

Stanovení křivosti a osového přetvoření v průřezích železobetonových prutů při nelineárním výpočtu podle ENV 1992-1-1:1991 – pracovní diagramy betonu a výztuže – rovnováha v průřezu při daných okrajových přetvořeních – mezní přetvoření v průřezu – přetvoření na mezi trhlin – vliv taženého betonu mezi trhlínami na tuhost prutového prvku – číselný příklad

Calculation of curvature and axial strain of R. C. cross-sections of linear members in non-linear analysis according to ENV 1992-1-1:1991 – stress-strain diagrams of concrete and reinforcement – equilibrium in a cross-section for given extreme fibre strains – limit deformations of cross-section – deformations at cracking limit – tension stiffening – numerical example

V dodatku 2 předběžné evropské normy ENV 1992-1-1:1991 (viz [1]) se uvádějí ustanovení týkající se nelineárního výpočtu prutových konstrukcí. Základní součástí výpočtu podle tohoto dodatku je určení přetvoření (tj. křivosti a osového prodloužení nebo zkrácení) v průřezích prutového prvku jako podklad pro výpočet silových účinků daných zatížení. Cílem tohoto příspěvku je uvést postupy při tomto určení, jakož i ukázat některé s tím spojené problémy. Budeme se přitom zabývat interakcí normálové síly a ohybového momentu průřezu symetrického podle roviny ohybu a pouze přetvárnými účinky krátkodobě působícího zatížení.

Dráhy namáhání

Při namáhání, jehož silový účinek se projevuje normálovou silou N_f a ohybovým momentem M_f , je stav přetvoření v průřezu charakterizovaný křivostí κ a osovým (axiálním) poměrným přetvořením ϵ_{ax} . *Drahou namáhání* se nazývá orientovaná spojnice jednotlivých stavů namáhání od výchozího (kupř. nulového) až po

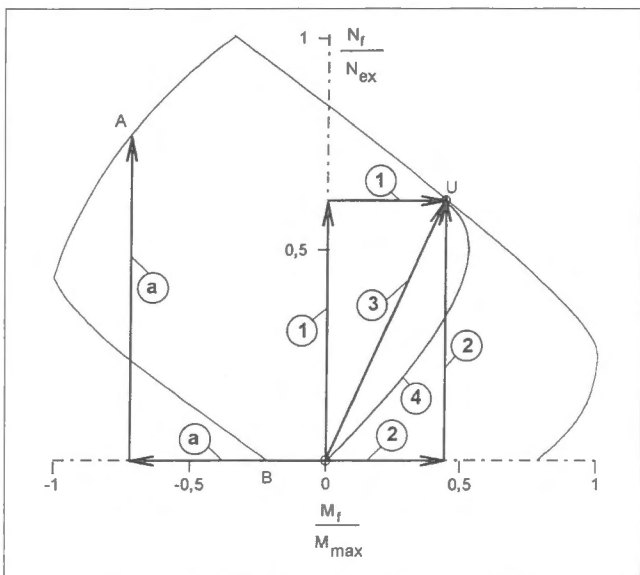
daný stav (podrobněji viz [3], [7]). Na obr. 1 je tenkou čarou znázorněn interakční diagram meze porušení (v tlakové oblasti) průřezu namáhaného normálovou silou a symetrickým ohybem (*symetrický ohyb* zde používáme jako zkrácený termín pro namáhání průřezu symetrického alespoň podle jedné osy ohybovým momentem, jehož vektor je kolmý na rovinu symetrie průřezu). Na interakčním diagramu leží bod U o souřadnicích $(N_{fu}/N_{ex}, M_{fu}/M_{max})$, kde N_{fu} je normálová síla a M_{fu} ohybový moment na mezi porušení, N_{ex} extrémní hodnota normálové síly a M_{max} největší kladný ohybový moment na mezi porušení. Je zřejmé, že do bodu U lze dojít po různých drahách, kterých v obecném případě může být nekonečně mnoho. Přitom ovšem ne každá dráha je možná. Například po dráze a není možno dosáhnout bod A na interakčním diagramu, protože nelze překročit bod B. Při současném způsobu výpočtu meze porušení při jednorázovém zatížení se předpokládá, že z bodu O je možno se dostat do bodu U po libovolné dráze. Průběh stavu přetvoření – a tedy i stavu napětí – od výchozího bodu až do dosažení meze porušení je ovšem na každé z možných drah jiný. Označme libovolný bod dráhy indexem i , přičemž i roste ve směru orientace dráhy. *Drahou monotónního zatěžování* budeme nazývat dráhu, v jejímž každém bodě platí

$$|N_{f,i}| \geq |N_{f,i-1}| \wedge |M_{f,i}| \geq |M_{f,i-1}| \quad (1)$$

Této podmínce vyhovují například dráhy 1, 2, 3 na obr. 1. Podmínka monotónnosti ale neznamená, že i poměrná přetvoření v jednotlivých vláknech průřezu splňují podmínku monotónnosti. V první větvi dráhy 1 přetvoření ve všech vláknech průřezu rostou monotónně, avšak v druhé větvi (rovnoběžné s osou momentů) nastává odlehčování. To je typický případ průřezů z předpjatého betonu. Při zatěžování po drahách 2 nebo 3 rostou v některých vláknech přetvoření monotónně, v některých nikoliv. Existuje ale dráha 4, na níž rostou všechna přetvoření monotónně. Je to dráha, při které v každém bodě zůstává poměr okrajových přetvoření konstantní (za předpokladu platnosti hypotézy o zachování rovinnosti průřezu po přetvoření). Lze předpokládat, že při zatěžování po takové dráze je disipace energie přetvoření v porovnání s jinými drahami minimální. Proto se taková dráha nazývá *drahou minimální disipace energie* nebo někdy stručněji *minimální drahou*. Libovolnému bodu U interakčního diagramu přísluší jedna a jenom jedna minimální dráha, která je teoreticky vždy možnou drahou. Říkáme-li *teoreticky*, pak máme na mysli skutečnost, že praktická realizace zatěžování po této dráze je vždy obtížná, protože by muselo jít o tzv. *zkoušení v tuhém režimu* (blíže viz [2]). Pokud bychom za kritérium dosažení mezního stavu porušení vzali hodnotu energie spotřebovanou po minimální dráze, pak by při jakékoli jiné dráze měl bod U ležet uvnitř interakčního diagramu. Při stanovení meze porušení se zatím tento vliv nebere v úvahu.

Nelze ovšem obecně říci, že by se při výpočtu konstrukcí k drahám namáhání vůbec nepřihlíželo. Například při mnoho-cyklovém zatížení (dráha namáhání se skládá z mnoha zatěžovacích a odlehčovacích větví) se tento vliv uplatňuje ve snížení výpočtových pevností materiálů. Těmito otázkami se v příspěvku také nezabýváme a nezabýváme se ani vlivem tvarové nestability.

Poznámkami o drahách namáhání chceme jen upozornit na odlišnost hodnot přetvoření průřezu v závislosti na procesu zatěžování.



Obr. 1 – Interakční diagram meze porušení v tlakové oblasti a dráhy namáhání; 1, 2, 3 – konvenční dráhy namáhání; 4 – dráha minimální disipace energie; a – nemožná dráha / Interaction diagram of failure limit in compression and stress paths; 1, 2, 3 – conventional stress paths; 4 – path of minimum energy dissipation; a – an impossible path

Pracovní diagram betonu

Nelineární výpočet konstrukcí sestávajících z lineárních prvků může podle [1] vycházet buď z výpočtových nebo středních hodnot materiálových charakteristik. V dalším pro stručnost označíme symbolem L_d hladinu výpočtových, L_m hladinu středních charakteristik. Dále budeme označovat symbolem C_b základní a C_e možná kombinaci zatížení.

Pracovní diagram betonu v tlaku podle [1] (bod 4.2.1.3.3) je určen těmito charakteristikami:

- pevnosti betonu v tlaku f_c ,
- poměrným přetvořením ϵ_{c1} při napětí rovnajícím se pevnosti v tlaku f_c ,
- modulem pružnosti $E_{c,nom}$,
- mezním poměrným přetvořením ϵ_{cu} .

Hodnoty pevnosti v tlaku f_c a modulu pružnosti $E_{c,nom}$ se do výpočtu zavádějí s přihlédnutím k zadané hladině charakteristik (L_d, L_m) a k zadané kombinaci zatížení (C_b, C_e). Pokud jde o pevnost v tlaku, vychází se z charakteristické pevnosti f_{ck} pro danou pevnostní třídu ([1] v tab. 3.1). Pro hladinu L_m se dosadí $E_{c,nom} = E_{cm}$, kde E_{cm} je střední hodnota modulu pružnosti ([1], tab. 3.2), $f_c = f_{cm}$, kde f_{cm} je střední hodnota pevnosti v tlaku podle [1] v tab. 4.3 nebo podle vztahu

$$f_c = -(|f_{ck}| + 8), \quad (2)$$

ve kterém všechny členy se dosazují v N/mm² (tj. MPa). Pro hladinu L_d se dosadí

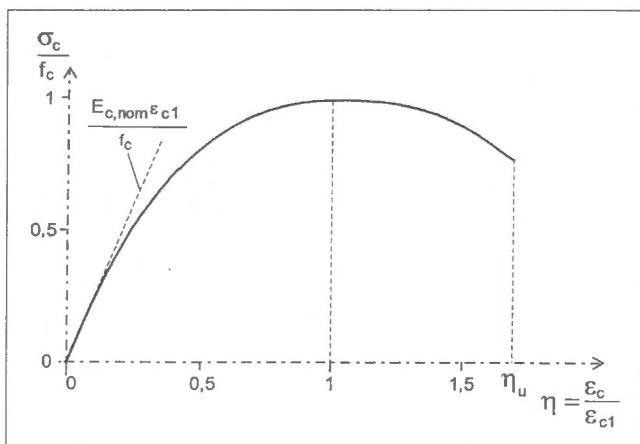
$$E_{c,nom} = \frac{E_{c,nom}}{\gamma_C}, \quad f_c = \frac{f_{ck}}{\gamma_C}, \quad (3)$$

přičemž $\gamma_C = 1,5$ pro kombinaci C_b nebo $\gamma_C = 1,3$ pro kombinaci C_e .

Hodnoty mezního poměrného přetvoření ϵ_{cu} jsou pro obdélníkový tvar tláčené oblasti uvedeny v [1], tab. 4.3. Pro jiný než obdélníkový tvar nejsou hodnoty uvedeny. Tomuto problému máme v úmyslu věnovat samostatný příspěvek.

Závislost mezi napětím betonu v tlaku σ_c a poměrným přetvořením ϵ_c lze pak vyjádřit vztahem:

$$\frac{\sigma_c}{f_c} = \frac{k \eta - \eta^2}{1 + (k-2) \eta}, \quad (4)$$



Obr. 2 – Pracovní diagram betonu v tlaku podle [1], bod 4.2.1.3.3 / Stress-strain diagram of concrete in compression according to [1], p. 4.2.1.3.3

přičemž je (obr. 2) $\eta = \epsilon_c / \epsilon_{c1}$, kde ϵ_c je poměrné přetvoření, $\epsilon_{c1} = -0,0022$ je poměrné přetvoření ve vrcholu pracovního diagramu, tj. pro $\eta = 1$, k součinitel, jehož hodnota se vypočte ze vztahu

$$k = \frac{1,1 E_{c,nom} \epsilon_{c1}}{f_c}. \quad (5)$$

Vztah (4) platí pro $\eta \leq \eta_u$, kde $\eta_u = \epsilon_{cu} / \epsilon_{c1}$. Pro $\eta \in < 1, \eta_u >$ se podle [1] dovoluje pro zjednodušení uvažovat $\sigma_c / f_c = 1$. K této možnosti zjednodušení *nebudeme* v tomto příspěvku přihlížet.

Integrace napětí podle vztahu (4) při měnící se šířce tláčené oblasti není příliš vhodná. Proto jsme navrhli v souladu s [1], bod 4.2.1.3.3(8), jeho nahrazení dvěma kubickými parabolami o rovnících

$$\frac{\sigma_c}{f_c} = \sum_{m=1}^4 a_{j,m} \eta^{m-1}, \quad j=1, 2, \quad (6)$$

kde $j = 1$ platí pro vzestupnou větev (tj. pro $\eta \in < 0, 1 >$), $j = 2$ pro sestupnou větev diagramu (tj. pro $\eta \in (1, \eta_u >$). Součinitele $a_{1,k}$ vzestupné větve navrhuje určit metodou nejmenších čtverců, přičemž interval $< 0, 1 >$ rozdělíme na 40 dílků. Integrál nahradíme součtem podle Simpsonova pravidla

$$S = \sum_{i=1,3,\dots}^{39} (p_i + 4 p_{i+1} + p_{i+2}), \quad (7)$$

kde

$$p_i = \frac{\eta_i^2 (1 - \eta_i)^2 (k - \eta_i)}{1 + (k-2) \eta_i}; \quad \eta_i = 0,025 (i-1); \quad (8)$$

součinitel k se určí ze vztahu (5). Označíme-li dále $k_c = 0,875 S - 3,25$, součinitele vzestupné větve budou

$$\{ a_{1,m} \} = \{ 0, k_c, 3 - 2 k_c, k_c - 2 \}. \quad (9)$$

Součinitele *sestupné větve* vypočteme z kolokačních podmínek. Při označeních

$$\eta_u = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{c1}}; \quad \gamma_u = \frac{\eta_u (k - \eta_u)}{1 + (k-2) \eta_u}; \quad (10)$$

$$\kappa_u = \frac{k (1 - \eta_u^2) - 2 \eta_u (1 - \eta_u)}{[1 + (k-2) \eta_u]^2}$$

dostaneme postupným výpočtem

$$\left. \begin{aligned} a_{2,4} &= \frac{(\eta_u - 1) \kappa_u + 2 (1 - \gamma_u)}{(\eta_u - 1)^3}; \\ a_{2,3} &= \frac{\kappa_u - 3 a_{2,4} (\eta_u^2 - 1)}{2 (\eta_u - 1)}; \\ a_{2,2} &= -2 a_{2,3} - 3 a_{2,4}; \\ a_{2,1} &= 1 - a_{2,2} - a_{2,3} - a_{2,4}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Koeficienty $a_{j,m}$ lze uspořádat do matice typu (2, 4), tj. $\mathbf{A} = [a_{j,m}]$.

Pracovní diagram betonu v tahu považujeme za lineární podle vztahu

$$\sigma_{ct} = E_{c,nom} \varepsilon_{ct}, \quad (12)$$

kde ε_{ct} je poměrné přetvoření betonu v tahu a σ_{ct} je tahové napětí omezené hodnotou pevnosti betonu v tahu f_{ct} , kterou lze určit z [1], tab. 3.1, nebo pro hladinu L_m také ze vztahu $f_{ct} = f_{ctm}$. Přitom

$$f_{ctm} = \frac{1}{10} \text{INT} \left(3 |f_{ck}|^{\frac{2}{3}} + 0,5 \right), \quad (13)$$

kde INT(.) značí celočíselnou část výrazu v závorce. Pro hladinu L_d je pak

$$f_{ct} = \frac{1}{10 \gamma_c} \text{INT} (7 f_{ctm} + 0,5), \quad (14)$$

Mezní přetvoření betonu v tahu je pak

$$\varepsilon_{ctu} = \frac{f_{ct}}{E_{c,nom}}. \quad (15)$$

Poznamenejme, že matici součinitelů \mathbf{A} lze pak rozšířit na typ (3, 4) přidáním řádku

$$\{a_{3,m}\} = \left\{ 0, \frac{E_{c,nom} \varepsilon_{ct}}{f_c}, 0, 0 \right\}. \quad (16)$$

čímž je umožněno rozšíření vztahu (6) také na tahovou oblast. Toto rozšíření je výhodné zejména při formulování vztahů pro výpočet výslednic napětí v průřezu s ohledem na použitou výpočetní techniku.

Pracovní diagram betonářské výztuže

Jako závislost mezi napětím výztuže σ_s a poměrným přetvořením ε_s lze podle [1], obr. 4.5 (viz také [7]) zavést bilineární vztah definovaný těmito charakteristikami:

E_s	modul pružnosti výztuže (podle [1]) $E_s = 200 \text{ kN/mm}^2$,
f_y	mezi kluzu,
f_t	mezi pevností,
ε_{uk}	mezním přetvořením výztuže v tahu při dosažení meze pevnosti,
ε_{su}	mezním přetvořením při výpočtu (podle [1]) je $\varepsilon_{su} = 0,01$.

Přitom se za f_y, f_t dosazuje

$$f_y = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}; \quad f_t = \frac{f_{tk}}{\gamma_s}. \quad (17)$$

kde f_{yk}, f_{tk} jsou střední hodnoty meze kluzu a meze pevnosti idealizovaného pracovního diagramu, γ_s je součinitel spolehlivosti výztuže (dosazuje se $\gamma_s = 1$ pro L_m , $\gamma_s = 1,15$ pro L_d). Přitom se předpokládá, že $f_{yk} \leq f_{tk}$.

Označme přetvoření na mezi kluzu ε_{sy} a modul zpevnění (definující sklon pracovního diagramu nad mezi kluzu) K_s , tj.

$$\varepsilon_{sy} = \frac{f_y}{E_s}; \quad K_s = \frac{f_t - f_y}{\varepsilon_{uk} - \varepsilon_{sy}}; \quad (18)$$

pak lze pracovní diagram výztuže vyjádřit vztahy:

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s \quad \text{pro } |\varepsilon_s| \leq \varepsilon_{sy}, \quad (19a)$$

$$\sigma_s = f_y + K_s (\varepsilon_s - \varepsilon_{sy}) \quad \text{pro } \varepsilon_s > \varepsilon_{sy}, \quad (19b)$$

$$\sigma_s = -f_y + K_s (\varepsilon_s + \varepsilon_{sy}) \quad \text{pro } \varepsilon_s < -\varepsilon_{sy}, \quad (19c)$$

$$\sigma_s = 0 \quad \text{pro } |\varepsilon_s| > \varepsilon_{su}, \quad (19d)$$

přičemž jsme v souladu s [1] předpokládali, že pracovní diagram vtlakumá průběh odvozený od pracovního diagramu v tahu.

Rovnováha v průřezu při daných okrajových přetvořeních

Základem řešení přetvoření v průřezu je určení výslednice napětí a momentu této výslednice (např. k těžišti betonového průřezu) na základě podmínek rovnováhy při daných poměrných přetvořeních okrajů za předpokladu platnosti hypotézy o zachování rovinnosti průběhu po výšce. Z čistě konvenčních důvodů budeme mluvit o *horním* a *dolním* okraji, přičemž na horním okraji (budeme mu říkat *okraj 1*) bude počátek lokální souřadné soustavy, ke kterému budeme vztahovat souřadnice vrcholů průřezu a souřadnice těžišť prutů výztuže (podrobněji viz [3]). Označíme-li přetvoření horního okraje ε_1 , přetvoření dolního okraje ε_2 a celkovou výšku průřezu h , bude v daném průřezu křivost κ daná vztahem

$$\kappa = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{h}. \quad (20)$$

Přetvoření ε_z ve vlákně ležícím ve vzdálenosti z od okraje 1 lze pak vyjádřit vztahem

$$\varepsilon_z = \varepsilon_1 + \kappa z. \quad (21)$$

Zavedme dále označení

$$k_{cl} = \frac{\kappa}{\varepsilon_{cl}}; \quad \eta_{el} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{cl}} \quad (22)$$

a vypočteme koeficienty

$$K_{j,k} = \sum_{l=k}^4 \binom{k-l}{l-1} a_{j,l} k_{cl}^{l-1} \eta_{el}^{k-l}, \quad (23)$$

kde $j = 1, \dots, 3$ je číslo řádku, $k = 1, \dots, 4$ číslo sloupce matice \mathbf{A} , jejíž prvky jsou dány vztahy (9), (11) a (16). Napětí betonu ve vzdálenosti z od horního okraje lze pak vypočítat ze vztahu

$$\sigma_{cz} = f_c \sum_{l=k}^4 K_{j,k} z^{k-l}. \quad (24)$$

Předpokládejme nyní, že geometrický tvar betonového průřezu je určen souřadnicemi vrcholů obrysového mnohoúhelníku (podrobnosti o tomto způsobu zadávání tvaru průřezu jsou uvedeny v [3]) ve tvaru matice \mathbf{Z}_b typu $(n_b, 2)$, kde n_b je počet vrcholů. Průřez rozdělíme po výšce na průseky. *Průsekem průřezu* rozumíme v tomto případě pásmo vymezené rovnoběžkami kolmými na osu symetrie průřezu, mezi nimiž se napětí σ_{cz} vypočte pomocí vztahu (24) pro řádek j matice \mathbf{A} . Můžeme proto index j považovat současně za index průseku. Integrace napětí σ_{cz} a momentu tohoto napětí k hornímu okraji průřezu vede k určení normálové síly N_{cj} a momentu

$M_{c,j}$ pro průsek j . Pro výpočet těchto výslednic lze podle [3] použít momentů plochy vyšších stupňů $I_{yb0,k}$, přičemž stupeň plochy je roven $k-1$. Například pro $k=3$ jde o moment plochy druhého stupně neboli moment setrvačnosti. Normálovou sílu a ohybový moment k hornímu okraji průřezu pro průsek j lze pak pomocí těchto momentů ploch a koeficientů $K_{j,k}$ vypočíst podle vztahů

$$N_{c,j} = f_c \sum_{l=k}^4 K_{j,k} I_{yb0,k} , \quad (25)$$

$$M_{c,j} = f_c \sum_{l=k}^4 K_{j,k} I_{yb0,k+1} . \quad (26)$$

Algoritmy pro výpočet momentů plochy $I_{yb0,k}$ jsou rovněž uvedeny v [3].

Výslednice N_c a M_c jsou pak součtem dílčích výslednic $N_{c,j}$ a $M_{c,j}$ pro všechny průřezy, které při daných okrajových přetvořeních ε_1 , ε_2 je třeba vzít v úvahu.

Rozměry výztuže můžeme definovat ve tvaru matice \mathbf{Z}_s typu $(m_s, 2)$, kde m_s je počet vrstev výztuže, $z_{s,j,1}$ průřezová plocha j -té vrstvy výztuže, $z_{s,j,2}$ vzdálenost těžiště vrstvy výztuže od horního okraje. Při daných okrajových přetvořeních ε_1 , ε_2 bude přetvoření v j -té vrstvě

$$\varepsilon_{s,j} = \varepsilon_1 + \kappa z_{s,j,2} , \quad (27)$$

kterému odpovídá napětí $\sigma_{s,j}$ ze vztahů (19). Normálová síla a moment k hornímu okraji průřezu jako výslednice těchto napětí pak budou

$$N_s = \sum_{j=1}^{m_s} \sigma_{s,j} z_{s,j,1} , \quad (28)$$

$$M_s = \sum_{j=1}^{m_s} \sigma_{s,j} z_{s,j,1} z_{s,j,2} . \quad (29)$$

Celková normálová síla a ohybový moment jsou nakonec součty výslednic $N_c + N_s$ a $M_c + M_s$. Označíme-li $N_{tot} = N_c + N_s$ a moment k těžišti betonového průřezu M_{tot} , bude

$$M_{tot} = M_c + M_s - N_{tot} a_{gb} , \quad (30)$$

kde a_{gb} je vzdálenost těžiště betonového průřezu od horního okraje.

Podle uvedeného postupu lze při daných okrajových přetvořeních vypočítat výslednice N_{tot} , M_{tot} pro průřez libovolného tvaru symetrického podle svislé osy.

Mezní ohybový moment při dané normálové síle

Uvedený postup výpočtu normálové síly a ohybového momentu v průřezu při daných poměrných přetvořeních horního a dolního okraje je základem pro řešení dalších úloh týkajících se přetvoření daného průřezu. Především je třeba určit meze intervalů, ve kterých se příslušná řešení nacházejí.

Uvedme nejprve postupy týkající se výpočtu za předpokladu, že beton v tahu nepůsobí. Stručně budeme říkat, že jde o průřez s trhlinou.

Omezení řešení je určeno v prvé řadě interakčním diagramem meze porušení. Předpokládá se, že se dosáhne meze porušení, když je dosaženo buď mezního stlačení betonu v nejméně tlaceném vlákně nebo mezního protažení výztuže v nejméně tažených vrstvách.

Normálovou sílu, při níž se současně dosáhne mezního stlačení betonu i mezního protažení výztuže, označme N_{bal} . Jestliže je přitom poměrné přetvoření tlaceného okraje $\varepsilon_1 = \varepsilon_{cu}$ a poměrné přetvoření vrstvy výztuže ležící ve vzdálenosti $z_{s,max}$ od horního okraje $\varepsilon_{s,max}$, poměrné přetvoření taženého okraje ε_2 se bude rovnat

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_{s,max} \frac{h}{z_{s,max}} - \varepsilon_1 \left(\frac{h}{z_{s,max}} - 1 \right) \quad (31)$$

Označíme-li dále normálovou sílu při dosažení meze porušení dostředným tlakem N_{cu} a normálovou sílu při porušení dostředným tahem N_{tu} , pak v intervalu (uvažujeme-li znaménko normálové síly) (N_{cu} , N_{bal}) rozhoduje o porušení mezní stlačení betonu a v intervalu (N_{bal} , N_{tu}) mezní protažení výztuže.

Při určení interakčního diagramu meze porušení můžeme postupovat analogicky k dráze I na obr. 1, tj. tak, že k dané normálové síle $N_f = N_u$ hledáme mezní ohybový moment M_u . Řešení je možné, jestliže daná síla leží v intervalu (N_{cu} , N_{tu}). Obecně lze postupovat tak, že ke známému meznímu přetvoření vyplývajícímu z podmínky N_{bal} se určí iterací přetvoření druhého okraje, čili pro $N_f \in (N_{cu}, N_{bal})$ se k $\varepsilon_1 = \varepsilon_{cu}$ hledá přetvoření ε_2 podle vztahu (31) tak, aby s předem danou přesností byla splněna podmínka $N_f = N_u$. Obdobně se pro danou normálovou sílu $N_f \in (N_{bal}, N_{tu})$ hledá přetvoření ε_1 pro $\varepsilon_{s,max} = \varepsilon_{su}$. V obou případech lze pak určit z okrajových přetvoření křivost na mezi porušení ze vztahu (20). Úhel pootočení ϑ (v rad) v daném průřezu, který se uplatní v nelineárním výpočtu, je pak $\vartheta = \kappa h$ nebo také $\vartheta = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$.

Předpis [1] se sice nezmiňuje o výpočtu osového přetvoření, je však zřejmé, že vypočtené hodnoty stavu namáhání v konstrukci mohou být ovlivněny podélnými deformacemi prutů. Označme poměrné přetvoření osy prutu ε_{ax} . Předpokládáme-li, že osa (střednice) prutu leží v těžišti betonového průřezu a její vzdálenost od horního okraje je a_{gb} , pak lze osové přetvoření vypočítat ze vztahu

$$\varepsilon_{ax} = \varepsilon_1 + \kappa a_{gb} , \quad (32)$$

přičemž ε_1 je přetvoření horního okraje a κ křivost.

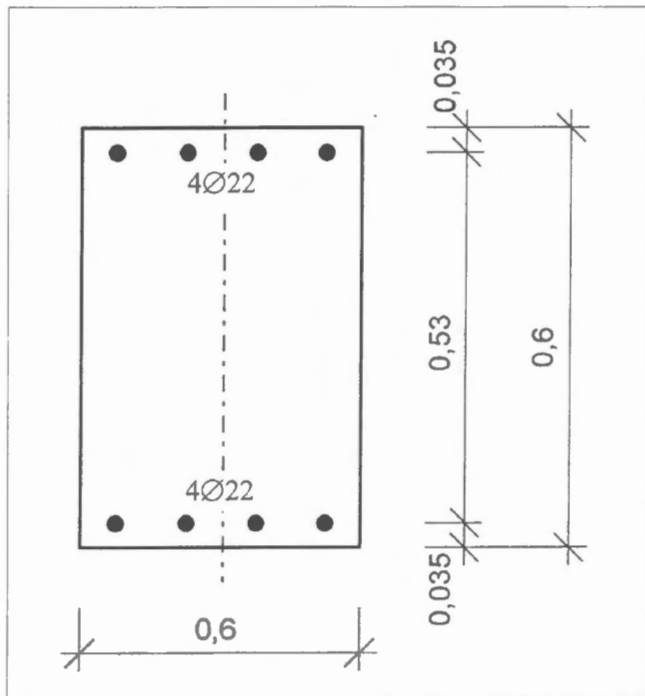
Je třeba poznamenat, že normálová síla N_{cu} není co do absolutní hodnoty největší normálovou silou vyplývající z průběhu pracovního diagramu podle obr. 2. Jsou-li totiž okrajová přetvoření průřezu rovna ε_{c1} , což odpovídá hodnotě parametru $\eta = 1$ podle obr. 2, je z těchto přetvoření vypočtena síla N_{cu1} v absolutní hodnotě větší než N_{cu} , jak dále ukážeme na číselném příkladu. Můžeme tak vytvořit interakční diagram za předpokladu, že se na tlaceném okraji dosáhne přetvoření ε_{c1} (tečkovaná čára na obr. 4). Z podmínky současného dosažení přetvoření ε_{c1} na tlaceném okraji a mezního protažení výztuže ε_{su} lze vypočítat normálovou sílu N_{bal1} .

Pro přetvoření krajních vláken nacházející se v intervalu překrývajícím interval mezních přetvoření, lze vypočítat křivost nebo pootočení průřezu s trhlinou, jakož i napětí ve výztuži potřebná v dalším výpočtu vlivu taženého betonu na tuhost v průřezu. Lze také určit přetvoření pro předem zadanou kombinaci normálové síly a ohybového momentu (N_f , M_f). Tato úloha v obecném případě vede k řešení s použitím dvourozměrné iterace. Vzhledem k tomu, že oblast omezená interakčním diagramem je konvexní, nepřináší tato iterace žádné zvláštní problémy.

Mez trhlin kolmých k ose prutu

Pro určení přetvoření je důležité také znát, zda-li při daných silových účincích zatížení mohou vzniknout trhliny kolmé k ose prutu. Zajímají nás především dvě úlohy:

1. určení ohybového momentu M_{cr} na mezi trhlin při dané normálové síle N_f ,
2. určení normálové síly N_{cr} a ohybového momentu M_{cr} při dané výstřednosti e_f .



Obr. 3 – Tvar průřezu v číselném příkladu (rozměry v m) / Shape of cross-section for numerical example (dimensions in m)

První úloha odpovídá hledání řešení po dráze 1 podle obr. 1, zatímco druhá úloha hledání řešení po dráze 3.

V případě první úlohy je třeba nejprve zjistit, zda je vznik trhlin kolmých k ose prutu možný (lépe řečeno, je-li možno jej očekávat). Za tím účelem vypočteme sílu N_{cr1} , a to z podmínky, že na horním okraji průřezu budeme uvažovat poměrné přetvoření $\varepsilon_1 = \varepsilon_{c1}$ (tj. $\eta = 1$ podle obr. 2) a na dolním okraji přetvoření $\varepsilon_2 = f_{ct}/E_{c,nom}$. Přitom předpokládáme, že křivost průřezu je nezáporná, tj. ve smyslu vztahu (20) je $\varepsilon_2 \geq \varepsilon_1$. Protože takto vypočtená normálová síla N_{cr1} je tlaková (tj. záporná), vznik trhlin kolmých k ose prutu lze očekávat, platí-li

$$N_f \geq N_{cr1} \quad (33)$$

V obecném případě hledáme pak moment na mezi trhlin M_{cr} jednorozměrnou iterací, přičemž hledanou veličinou je normálová síla N_{cr} splňující s předem danou přesností rovnici

$$N_f - N_{cr} = 0 \quad (34)$$

Neplatí-li podmínka (33), vznik trhlin kolmých k ose prutu se neočekává a průřez se považuje až do porušení za plně působící.

Druhá úloha, tj. hledání dvojice (N_{cr}, M_{cr}) pro zadanou výstřednost e_f , je nadřazenou úlohou k první a vyžaduje dvourozměrnou iteraci. Pro různé hodnoty odhadované normálové síly N_f vyhovující s danou přesností rovnici (34), hledáme ohybový moment, který s danou přesností splňuje rovnici

$$N_f e_f - M_{cr} = 0 \quad (35)$$

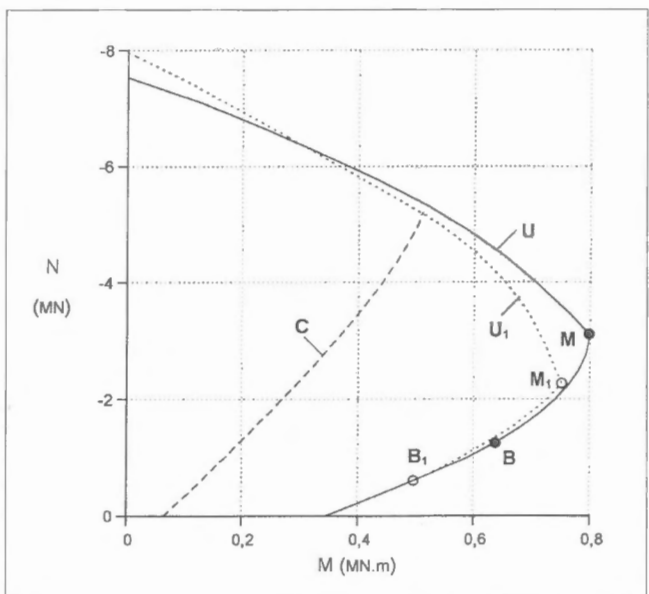
Z řešení první i druhé úlohy vyplývají také další veličiny potřebné k nelineárnímu výpočtu konstrukce, především přetvoření nejvíce tažené výztuže na mezi trhlin ε_{smr} , přetvoření tláčeného okraje $\varepsilon_{cr} = \varepsilon_1$, křivost na mezi trhlin κ_{cr} , popř. osové přetvoření $\varepsilon_{ax,cr}$. Všechny tyto veličiny se vztahují na plně působící průřez. K těmto veličinám je však třeba analogicky určit veličiny na mezi vzniku trhlin v průřezu s trhlinou, aby bylo možno stanovit vliv taženého betonu mezi trhlínami na tuhost v průřezu a následně i na tuhost prvku.

Číselný příklad

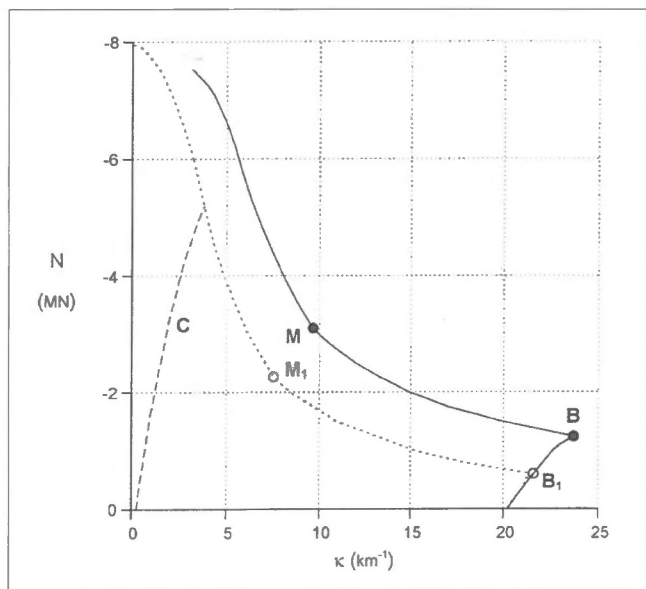
Pro číselný příklad zvolíme jednoduchý obdélníkový průřez symetricky vyztužený podle obr. 3. Předpokládáme hladinu charakteristik L_m (střední hodnoty) a základní kombinaci zatížení C_b . Dále uvažujeme: charakteristickou pevnost betonu v tlaku $f_{ck} = 20$ MPa, charakteristickou mez kluzu výztuže $f_{yk} = 410$ MPa, charakteristickou pevnost výztuže v tahu $f_{tk} = 520$ MPa, charakteristické mezní protažení výztuže při dosažení meze pevnosti $\varepsilon_{tk} = 0,077$.

Pro výpočet charakteristik závislosti mezi napětím a přetvořením betonu jsme použili vztahy (2) až (16), včetně prvků matice **A**. Pro výpočet závislosti napětí výztuže na přetvoření jsme použili vztahy (17) až (19). Podle postupu uvedeného ve vztazích (20) až (30) jsme pak pro průřez s trhlinou a s mezním stlačením betonu $\varepsilon_{cu} = -0,0034$, jakož i s mezním protažením výztuže $\varepsilon_{su} = 0,01$ (podle toho, které z těchto přetvoření je rozhodující) vypočetli souřadnice interakčního diagramu meze porušení znázorněného plnou čarou **U** na obr. 4. Na čáře **U** leží bod **B**, který znázorňuje souřadnice (N_{bal}, M_{bal}) , kdy je současně dosaženo jak mezního stlačení betonu ε_{cu} na okraji 1, tak i mezního přetvoření výztuže ε_{su} ve výztuži nacházející se nejbližší k okraji 2. V bodě **M** se dosáhne extrémní (v daném případě maximální) hodnoty ohybového momentu. Při této příležitosti je vhodné poznamenat, že čára **U** je sice ve všech bodech spojitá, ne však ve všech bodech hladká (tj. nemá ve všech bodech spojitou derivaci). Více o těchto vlastnostech interakčních diagramů uvádíme v [4].

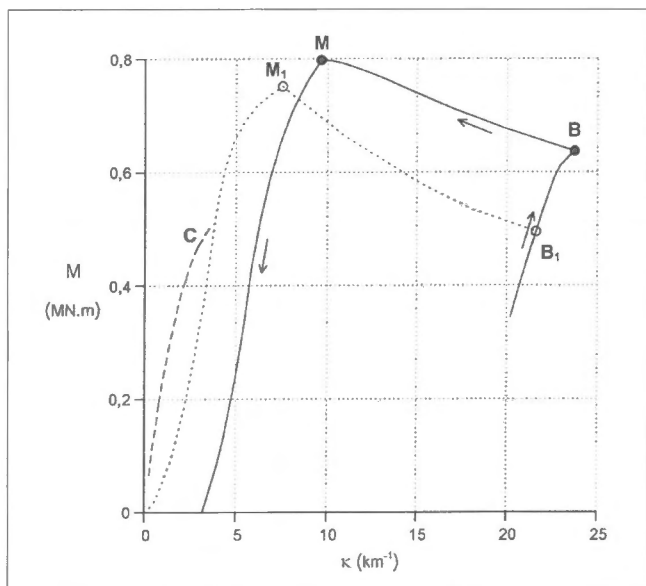
Vypočteme-li souřadnice (N, M) za předpokladu, že mezní stlačení betonu na okraji 1 je rovno $\varepsilon_{c1} = -0,0022$, potom za jinak stejných předpokladů získáme tečkovanou čáru **U₁**, na které analogicky bod **B₁** odpovídá normálové síle N_{bal1} a bod **M₁** maximálnímu momentu. Je vidět, že při malých hodnotách momentu jsou hodnoty normálové síly odpovídající čáře **U** co do absolutní hodnoty menší, než hodnoty na čáře **U₁**. Vyplývá to z tvaru pracovního diagramu betonu (obr. 2).



Obr. 4 – Interakční diagramy meze porušení průřezu podle obr. 3 (kvadrant tlakové normálové síly a kladného ohybového momentu) při dosažení mezního stlačení betonu ε_{cu} (čára **U**) nebo ε_{c1} (čára **U₁**); **B**, **B₁** – bod znázorňující současné dosažení mezního stlačení betonu a mezního protažení výztuže v nejvíce tažené vrstvě; **M**, **M₁** – bod znázorňující maximální ohybový moment; **C** – interakční diagram meze trhlin / Interaction diagrams of failure of the cross-section shown in Fig. 3 (quadrant of compressive normal force and positive bending moment) obtained with limit compressive strain of concrete ε_{cu} (line **U**) or ε_{c1} (line **U₁**); **B**, **B₁** – point in which the simultaneous limit compressive strain of concrete as well as the limit elongation of maximum tensioned layer of reinforcement is reached; **M**, **M₁** – point of maximum bending moment; **C** – interaction diagram of the cracking limit



Obr. 5a – Závislost mezi normálovou silou N a křivostí κ na mezi porušení při dosažení mezního stlačení betonu ϵ_{cu} (plná čára) nebo ϵ_{c1} (tečkovaná čára); **B, B₁** – bod odpovídající současnému dosažení mezního stlačení betonu a mezního protažení výztuže v nejvíce tažené vrstvě; **M, M₁** – bod odpovídající maximálnímu ohybovému momentu; **C** – křivost na mezi trhlin / Normal force N vs curvature κ relationship at failure limit determined by limit compressive strain ϵ_{cu} (full line) or ϵ_{c1} (dotted line); **B, B₁** – point corresponding to the simultaneous achieving of limit compressive strain of concrete and at the same time the limit elongation of reinforcement in maximum tensioned layer; **M, M₁** – point corresponding to maximum bending moment; **C** – curvature at cracking limit



Obr. 5b – Vztah mezi ohybovým momentem a křivostí na mezi porušení; **B, B₁** – bod odpovídající současnému dosažení mezního stlačení betonu a mezního protažení výztuže v nejvíce tažené vrstvě; **M, M₁** – bod odpovídající maximálnímu ohybovému momentu; šipky naznačují směr nárůstu normálové síly (viz obr. 5a); **C** – křivost na mezi trhlin / Bending moment M vs curvature κ relationship at failure limit; **B, B₁** – point corresponding to the simultaneous achieving of limit compressive strain of concrete and at the same time the limit elongation of reinforcement in maximum tensioned layer; **M, M₁** – point corresponding to maximum bending moment; arrows indicate the direction of increase of normal force (see Fig. 5a); **C** – curvature at cracking limit

Čárkovaná čára **C** znázorňuje souřadnice interakčního diagramu mezi trhlin (N_{cr} , M_{cr}). Protíná se s čarou **U₁** v bodě, ve kterém je současně dosažena mez trhlin i mez porušení (při mezním přetvoření ϵ_{c1}). V oblasti vymezené čarou **C** a přilehlé k souřadné ose N se dosažení meze trhlin neočekává, a průřez se považuje za plně působící.

Pokud bychom chtěli znázornit také křivost (nebo pootočení) v závislosti na mezi porušení nebo mezi trhlin, tj. souřadnice (N , M , κ) museli bychom zvolit prostorové (např. axonometrické) zobrazení. Kvůli lepší přehlednosti jsme místo toho zvolili znázornění tohoto vztahu rozložením na průměty do souřadné roviny (N , κ) (obr. 5a) a (M , κ) (obr. 5b). Body **B, B₁** odpovídají stejně označeným bodům na obr. 4, tj. na vodorovné ose představují křivost při současném dosažení mezního stlačení betonu ϵ_{cu} , popř. ϵ_{c1} a mezního protažení výztuže ϵ_{su} . V obr. 5b je kvůli snadnější orientaci šipkami vyznačený směr narůstání ohybového momentu. Obdobně body **M, M₁** odpovídají bodům znázorňujícím souřadnice v místě maximálního ohybového momentu. Čáry **C** v obou obrázcích zobrazují průměty interakčních diagramů do uvedených souřadných rovin a umožňují tedy odečíst pro danou normálovou sílu (obr. 5a) nebo pro daný ohybový moment (obr. 5b) odpovídající křivost plně působícího průřezu na mezi trhlin.

Jak jsme se již zmínili, mohou být výsledky řešení statických účinků zatížení ovlivněny také osovým přetvořením prutů, což se v [1] zvláště nepřipomíná. Analogicky ke křivosti (nebo pootočení) je závislost (N , M , ϵ_{ax}) rovněž prostorovou křivkou. Na ilustraci uvádíme na obr. 6 znázornění jejího průmětu do souřadné roviny (N , ϵ_{ax}). Čáry, jakož i označení bodů **B, B₁**, **M, M₁** odpovídají stejným čarám a označením bodů jako v obr. 4 a 5.

Vliv taženého betonu mezi trhlinami na průměrná přetvoření

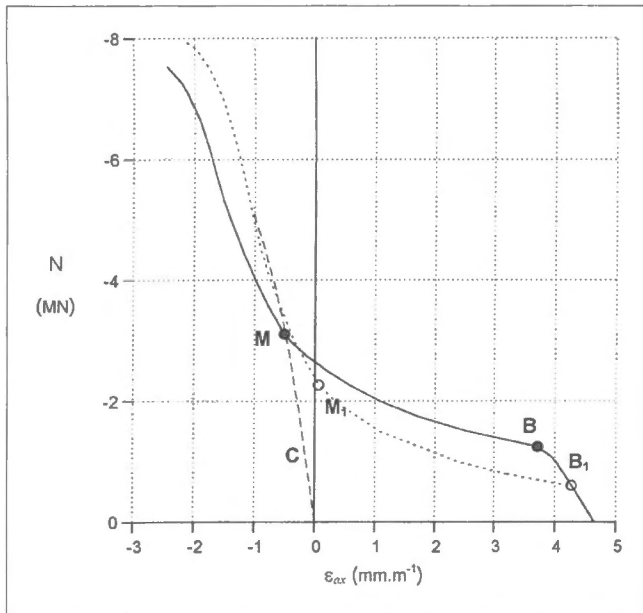
Průměrná přetvoření v průřezu (křivost, osové přetvoření) vypočtená s přihlédnutím k vlivu taženého betonu mezi trhlinami jsou menší než přetvoření vypočtená za předpokladu, že beton v tahu nepůsobí. Předem je snad vhodné upozornit, že pro pojem vlivu taženého betonu na průměrná přetvoření se v angličtině používá termín *tension stiffening*. V [1] je však tento termín na více místech nesprávně přeložen jako *tahové zpevnění*. Pod tahovým zpevněním (*tension strengthening*) se však v науce o materiálech rozumí něco zcela jiného (zvýšení pevnosti nebo jiné charakteristiky umělým protažením nad určitou mez, např. mez kluzu). Doslovný překlad termínu *tension stiffening* by byl spíše *tahové ztužení*, ale i to by mohlo být zavádějící, pokud by se neuvedlo hned příslušné vysvětlení. Proto budeme raději hovořit zkráceně o vlivu taženého betonu s tím, že pokud budeme mluvit o přetvořeních, půjde o vliv taženého betonu mezi trhlinami. Považujeme toto rozlišení kvůli upřesnění podstaty problému za důležité.

Podle dodatku 2 k [1] se průměrná křivost $1/r_m$ v průřezu určí ze vztahu

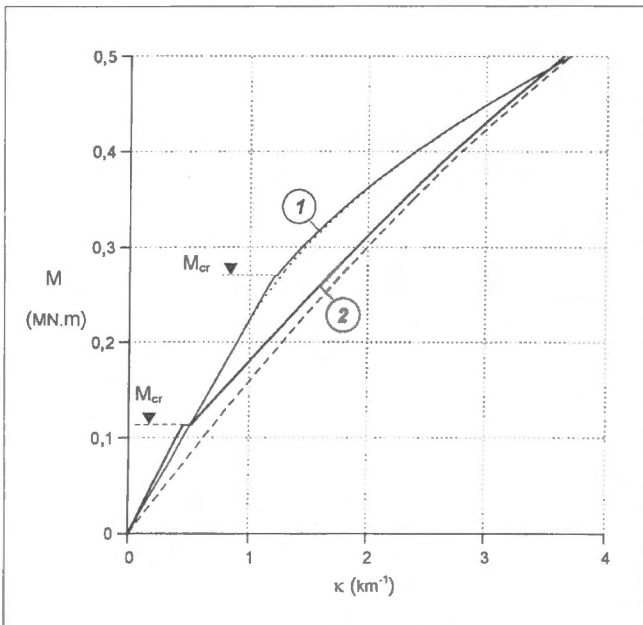
$$\frac{1}{r_m} = \frac{\epsilon_{sm} - \epsilon_c}{d} \quad (36)$$

přičemž je $1/r_m$ průměrná křivost v uvažovaném průřezu, ϵ_{sm} průměrná hodnota poměrného přetvoření výztuže vypočteného s uvažováním vlivu taženého betonu, ϵ_c poměrné přetvoření nejvíce taženého vlákna (se záporným znaménkem) vypočtené bez vlivu taženého betonu (tj. na průřezu s trhlinou), d vzdálenost vláken ve kterých uvažujeme poměrné přetvoření $\epsilon_{sm}, \epsilon_c$.

Vliv taženého betonu mezi trhlinami je ve vztahu (36) zahrnut jenom v průměrné hodnotě poměrného přetvoření ϵ_c , které se podle vztahu (A2.2) v [1] určí z průměrného přetvoření ϵ_{smr} na mezi trhlin vypočteného na plně působícím průřezu bez trhliny, z napětí výztuže σ_{sr} na mezi trhlin vypočteného průřezu s trhlinou, z napětí výztuže σ_s vypočteného pro daný stav namáhání (N_f , M_f) průřezu s trhlinou, z modulu pružnosti výztuže E_s a ze součinitele-



Obr. 6 – Vztah mezi normálovou silou a osovým přetvořením; **B, B₁** – bod odpovídající současnému dosažení mezního stlačení betonu a mezního protažení výstuže v nejvíce tažené vrstvě; **M, M₁** – bod odpovídající maximálnímu ohybovému momentu; **C** – osové přetvoření na mezi trhlin / Normal force vs axial strain relationship; **B, B₁** – point corresponding to the simultaneous achieving of limit compressive strain of concrete and at the same time the limit elongation of reinforcement in maximum tensioned layer; **M, M₁** – point corresponding to maximum bending moment; **C** – axial strain at cracking limit



Obr. 7 – Závislost mezi ohybovým momentem M a křivostí κ ; **1** – při konstantní normálové síle $N = -2$ MN; **2** – při konstantní výstřednosti $e_f = -0,25$ m; M_{cr} – moment na mezi trhlin / Bending moment M vs curvature κ relationship; **1** – at constant normal force $N = -2$ MN; **2** – at constant eccentricity $e_f = -0,25$ m; M_{cr} – bending moment at cracking limit

lů β_1, β_2 , z nichž součinitel β_1 vyjadřuje soudržnost výstuže z betonem a β_2 povahu a trvání zatížení (bližší viz [1]). Přetvoření ϵ_{sm} je pak vypočte ze vztahu

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_{smr} + \frac{\sigma_s}{E_s} \left[1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \right]. \quad (37)$$

V práci [6] jsme upozornili na jistou nekonzistenci vztahů (36) a (37). Tato nekonzistence vyplývá jednak z použití přetvoření ϵ_c ve vztahu (36), což způsobuje nespojitost (podle našeho názoru neodůvodněnou) průběhu závislosti křivosti na ohybovém momentu na mezi trhlin, jednak z toho, že vztah (37) obsahuje konstantní přírůstek přetvoření ϵ_{smr} . To za určitých okolností (např. pro $\beta_1 = 1 \wedge \beta_2 = 1$) může vést k tomu, že křivost v průřezu s trhlinou vyjde podle výpočtu menší než v témže průřezu bez trhliny. Vztahy (36) a (37) nekorespondují také s dodatkem A4, ve kterém se používá rozdělovací součinitel ζ . Kromě toho – jak ukazují výsledky našich zkoušek [3] – vztah (37) není zrovna nejpřiléhavější. Je několik možností, jak se s těmito nesrovnalostmi vypořádat. Snad nejjednodušší by možná bylo zavedení omezení, že křivost v průřezu bez trhlin by neměla být větší než křivost v průřezu s trhlinami. Jinou možnost jsme uvedli v [6]. Poměrně jednoduché je také zavedení korekce vztahu (37) ve tvaru

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_{smr} + \left(\frac{\sigma_s}{E_s} - \epsilon_{smr} \right) \left[1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \right]. \quad (38)$$

Docílilo by se tím, že pro rostoucí hodnoty σ_s by se hodnota ϵ_{sm} blížila hodnotě σ_s/E_s .

I když se tyto problémy vyskytují zejména pro krátkodobě působící zatížení, domníváme se, že by se v tomto směru měl dodatek A2 předpisu [1] upravit (některým z uvedených způsobů nebo jinak). Nekonzistence tohoto druhu mohou způsobit problémy zvláště při zpracovávání výpočetních programů.

Jako příklad použití vztahu (38) uvádíme na obr. 6 výsledky výpočtu na příkladu s použitím průřezu z obr. 3 a jemu příslušejícím obr. 4 až 6. Tenčí plná čára **1** odpovídá závislosti křivosti $k = (1/r_m)$ na ohybovém momentu za předpokladu, že zatěžování probíhá podle dráhy **1** na obr. 1, a to tak, že se průřez nejprve zatíží normálovou silou $N_f = -2$ MN a pak ohybovým momentem narůstajícím od nuly do hodnoty $M_f = 0,5$ MN.m. Tlustší čára **2** odpovídá zatěžování při současném narůstání normálové síly a ohybového momentu při konstantní výstřednosti $e_f = -0,25$ m (tj. podle dráhy **3** na obr. 1), takže při momentu $M_f = 0,5$ MN.m mají obě čáry **1, 2** stejnou výstřednost. Moment na mezi trhlin M_{cr} je v případě čáry **1** pochopitelně vyšší (odpovídá to analogii s předpjatým průřezem), křivost je však přitom pod mezi trhlin větší než v případě dráhy **2**, protože poměrné přetvoření tlačенého okraje je značně větší a odpovídá pracovnímu diagramu podle obr. 2. Tečkovanou nebo čárkovanou čarou je přitom vykreslena závislost křivosti na momentu za předpokladu, že beton v tahu nepůsobí (tj. bez *tension stiffeningu*).

Závěr

V příspěvku jsme se snažili poukázat na některé postupy výpočtu přetvoření v průřezu pro účely nelineárního výpočtu prutových prvků, tj. při zohlednění vlivu přetvoření na silového účinku zatížení. Vlastním výpočtem těchto účinků na konstrukce jsme se přitom nezabývali. Ze studie vyplývají zejména tyto poznatky:

- postupy výpočtu přetvoření v průřezu (křivost nebo pootočení, osové přetvoření) na mezi porušení podle předpisu [1] s použitím pracovních diagramů betonu a výstuže dávají jednoznačné výsledky, jen pokud se nepočítá s vlivem taženého betonu na tuhost;
- v předpisu [1] není však zmínka o osovém přetvoření, které může mít vliv na rozdělení silových účinků v konstrukci;
- hodnoty přetvoření s uvážením vlivu taženého betonu mezi trhlinami na tuhost (*tension stiffening*) jsou závislé na dráze namáhání;
- vztahy pro výpočet okrajových přetvoření s uvážením *tension stiffeningu* nejsou konzistentní a mohou vést k ne

- zcela logickým výsledkům; tyto vztahy by bylo vhodné upravit alespoň v národním aplikačním dokumentu;
- vypracování metod postupů nelineárního výpočtu podle dodatku A2 předpisu [1] s uvážením *tension stiffeningu* nelze zatím doporučit; předpoklad, že výpočet prvků s vyloučením taženého betonu bude dávat výsledky na straně větší spolehlivosti, není jednoznačně prokazatelný zejména s ohledem na redistribuci momentů;
 - považovali bychom za užitečné zabývat se otázkami vyjasnění a určitého sjednocení postupů nelineárního výpočtu prutových konstrukcí podrobněji.

V příspěvku jsme uvedli také výsledky řešení projektu částečně podporovaného grantem VEGA 02/1260/96.

Literatura

- [1] ČSN P ENV 1992-1-1: *Navrhování betonových konstrukcí. Část 1.1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby*. Český normalizační institut, 1994, 398 s.
- [2] Gulvanessian, H., Arora, S. K., Chana, P. S.: The European Concrete Building Project. In: *Proceeding Annex, Workshop, Development of EN 1992 in Relation to New Research Results and to CEB-FIP Model Code 1990*. Czech Technical University, Faculty of Civil Engineering, Praha, 1994, s. 27–34.
- [3] Hájek, J.: *Pretvorenia betónových konštrukcií*. VEDA, vydavateľstvo SAV, Bratislava, 1994, 321 s.
- [4] Hájek, J., Nürnbergerová, T.: Extrémne momenty porušenia železobetónového prierezu pri interakcii s normálovou silou. *Stavebnický časopis*, roč. 38, 1990, č. 9, s. 671–693.
- [5] Hájek, J., Nürnbergerová, T.: Strain energy as criterion of structural safety and reliability of reinforced concrete slabs. In: *Proc. of ICOSSAR 93, The International Conference on Structural Safety and Reliability*, Innsbruck, 9–13 August, 1993, A. A. Balkema, Rotterdam, Brookfield, 1994, s. 1323–1328.
- [6] Nürnbergerová, T., Hájek J.: Moment versus curvature relationship used for non-linear analysis of linear members. In: *Proceeding Annex, Workshop, Development of EN 1992 in Relation to New Research Results and to CEB-FIP Model Code 1990*. Czech Technical University, Faculty of Civil Engineering, Prague, 1994, s. 51–55.
- [7] Hájek, J., Nürnbergerová, T.: Influence of stress path on the reliability of rc cross sections. *Engineering Mechanics*, Praha (v tisku).
- [8] Procházka, J., Krátký, T.: *Navrhování betonových konstrukcí podle Eurocode 2. Doplňkové skriptum*. Vydavatelství ČVUT, Praha, 1995, 130 s.
- [9] Westerberg, B.: Some comments on non-linear analysis according to EC2. In: *Proceeding Annex, Workshop, Development of EN 1992 in Relation to New Research Results and to CEB-FIP Model Code 1990*. Czech Technical University, Faculty of Civil Engineering, Prague, 1994, s. 61–71.

Prof. Ing. Ján Hájek, DrSc., Adámiho 4, 841 05 Bratislava, Slovensko
Ing. Terézia Nürnbergerová, CSc., Ústav stavebníctva a architektúry SAV, Dúbravská cesta 9, 842 20 Bratislava, Slovensko

Bohdan Lewicki (75), Ján Hájek (70), Tomáš Vaněk (65)

Polák, Slovák a Čech. Na přelomu roku 1996 a 1997 se dožívají všichni tito tři profesori svých kulatých jubileí. Připomínáme si je v našem časopise proto, že jsou to betonářští inženýři, kteří mají za sebou mnoho zajímavé práce a jsou přitom stále - přiměřeně věku - aktivní. Nechceme o nich psát dlouhé eulogie, stačí když si je připomeneme.

S panem profesorem Bohdanem Lewickim z varšavského Instytutu Techniky Budowlanej, přítelem Čechů a Slováků, jsme v těsném spojení po desítky lety. Pracoval s námi na mezinárodních normách za dob ervéhápských a také v době nové, v době eurokódů. V Československu vyšla v roce 1966 jeho zajímavá a podnětná kniha *Obytné budovy z velkorozměrových prvků* (vyšla ostatně i v jiných zemích), která ukázala mnoho možností panelové výstavby. Bohdan Lewicki se zabývá otázkami spolehlivosti betonových konstrukcí, zkoušení dílců, normalizací navrhování konstrukcí. Je všeobecně známou osobností v Euro-mezinárodním výboru pro beton CEB, dále také v Mezinárodní radě pro stavebnictví CIB. Přednášel na různých místech světa a dostalo se mu mimořádné pocty: byl zvolen čestným doktorem technických věd Chalmersovy techniky v Göteborgu.

Jána Hájka představovat nemusíme - má příspěvek (spolu se svou mnohaletou spolupracovnicí Nürnbergerovou) právě v tomto čísle *Betonu* a zdíva. Známe ho dobře z československých odbor-

ných konferencí, mnoha setkání nad různými úlohami, které přináší praxe. Oceňujeme jeho pohotový úsudek a uvážlivé rozhodování. Pracoval převážně v Ústavu stavebnictví a architektury Slovenské akademie věd a přednášel na bratislavské stavební fakultě. Věnoval se především mezním stavům použitelnosti u betonových konstrukcí - nedávno vyšla jeho zajímavá a přínosná kniha *Pretvorenia betónových konštrukcií*.

A dobře známe i Tomáše Vaňka. Bez jeho napínavého a svěrázného výkladu o různých malérech betonového stavitelství, o inženýrských i neinženýrských chybách, se kterými se setkává a které jsou pro všechny poučné, si nedovedu představit žádnou konferenci nebo seminář o rekonstrukcích stavebních objektů. Na jeho vystoupení se vždy všichni těšíme. Rekonstrukce a opravy železobetonu nejsou jen Tomášovým povoláním, ale také koníčkem, kterému je vášnivě oddán. Je ochoten kdykoliv poradit a dokáže to udělat se svým osobitým humorem. Nepatrnou část svých poznatků zveřejnil v knize *Rekonstrukce betonových konstrukcí*, která sice vyšla ve dvou vydáních, ale na které by měl pokračovat.

Všem třem přejeme i nadále zajímavou práci a mnoho dobrého v dalších letech!

Milík Tichý