

# Průhyby betonových nosníkových prvků podle ČSN 73 1201 – Změna 2

*Deflections of Beams and One-way Slabs according to the Amendment 2 of the Czech Code for the Design of Concrete Structures*

Ján Hájek, Terézia Nürnbergerová

Ustanovení ČSN 73 1201 – Změna 2 týkající se výpočtu průhybů nosníků a nosníkových desek – vliv počátečních plastických přetvoření – trojúhelníkový obrazec napětí v tlačené oblasti průřezu s trhlinou – hraniční ohybové poddajnosti – vliv taženého betonu mezi trhlinami – průhyby od krátkodobé a dlouhodobě působící části zatížení – číselné příklady.

*Specifications introduced into the Amendment 2 of the Czech Code for the Design of Concrete Structures concerning calculation of deflections of beams and one-way slabs – influence of initial plastic strains – triangular stress diagram in compression zone of a cracked cross-section – limiting flexibility characteristics – deflections due to short term and long term load – numerical examples.*

Cílem tohoto příspěvku je uvést některá vysvětlení v postupu výpočtu průhybů vyztužených betonových prvků namáhaných prostým ohybem (nosníků a nosníkových desek) s přihlédnutím k úpravám provedeným v [2]. Je třeba předem upozornit, že podle těchto postupů se počítají také průhyby prvků namáhaných kombinací ohybu a smyku, tj. s vlivem zkosení na průhyb, pokud ve smyslu [1] lze tento vliv zanedbat. Pro případy, kdy je třeba vzít v úvahu také vliv zkosení na průhyb (menší ohybová štíhlost prvku nebo speciální požadavky na mezní průhyb na přání odběratele), se způsob uvážení tohoto vlivu proti dosavadnímu způsobu nemění, tj. použijí se postupy uvedené např. v [3] nebo [4].

Korekce, které do způsobu výpočtu průhybů oproti původní normě [1] zavádí Změna 2 [2], se zakládají především na následujících dvou úpravách:

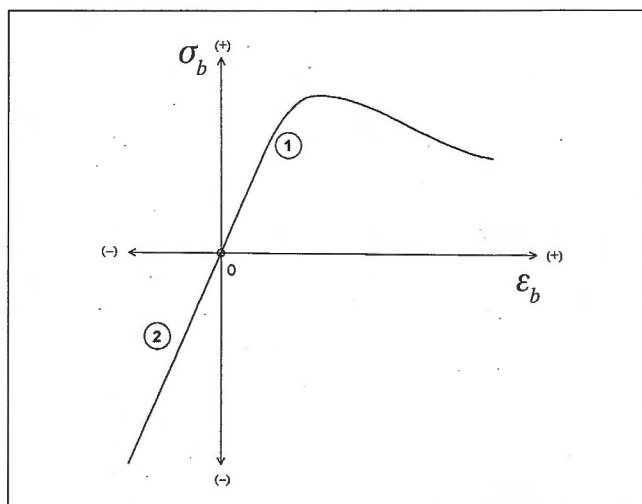
- ♦ při výpočtu přetvoření podle dílu 7 normy se k vlivu počátečních plastických přetvoření betonu na výslednou křivost v průřezu přihlíží součinitelem  $\gamma_{beb} = 0,8$  (místo dosavadní hodnoty 0,85), kterým se násobí modul pružnosti betonu (podle nově vloženého čl. 2.3.13); tento součinitel se zavádí do výpočtu tuhosti nebo poddajnosti pro plně působící průřez;
- ♦ při výpočtu napětí betonu v tlačené oblasti průřezu s trhlinou se předpokládá platnost Hookeova zákona, tj. přímá úměra mezi napětím a přetvořením; obrazec napětí betonu v tlačené oblasti je tedy trojúhelníkový (místo dosavadního obdélníkového).

Nejprve uvedeme odůvodnění těchto dvou změn, pak obecný postup výpočtu křivostí a průhybů a pro ilustraci dva jednoduché číselné příklady.

## Vliv počátečních plastických přetvoření

Při posuzování betonových konstrukcí podle mezního stavu přetvoření se s mezními průhyby srovnávají průhyby vypočtené pro hladinu provozních zatížení. Zatím co napětí betonu v tlačené oblasti dosahují nejvýše 0,3 až 0,4-násobku hranolové pevnosti, napětí betonu v tahu se do meze trhlin pohybují v celém rozsahu pracovního diagramu betonu v tahu a po pře-

kročení meze trhlin je v průřezu s trhlinou beton v tahu vyloučen z působení. Mez trhlin se však pro zjednodušení určuje za předpokladu pružného působení celého ideálního průřezu. Poměrná přetvoření vláken v blízkosti taženého okraje překračují přitom zpravidla mez pružného působení, v důsledku čeho se jejich velikost vypočtená za uvedeného předpokladu od reálné hodnoty liší o plastická přetvoření.

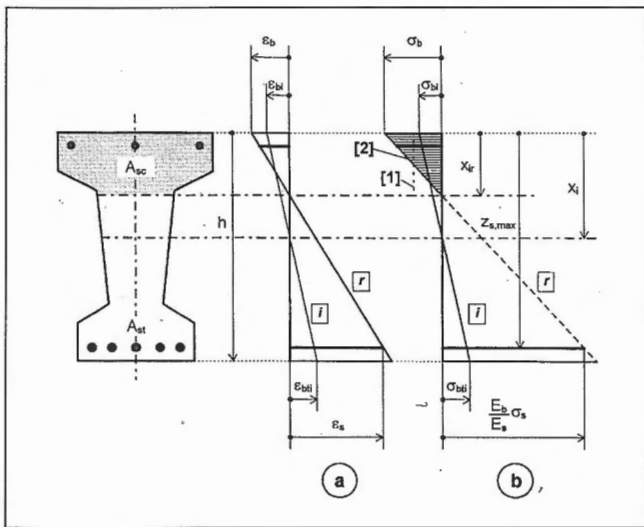


Obr. 1 – Pracovní diagram betonu v tahu (1) zjištěný zkouškou v tuhém režimu; část pracovního diagramu betonu v tlaku (2) v rozsahu odpovídajícím plnému působení celého průřezu / Stress-strain diagram of concrete in tension (1) obtained by strain rate controlled test; a part of the stress-strain diagram of concrete in compression (2) in the range corresponding to full performance of the whole cross section

Na obr. 1 křivka 1 znázorňuje vztah mezi napětím a přetvořením v tažené oblasti, zatím co křivka 2 představuje část pracovního diagramu v tlaku odpovídající rozsahu napětí tlačeného okraje průřezu. Pracovní diagram v tahu je vykreslen ve tvaru odpovídajícím výsledku zkoušky v tuhém režimu (tj. při zatěžování konstantní rychlostí přetvoření; více o tom viz [3]), při kterém se získá také sestupná větev. Napětí zejména v této oblasti jsou příčinou počátečních plastických přetvoření. V původní normě [1] se k jejich vlivu přihlíželo tím, že se výsledná hodnota tuhosti vypočtená podle teorie pružnosti násobila zmenšujícím součinitelem  $\gamma_{beb} = 0,85$ . Při srovnávání takto vypočtených průhybů s výsledky zkoušek (například při zkoušení stavebních dílců) se ukázalo, že je vhodné tuto hodnotu korigovat na  $\gamma_{beb} = 0,8$ , aby se dosáhlo lepší shody teorie s výsledky zkoušek. Je třeba přitom poznamenat, že korekce se prováděla také s ohledem na přetvoření vyvolané dlouhodobě působící částí zatížení. Metoda výpočtu průhybu od tohoto zatížení je totiž založená na koncepci součinitele pro dlouhodobé zatížení, zohledňujícího zejména vliv doby působení zatížení a vliv prostředí.

## Trojúhelníkový obrazec napětí v tlacené oblasti průřezu s trhlinou

Základní předpoklady pro výpočet křivosti v průřezu znázorňuje obr. 2, ve kterém v části a je zobrazen průběh poměrných přetvoření podélných vláken a v části b průběh napětí po výšce, přičemž čáry i odpovídají ideálnímu plně působícímu průřezu, zatímco čáry r průřezu s trhlinou (tj. s vyloučeným působením napětí betonu v tahu). Proti dosavadnímu postupu podle [1] je rozdíl v předpokladu rozdělení napětí betonu v tlacené oblasti, tj. místo obdélníkového rozdělení 1 se zavádí trojúhelníkové rozdělení 2, což je v podstatě návrat k původní klasické teorii. Obdélníkové rozdělení, jak je známo (viz [3]), se kdysi zavedlo kvůli zjednodušení výpočtu výšky tlacené oblasti, i když se někdy odůvodňovalo plastickými přetvořeními tlaceného betonu. Pracovní diagram betonu v tlaku je však při napětích vyvozených provozním zatížením mnohem blíže lineárnímu, a proto byl trojúhelníkový obrazec napětí přijat také v evropských i amerických předpisech. Změnou 2 se naše norma těmto předpisům přizpůsobuje.



Obr. 2 – Předpoklady výpočtu křivosti průřezu namáhaného ohybovým momentem: a – přetvoření (i – ideálního plně působícího průřezu, r – průřezu s trhlinou); b – napětí (i – ideálního plně působícího průřezu, r – průřezu s trhlinou); [1] – napětí v tlacené oblasti průřezu podle původní normy; [2] – napětí v tlacené oblasti průřezu podle Změny 2) / Assumptions for calculation of curvature in a cross section subjected to bending moment: a – deformation (i – transformed fully acting cross section, r – cracked section); b – stresses (i – transformed fully acting cross section, r – cracked section); [1] – stresses in compressed zone according to first edition of the Code, [2] – stresses in compressed zone according to Amendment 2)

Pokud poměrné přetvoření betonu v tahu na taženém okraji (obr. 2a) označené jako  $\varepsilon_{bt}$  (přetvoření a napětí označená šipkou směřující vpravo jsou tahová, šipkou směřující vlevo tlaková) nepřekročí mezní přetvoření betonu v tahu  $\varepsilon_{btm}$ , průřez působí plně a vznik trhlin se neočekává.

Moment na mezi trhlin  $M_r$  se určí ze vztahu

$$M_r = 1,75 R_{btm} \frac{I_i}{h - x_i}, \quad (1)$$

kde  $R_{btm}$  je normová pevnost v tahu,  $I_i$  moment setrvačnosti ideálního plně působícího průřezu,  $h$  celková výška průřezu a  $x_i$  výška tlacené oblasti ideálního průřezu, která se určí jako vzdálenost těžiště ideálního průřezu od tlaceného okraje. Sou-

činitel  $\gamma_{bg} = 1,75$  je tzv. součinitel gradientu přetvoření pro ohyb, protože napětí  $\sigma_{bt}$  na taženém okraji (obr. 2b) je omezeno hodnotou  $\sigma_{bt} \leq \gamma_{bg} R_{btm}$ . V celém intervalu ohybového momentu od nuly do momentu  $M_r$  se předpokládá konstantní tuhost  $B_a$

$$B_a = \gamma_{beb} E_b I_i, \quad (2)$$

kde podle [2], jak jsme uvedli, je  $\gamma_{beb} = 0,8$ ,  $E_b$  je modul pružnosti betonu. Jako poddajnost plně působícího průřezu  $c_a$  označíme převrácenou hodnotu tuhosti  $B_a$ , tj.

$$c_a = \frac{1}{B_a} = \frac{1}{0,8 E_b I_i}. \quad (3)$$

Tuhost  $B_a$  (poddajnost  $c_a$ ) je současně největší tuhostí (nejmenší poddajností) v daném průřezu.

Úloha určení výšky tlacené oblasti v průřezu s trhlinou vede v případě ohybu obecně k řešení rovnice

$$(A_{bc} + \omega A_{s,tot}) x_{ir} - S_{bc} - \omega S_{s0} = 0, \quad (4)$$

kde je  $x_{ir}$  výška tlacené oblasti v průřezu s trhlinou,  $A_{bc}$  plocha tlacené oblasti (zvýrazněná plocha v obr. 2),  $\omega = E_s/E_b$  poměr modulů pružnosti ocele a betonu,  $A_{s,tot}$  plocha veškeré výztuže v průřezu,  $S_{bc}$  statický moment plochy tlacené oblasti ke tlacenému okraji a  $S_{s0}$  statický moment průřezové plochy veškeré výztuže v průřezu k tlacenému okraji.

Rovnice (1) je odvozena z podmínky rovnováhy vnitřních sil, a proto existuje jenom jedno platné řešení  $x_{ir}$ , i kdyby bylo podle stupně rovnice (4) z matematického hlediska řešení víc.

U obdélníkového průřezu o rozměrech  $b$  (šířka),  $h$  (výška) se platné řešení vypočte ze vztahu

$$x_{ir} = -\frac{\omega A_{s,tot}}{b} \left( 1 - \sqrt{1 + \frac{2 b S_{s0}}{\omega A_{s,tot}^2}} \right). \quad (5)$$

Označíme-li moment setrvačnosti plochy výztuže k tlacenému okraji  $I_{s0}$ , pak moment setrvačnosti průřezu s trhlinou  $I_{ir}$  k ose procházející ve vzdálenosti  $x_{ir}$  od tlaceného okraje bude

$$I_{ir} = -\frac{2}{3} b x_{ir}^3 + \omega (I_{s0} - A_{s,tot} x_{ir}^2). \quad (6)$$

Bude-li v obdélníkovém průřezu jenom jedna vrstva výztuže ve vzdálenosti  $h_e$  od tlaceného okraje, pak

$$I_{ir} = \frac{1}{2} b x_{ir}^2 \left( h_e - \frac{x_{ir}}{3} \right). \quad (7)$$

Tuhost průřezu s trhlinou označíme  $B_b$ , příp. poddajnost  $c_b$ . Při výpočtu této tuhosti podle vztahu

$$B_b = E_b I_{ir}, \quad (8)$$

nebo poddajnosti podle vztahu

$$c_b = \frac{1}{B_b} = \frac{1}{E_b I_{ir}} \quad (9)$$

se modul pružnosti již nenásobí součinitelem  $\gamma_{beb}$ , protože tento modul se vztahuje jenom na tlacený beton a plastická přetvoření jsou při napětích od provozního zatížení zanedbatelná.

Tuhost  $B_b$  je nejmenší tuhostí a poddajnost  $c_b$  největší poddajností průřezu. Proto tuhosti  $B_a, B_b$ , příp. poddajnosti  $c_a, c_b$  nazýváme hraničními tuhostmi, příp. hraničními poddajnostmi daného průřezu. Podle [1] se určují nezávisle na velikosti zatížení a bez uvažování reologických vlivů (jakožto počáteční hodnoty).

## Vliv taženého betonu mezi trhlinami na tuhost (poddajnost)

Jestliže je průřez namáhán ohybovým momentem nad mezi trhlín, tj.  $M > M_r$ , hodnota jeho poddajnosti (označme ji  $c_r$ ) leží v intervalu hraničních poddajností ( $c_a, c_b$ ). Stejně jako podle dosavadního způsobu podle normy [1] se tato mezilehlá hodnota určí pomocí koeficientu  $\rho_r$ , který závisí na poměru momentu na mezi trhlín k danému momentu, tj. na poměru  $M_r/M$ . Koeficient  $\rho_r$  se tedy vypočte ze vztahu

$$\rho_r = \frac{1}{4} \left( 5 \frac{M_r}{M} - 1 \right) \quad (10)$$

s omezením  $0 \leq \rho_r \leq 1$ . Podrobnější odůvodnění vztahu (10) je uvedeno v [3].

Mezilehlá poddajnost se pak určí pomocí vztahu

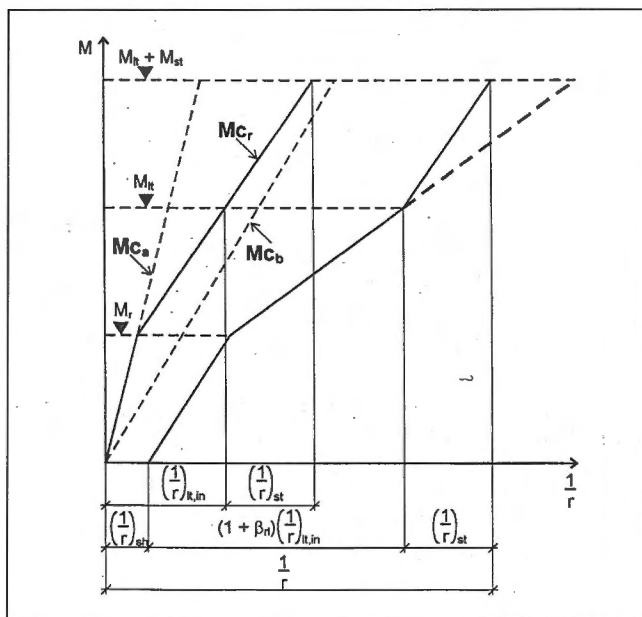
$$c_r = \rho_r c_a + (1 - \rho_r) c_b. \quad (11)$$

Z toho plyne, že zatímco hraniční poddajnosti  $c_a$  a  $c_b$  jsou konstantní hodnoty, poddajnost  $c_r$  vyjadřující vliv taženého betonu závisí na  $\rho_r$ , tj. podle vztahu (10) na poměru  $M_r/M$ , a to až do hodnoty momentu  $M = 5M_r$ .

Poznamenejme, že pro vliv taženého betonu mezi trhlinami na tuhost nebo poddajnost průřezu existuje stručný anglický termín *tension stiffening*, který se do češtiny někdy nesprávně překládá jako *tahové zpevnění* (tahové zpevnění je totiž úplně jiný jev). Doporučujeme pro stručnost pro poddajnost  $c_r$  používat název *poddajnost s vlivem taženého betonu*, pokud se nenajde stručnější vyjádření.

Křivost  $(1/r)$  se obecně vypočte jako součin momentu a poddajnosti. Jak je vidět z uvedených vztahů, k výpočtu křivosti není třeba počítat součinitele  $\psi_b, \psi_s$ , a tedy ani součinitele  $\psi_{br}, \psi_{sr}$  podle vztahů (233) nebo (237) uvedených ve změně [2], bod 7.3.2.6. Součinitelé  $\psi_b, \psi_s$  umožňují určit střední hodnotu přetvoření na tlačném okraji průřezu nebo ve výztuži umístěné nejbližší k tlačnému okraji. Při výpočtu průhybů podle [2] není třeba tyto součinitele zvlášť počítat.

Na obr. 3 jsou znázorněny závislosti křivosti průřezu na ohybovém momentu. Křivosti jsou zde podle zavedené zvyklosti vynášeny na vodorovnou osu, i když jde o závislou veličinu (v matematice to bývá obráceně, závislá veličina se obvykle vynáší na svislou osu). Křivosti vypočtené na základě hraničních poddajností jsou zobrazeny přímkami  $Mc_a, Mc_b$ , kdežto křivost nad mezi trhlín přímkou  $Mc_r$ . Pokud ohybový moment nepřekročí hodnotu momentu na mezi trhlín ( $M \leq M_r$ ), křivost se rovná  $Mc_a$ . Protože na nosníkovém prvku se zpravidla mění ohybový moment po délce prvku, i když je průřez konstantní, lze v každém průřezu určit křivost, a z ní pak dvojnásobnou numerickou integrací průhyb od krátkodobě působící části provozního zatížení, jehož statickým účinkem je ohybový moment  $M_s = M_{lt} + M_{st}$ , kde  $M_{lt}$  ( $M_{st}$ ) je moment od dlouhodobě (krátkodobě) působící části zatížení. Ve smyslu normy [1] se v případě, kdy poměr maximálního momentu setrvačnosti betonového průřezu k minimálnímu je nejvýše rovný 1,5 dovoluje poddajnost stanovit jenom v místech největšího kladného, příp. záporného ohybového momentu a tuto poddajnost považovat za konstantní v úseku momentu stejného znaménka. U prostého nosníku to tedy bude poddajnost v místě největšího kladného momentu, u konzoly zpravidla ve vetknutí. Vyjádření normy „dovoluje“ není tak úplně na místě, protože takto stanovené průhyby vycházejí větší, a tudíž se „dovoluje“ zavést větší spolehlivost, což vlastně norma dovoluje všude (pokud zachováváme rozumnou hospodárnost).



Obr. 3 – Závislost křivosti v průřezu  $(1/r)$  na ohybovém momentu:  $Mc_a, Mc_b$  – křivosti odpovídající hraničním poddajnostem při krátkodobém zatížení;  $Mc_r$  – křivost s uvažováním vlivu taženého betonu mezi trhlinami na poddajnost;  $M_r$  – moment na mezi trhlín;  $M_s$  ( $M_{st}$ ) – moment od dlouhodobě (krátkodobě) působící části provozního zatížení;  $(1/r)_{lt,in}$  – křivost na počátku působení dlouhodobé části zatížení;  $(1/r)_{st}$  – křivost od krátkodobě působící části zatížení;  $(1/r)_{sh}$  – křivost od smršťování;  $(1 + \beta_n)(1/r)_{lt,in}$  – křivost od dlouhodobě působící části zatížení / Curvature versus bending moment relationship in a cross section:  $Mc_b$  – curvatures corresponding to limiting flexibilities at short loading;  $Mc_r$  – curvature taking into account tension stiffening;  $M_r$  – cracking moment;  $M_s$  ( $M_{st}$ ) – bending moment due to long term (short term) part of service load;  $(1/r)_{lt,in}$  – curvature in the time of starting long term part of loading;  $(1/r)_{st}$  – curvature due to short term part of load;  $(1/r)_{sh}$  – curvature due to shrinkage;  $(1 + \beta_n)(1/r)_{lt,in}$  – curvature due to long term load

## Přetvoření od dlouhodobě působícího zatížení

Jak je znázorněno na obr. 3, má křivost vyvozená momentem  $M_{lt}$  na začátku jeho dlouhodobého působení (tj. v okamžiku  $t_1$  aplikace dlouhodobého zatížení) počáteční hodnotu  $(1/r)_{lt,in}$ . Má-li beton na konci dlouhodobého působení stáří  $t_2$ , zvětší se tato hodnota na  $(1 + \beta_{rl})$ -násobek, jak je z obr. 3 vidět. Kromě toho se v důsledku smršťování betonu zvětší křivost o hodnotu  $(1/r)_{sh}$ , takže celková křivost je pak

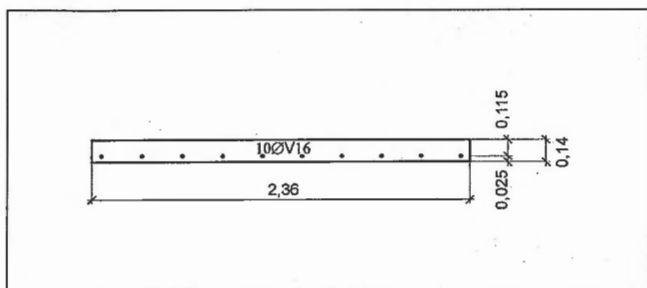
$$\frac{1}{r} = \left( \frac{1}{r} \right)_{sh} + (1 + \beta_{rl}) \left( \frac{1}{r} \right)_{lt,in} + \left( \frac{1}{r} \right)_{st} \quad (12)$$

Hodnota křivosti od krátkodobě působícího zatížení  $(1/r)_{st}$  tedy zůstává stejná jako na začátku působení dlouhodobého zatížení. Výpočet křivosti vyvozené smršťováním betonu  $(1/r)_{sh}$  a výpočet součinitele  $\beta_{rl}$  vyjadřujícího vliv dotvarování betonu a dotvarování v soudržnosti se změnou [2] nemění.

## Příklady

### Příklad 1

Pro průřez, jehož rozměry a vyztužení jsou uvedeny na obr. 4, je třeba určit hraniční ohybové poddajnosti, jakož i počáteční ohybovou poddajnost pro ohybový moment od provozního zatížení  $M_s = 0,0401$  MN.m za předpokladu, že prvek je zhotoven z betonu třídy B 20 ( $R_{bn} = 1,4$  MPa,  $E_b = 27$  GPa) a výztuž má modul pružnosti  $E_s = 210$  GPa.



Obr. 4 – Příklad 1 – průřez a vyztužení desky (rozměry v m) / Example 1 – Cross section and reinforcement of slab (dimensions in m)

Výška tlačené oblasti a moment setrvačnosti *ideálního plně působícího průřezu* pro průřezovou plochu výztuže  $A_{st} = 0,002011 \text{ m}^2$  (10ØV16) budou:  $x_i = 0,07203 \text{ m}$ ,  $I_i = 0,00057 \text{ m}^4$ . Moment na mezi trhlin vypočtený podle vztahu (1) je pak  $M_r = 0,0205 \text{ MN.m}$ .

Podle vztahů (5) a (6) vypočteme výšku tlačené oblasti a moment setrvačnosti *ideálního průřezu s trhlinou*:  $x_{ir} = 0,03297 \text{ m}$ ,  $I_{ir} = 0,0001334 \text{ m}^4$ .

Ze vztahů (3) a (5) dostaneme pak *hraniční ohybové poddajnosti*:

$$c_a = 0,0812 \text{ MN}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}; c_b = 0,2776 \text{ MN}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$$

a pomocí vztahů (10) a (11) vypočteme pro moment  $M_s = 0,0401 \text{ MN.m}$  počáteční ohybovou poddajnost

$$c_r = 0,2009 \text{ MN}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}.$$

## Příklad 2

Prostý nosník o rozpětí  $l = 7,2 \text{ m}$  má uprostřed rozpětí průřez o rozměrech a vyztužení podle obr. 5. Je vyroben z betonu třídy B 30 ( $R_{bt} = 1,8 \text{ MPa}$ ,  $E_b = 32,5 \text{ GPa}$ ), modul pružnosti výztuže  $E_s = 210 \text{ GPa}$ . Předpokládá se zatížení vlastní tíhou  $g_0 = 0,006 \text{ MN.m}^{-1}$ , ostatním stálým zatížením  $g_1 = 0,0076 \text{ MN.m}^{-1}$ , dlouhodobě působícím nahodilým zatížením  $q_{ir} = 0,0029 \text{ MN.m}^{-1}$  a krátkodobě působícím nahodilým zatížením  $q_{st} = 0,0029 \text{ MN.m}^{-1}$ . Dále se předpokládá, že konečná hodnota volného smrštění betonu je  $\epsilon_{bsf} = -0,33 \cdot 10^{-3}$ , součinitel dotvarování betonu  $\varphi_{bf} = 3,8$ , vlastní tíha nosníku začne působit po 28 dnech a ostatní stálé zatížení, jakož i dlouhodobé nahodilé zatížení po 90 dnech od vybetonování.

Výška tlačené oblasti a moment setrvačnosti *ideálního plně působícího průřezu* pro průřezové plochy výztuže  $A_{sc} = 0,0007603 \text{ m}^2$  (2ØV22) a  $A_{st} = 0,001824 \text{ m}^2$  (4ØV22+2ØV14) budou:  $x_i = 0,3071 \text{ m}$ ,  $I_i = 0,008362 \text{ m}^4$ . Moment na mezi trhlin vypočtený podle vztahu (1) je pak  $M_r = 0,08993 \text{ MN.m}$ .

Podle vztahů (5) a (6) vypočtená výška tlačené oblasti a moment setrvačnosti *ideálního průřezu s trhlinou* je:  $x_{ir} = 0,1479 \text{ m}$ ,  $I_{ir} = 0,002549 \text{ m}^4$ .

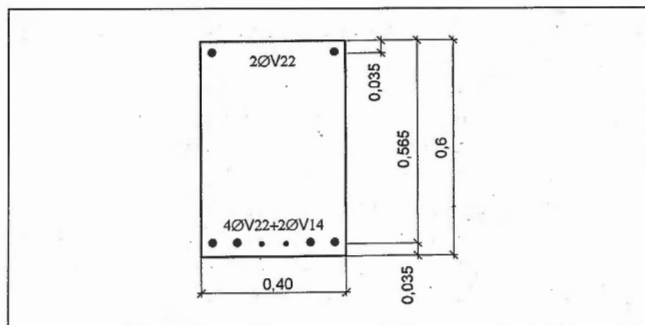
Ze vztahů (3) a (5) dostaneme pak *hraniční ohybové poddajnosti*:

$$c_a = 0,0046 \text{ MN}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}; c_b = 0,1207 \text{ MN}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}.$$

Ohybový moment od veškerého provozního zatížení uprostřed rozpětí je  $M_s = 0,1254 \text{ MN.m}$ . Tomu podle vztahu (10) odpovídá hodnota  $\rho_r = 0,6465$ . Podle vztahu (11) je pak ohybová poddajnost  $c_r = 0,007241 \text{ MN}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$ .

*Křivost od smršťování* vypočteme podle zjednodušeného postupu uvedeného v bodě 7.3.3.4 normy [1]. Protože moment od provozního zatížení překračuje moment na mezi trhlin ( $M_s > M_r$ ), použijeme vztahy (254) a (255) normy [1]. Pro časový interval od  $t_1 = 7$  dní do  $t_2 \rightarrow \infty$  bude hodnota volného smrštění  $\epsilon_{bs} = 0,2742 \cdot 10^{-3}$ . Pro stupně vyztužení  $\mu_{sc} = 3,168 \cdot 10^{-3}$  a  $\mu_{st} = 7,618 \cdot 10^{-3}$ , jakož i  $h_e = 0,565 \text{ m}$  pak dostaneme

$$\left(\frac{1}{r}\right)_{st} = 0,4750 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}.$$



Obr. 5 – Příklad 2 – průřez a vyztužení trámu (rozměry v m) / Example 2 – Cross section and reinforcement of beam (dimensions in m)

Ve smyslu normy [1] pak stanovíme počáteční křivosti vyvozené jednotlivými zatíženími vynásobením hodnot  $t_i$  jednotlivých momentů příslušnou hodnotou poddajnosti  $c_r$ . Průhyby uprostřed rozpětí dostaneme za předpokladu, že poddajnost je konstantní v rozsahu celého rozpětí. Přitom průhyb  $f_c$  od rovnoměrného zatížení způsobujícího uprostřed rozpětí křivost  $(1/r)_c$  bude

$$j_c = \frac{5}{48} \left(\frac{1}{r}\right)_c l^2,$$

kde index  $c$  nahrazuje v daném případě indexy  $g_0$ ;  $g_1$ ;  $lt$ ;  $in$ ;  $st$ . Průhyb od smršťování bude

$$f_{sh} = \frac{1}{8} \left(\frac{1}{r}\right)_{sh} l^2.$$

Výsledkem výpočtu jsou tyto hodnoty:

*počáteční průhyby vyvozené*

vlastní tíhou

$$f_{g_0} = 1,52 \text{ mm}$$

ostatním stálým zatížením

$$f_{g_1} = 1,93 \text{ mm}$$

dlouhodobou částí nahodilého zatížení

$$f_{lt,in} = 0,73 \text{ mm}$$

krátkodobě působícím zatížením

$$f_{st} = 0,73 \text{ mm}$$

*reologické průhyby vyvozené*

vlastní tíhou

$$\Delta f_{g_0} = 1,17 \text{ mm}$$

dlouhodobě působící částí nahodilého

$$\Delta f_{lt} = 2,89 \text{ mm}$$

zatížení

$$f_{sh} = 3,08 \text{ mm}.$$

smršťováním

Z těchto hodnot lze pak sestavit průhyby, které se porovnávají s hodnotami mezních průhybů uvedených v normě [1], příl. 7, tab. 47. Například s přihlédnutím k požadavku *zachování předpokládaného tvaru prvku* nesmí celkový průhyb, tj. součet

$$f_{tot} = f_{g_0} + f_{g_1} + f_{lt,in} + f_{st} + \Delta f_{lt} + f_{sh} = 10,88 \text{ mm}$$

překročit mezní průhyb  $l/100$ . Požadavku *spolehlivosti uložení prvku* musí vyhovět průhyb  $f_{tot} - f_{g_0} = 9,36 \text{ mm} \leq l/150$ , zatímco požadavku *zamezení nežádoucího kmitání* průhyb  $f_{lt} + f_{st} = 1,44 \text{ mm} \leq l_f/500$  ap.

## Závěr

Změna 2 ([2]) normy ČSN 73 1201 se při výpočtu průhybů ohýbaných železobetonových prvků projeví v korekci součinitele vyjadřujícího vliv počátečních plastických přetvoření plně působícího průřezu (tj. do meze trhlin) a ve změně obrazce napětí tlačené části průřezu po vzniku trhlin. Tyto změny ovlivňují pouze hodnoty hraničních ohybových poddajností, zatímco výpočet ostatních veličin (např. smykové poddajnosti, reologických změn a porovnávání s mezními průhyby) se nemění.

## Literatura

[1] ČSN 73 1201 -86 a: *Navrhování betonových konstrukcí*. Vydavatelství Úřadu pro normalizaci a měření, Praha, 1987.

[2] ČSN 73 1201 -94 - Změna 2: *Navrhování betonových konstrukcí*. Český normalizační institut, Praha, 1994, 20 s.

[3] Hájek J.: *Pretvorenia betónových koňtrukcií*. VEDA, Bratislava, 1994, 321 s.

[4] Procházka J., Tichý M. a kol.: *Navrhování betonových konstrukcí*. Komentář k ČSN 73 1201. Vydavatelství Úřadu pro normalizaci a měření, Praha, 1989, 240 s.

Prof. Ing. Ján Hájek, DrSc., Adámiho 4, 841 05 Bratislava, Slovenská republika,

Ing. Terézia Nürnberggerová, CSc., Ústav stavebníctva a architektúry SAV, Dúbravská cesta 9, 844 20 Bratislava, Slovenská republika

# Objemové změny betonu a jejich účinky na konstrukci

## Volumen Changes of Concrete and their Consequences for the Structure

Zdeněk Šmerda

Objemové změny mohou v betonových konstrukcích vést během celého života stavby ke vzniku vysokých tahových napětí a tedy i trhlin. Za nejvýznamnější lze považovat smršťování plastické a chemické, smršťování od vysychání a teplotní účinky od hydratačního tepla a od teploty vnější. Účinky některých těchto vlivů se dají vyřešit výpočtem, jiné však se musí vzít v úvahu v projekci a při přípravě směsi a při výrobě.

*Because of shrinkage and changes of temperature high stresses and even cracks may occur in concrete during the service life of structure. The most important of these volumen changes are the plastic, chemical and hygral shrinkage together with the temperature caused by hydration and by the external effects. Consequences of some volumen changes can be evaluated by calculations in advance, nevertheless some of them must be taken into consideration in the course of designing, while preparing the concrete mixture and while concreting and curing.*

V betonových průřezích vznikají velmi často trhliny, které v mírnějším případě mohou zasahovat jen blízko pod povrch (obr. 1), v horším mohou procházet velkou částí průřezu a někdy i prostupovat celou tloušťkou prvku (obr. 2). Pak již mohou velmi silně ovlivňovat parametry průřezu a posléze i celkové chování prvků a konstrukce. Ale i tam, kde trhliny zasahují jen povrchové oblasti jde vždy o poruchu, která může snižovat trvanlivost prvku.

Zdrojem trhlin jsou kromě účinků zatížení, příp. vynucených vnějších přetvoření i *objemové změny*, probíhající v betonu konstrukce od jejího vzniku, tj. už v době, kdy stavivo získává své deformační a pevnostní charakteristiky a ovšem i později, kdy je beton již vyzrálý. Nové trhliny se tedy mohou vytvářet a staré rozšiřovat během celého života konstrukce.

Pozornost, se kterou se setkávají v poslední době účinky objemových změn svědčí o tom, že se tato problematika dostává do popředí zájmu jak inženýrů v projekci, tak v technologii betonu a ve stavební výrobě. Je to nejen proto, že objemové změny mohou být zdrojem poruch, které iniciují degradaci prvku, vedou k postupnému snižování trvanlivosti konstrukce a později k náročným opravám, ale hlavně proto, že nyní stavebník stavbu sleduje daleko pozorněji již během její výstavby, není spokojen s případnými poruchami, nárokuje opravy a to nutí stavitele k důkladnějším projekčním a technologickým úvahám o tom, jak poruchám předcházet.

Ve statických řešeních se při hodnocení možných následků *objemových změn* vychází obvykle z toho, že beton je už alespoň

tak zralý, že se dají spolehlivě definovat jeho objemové změny a jeho pevnost a přetvárnost. To však pro ohodnocení možnosti vzniku trhlin v betonu nestačí, ale musí se respektovat i chování betonu v údobí, v němž beton teprve tuhne a tvrdne. V současné době se to bere v úvahu jen u tlustých konstrukcí (základových desek a opěr, masivních mostních trámů ap.), pro něž se musí navrhnout takový technologický postup betonování a ošetřování prvku, aby se omezil co nejvíce vliv hydratačního tepla na tvorbu trhlin. Teplota od hydratace není však jediným zdrojem vzniku trhlin a tak jen opatření, která z těchto řešení vyplývají nemusí zaručovat, že trhliny v betonu nebudou. Proto je namístě posoudit i jiné možné zdroje jejich vzniku. Je však třeba přiznat, že reálný odhad účinků všech objemových vlivů na tvorbu trhlin v betonu je v současné době velmi omezen, a to jak vzhledem ke složitosti samého problému objemových změn, tak k našim nynějším možnostem jejich kvantitativního a často i kvalitativního ocenění.

## Objemové změny a jejich závislost na stáří betonu

Během života konstrukce působí na beton vlivy (migrace vody, chemické pochody při tuhnutí a tvrdnutí, hydratační teplo, vlhkost a teplota prostředí), jejichž účinkem se beton přetváří. Nejsou-li pole přetvoření, která jsou jimi vyvolána rovinná, nemůže se jim deformace průřezů zcela přizpůsobit a vnitřní vazby pak vedou k tomu, že v prvku vznikne vlastní napjatost. K ní ovšem přistupují od stejných objemových účinků ještě další napětí, která jsou způsobena vazbami vnějšími, např. odporem bednění a přilehlých konstrukcí. Je také přirozené, že při komplexním zkoumání napjatosti a možnosti výskytu trhlin průřezu v konstrukci se musí vzít v úvahu i účinky vnějších zatížení.

Během *raného věku* betonu, kdy betonová směs teprve tuhne a tvrdne, má největší podíl na tvorbě trhlin nejprve plastické a chemické smršťování, teplota od vývinu hydratačního tepla a později i smršťování od vysychání. Pole těchto změn jsou výrazně zakřivená (např. pole vlhkosti  $V$ , na němž závisí smršťování od vysychání a pole teplot  $T_{hydr}$  od hydratace mohou mít v deskovém prvku tvar podle obr. 3 a obr. 4) a i když je původ těchto objemových změn převážně vnitřní, má na ně vliv i teplota a vlhkost prostředí.

V této době beton získává svoje pevnostní a přetvárné vlastnosti, a ty mají od místa k místu různé hodnoty, neboť závisejí na stavu místa v průřezu, tj. na zralosti betonu. V průřezu působí vlastní napětí  $\sigma_{sh}$  a  $\sigma_T$  s tvarem polí např. podle obr. 5.