského S-projektu plus, kde se zpracoval i celý prováděcí projekt. Dodavatelem stavebních prací je zlínský Stavosvit pod vedením pana J. Plecy a stavbyvedoucího pana J. Ždanova.

Přestože jde o budovu celkem nenápadnou a dílo není nijak složité, je práce na něm zdrojem poučení a poznání pro všechny zúčastněné.

Milík Tichý